

14

MECÁNICA DE FLUIDOS

METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- El significado de la densidad de un material y la densidad media de un cuerpo.
- Qué se entiende por presión en un fluido y cómo se mide.
- Cómo calcular la fuerza de flotación que ejerce un fluido sobre un cuerpo sumergido en ella.
- La importancia de un flujo laminar contra un flujo de fluido turbulento, y cómo la rapidez del flujo en un tubo depende del tamaño de éste.
- Cómo utilizar la ecuación de Bernoulli para relacionar la presión y la rapidez de flujo en diferentes puntos en ciertos tipos de fluidos.

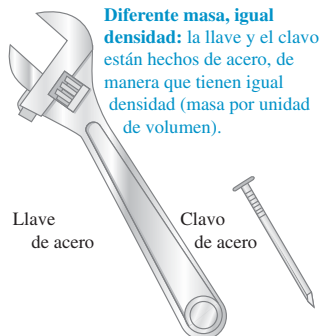
? Este tiburón debe nadar constantemente para no hundirse en el fondo del océano; sin embargo, los peces tropicales anaranjados pueden permanecer en el mismo nivel del agua con poco esfuerzo. ¿Por qué existe esta diferencia?



Los fluidos desempeñan un papel crucial en muchos aspectos de la vida cotidiana. Los bebemos, respiramos y nadamos en ellos; circulan por nuestro organismo y controlan el clima. Los aviones vuelan a través de ellos y los barcos flotan en ellos. Un fluido es cualquier sustancia que puede fluir; usamos el término tanto para líquidos como para gases. Por lo regular, pensamos que los gases son fáciles de comprimir y que los líquidos son casi incompresibles, aunque hay casos excepcionales.

Comenzaremos nuestro estudio con la **estática de fluidos**, es decir, el estudio de fluidos en reposo en situaciones de equilibrio. Al igual que otras situaciones de equilibrio, ésta se basa en la primera y la tercera leyes de Newton. Exploraremos los conceptos clave de densidad, presión y flotación. La **dinámica de fluidos** —es decir, el estudio de fluidos en movimiento— es mucho más compleja; de hecho, es una de las ramas más complejas de la mecánica. Por fortuna, podemos analizar muchas situaciones importantes usando modelos idealizados sencillos y los principios que ya conocemos, como las leyes de Newton y la conservación de la energía. Aun así, apenas si rozaremos la superficie de este tema tan amplio e interesante.

14.1 Dos objetos con masas y volúmenes diferentes, pero con igual densidad.



14.1 Densidad

Una propiedad importante de cualquier material es su **densidad**, que se define como su masa por unidad de volumen. Un material homogéneo, como el hielo o el hierro, tiene la misma densidad en todas sus partes. Usamos la letra griega ρ (rho) para denotar la densidad. Si una masa m de material homogéneo tiene un volumen V , la densidad ρ es

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (\text{definición de densidad}) \quad (14.1)$$

Dos objetos hechos del mismo material tienen igual densidad aunque tengan masas y volúmenes diferentes. Eso se debe a que la *razón* entre masa y volumen es la misma para ambos objetos (figura 14.1).

Tabla 14.1 Densidades de algunas sustancias comunes

Material	Densidad (kg/m ³)*	Material	Densidad (kg/m ³)*
Aire (1 atm, 20°C)	1.20	Hierro, acero	7.8×10^3
Etanol	0.81×10^3	Latón	8.6×10^3
Benceno	0.90×10^3	Cobre	8.9×10^3
Hielo	0.92×10^3	Plata	10.5×10^3
Agua	1.00×10^3	Plomo	11.3×10^3
Agua de mar	1.03×10^3	Mercurio	13.6×10^3
Sangre	1.06×10^3	Oro	19.3×10^3
Glicerina	1.26×10^3	Platino	21.4×10^3
Concreto	2×10^3	Estrella enana blanca	10^{10}
Aluminio	2.7×10^3	Estrella de neutrones	10^{18}

*Para obtener las densidades en gramos por centímetro cúbico, divida entre 10^3 .

La unidad de densidad en el SI es el kilogramo por metro cúbico (1 kg/m³). También se usa mucho la unidad cgs, gramo por centímetro cúbico (1 g/cm³):

$$1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$$

En la tabla 14.1, se indican las densidades de varias sustancias comunes a temperaturas ordinarias. Observe la amplia gama de magnitudes (figura 14.2). El material más denso que se encuentra en la Tierra es el metal osmio ($\rho = 22,500 \text{ kg/m}^3$), pero esto no es nada en comparación con la densidad de los objetos astronómicos exóticos, como las estrellas enanas blancas y las estrellas de neutrones.

La **gravedad específica** de un material es la razón entre su densidad y la del agua a 4.0°C, 1000 kg/m^3 ; es un número puro, sin unidades. Por ejemplo, la gravedad específica del aluminio es 2.7. Aunque el término “gravedad específica” es inadecuado, ya que nada tiene que ver con la gravedad; habría sido mejor utilizar el término “densidad relativa”.

La densidad de algunos materiales varía de un punto a otro dentro del material. Un ejemplo es el material del cuerpo humano, que incluye grasa de baja densidad (940 kg/m^3 aproximadamente) y huesos de elevada densidad (de 1700 a 2500 kg/m^3). Otros dos ejemplos son la atmósfera terrestre (que es menos densa a mayores altitudes) y los océanos (que son más densos a mayores profundidades). Para estos materiales, la ecuación (14.1) describe la **densidad media**. En general, la densidad de un material depende de factores ambientales, como la temperatura y la presión.

La medición de la densidad es una técnica analítica importante. Por ejemplo, podemos determinar el nivel de carga de un acumulador midiendo la densidad de su electrolito, que es una disolución de ácido sulfúrico (H_2SO_4). Al descargarse la batería, el H_2SO_4 se combina con el plomo de las placas del acumulador para formar sulfato de plomo (PbSO_4) insoluble, lo que reduce la concentración de la disolución. La densidad baja de cerca de $1.30 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ en un acumulador completamente cargado a $1.15 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ en uno descargado.

Otro ejemplo relacionado con automóviles es el anticongelante permanente, que por lo general es una disolución de etilén glicol ($\rho = 1.12 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$) y agua. El punto de congelación de la disolución depende de la concentración de glicol, y puede determinarse midiendo su gravedad específica. Tales mediciones se realizan en forma rutinaria en los talleres de servicio para automóviles usando un dispositivo llamado hidrómetro, el cual describiremos en la sección 14.3.

14.2 El precio del oro se cotiza por peso (digamos, en dólares por onza). Puesto que el oro es uno de los metales más densos, es posible almacenar una fortuna en oro en un volumen pequeño.



Ejemplo 14.1 Peso de un cuarto lleno de aire

Calcule la masa y el peso del aire en una estancia a 20 °C cuyo piso mide $4.0 \text{ m} \times 5.0 \text{ m}$ y que tiene una altura de 3.0 m . ¿Qué masa y peso tiene un volumen igual de agua?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Suponemos que el aire es homogéneo, así que la densidad es la misma en todo el cuarto. (Es verdad que el aire es menos den-

continúa

so a gran altitud que cerca del nivel del mar, pero la variación de densidad a lo largo de la altura de 3.0 m del cuarto es despreciable; véase la sección 14.2.)

PLANTEAR: Usaremos la ecuación (14.1) para relacionar la masa (la incógnita) con el volumen (que calculamos a partir de las dimensiones del cuarto) y la densidad (de la tabla 14.1).

EJECUTAR: El volumen de la habitación es $V = (3.0 \text{ m})(4.0 \text{ m}) \times (5.0 \text{ m}) = 60 \text{ m}^3$. La masa m_{aire} está dada por la ecuación (14.1):

$$m_{\text{aire}} = \rho_{\text{aire}} V = (1.20 \text{ kg/m}^3)(60 \text{ m}^3) = 72 \text{ kg}$$

El peso del aire es

$$w_{\text{aire}} = m_{\text{aire}} g = (72 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 700 \text{ N} = 160 \text{ lb}$$

La masa de un volumen igual de agua es

$$m_{\text{agua}} = \rho_{\text{agua}} V = (1000 \text{ kg/m}^3)(60 \text{ m}^3) = 6.0 \times 10^4 \text{ kg}$$

El peso es

$$\begin{aligned} w_{\text{agua}} &= m_{\text{agua}} g = (6.0 \times 10^4 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) \\ &= 5.9 \times 10^5 \text{ N} = 1.3 \times 10^5 \text{ lb} = 66 \text{ toneladas} \end{aligned}$$

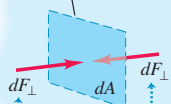
EVALUAR: ¡El aire contenido en un cuarto pesa aproximadamente lo que pesa una persona adulta! El agua es casi mil veces más densa que el aire, y su masa y peso son mayores en la misma proporción. De hecho, el peso de un cuarto lleno de agua seguramente hundiría el piso de una casa común.

Evalúe su comprensión de la sección 14.1 Clasifique los siguientes objetos en orden decreciente de su densidad media: i) masa 4.00 kg, volumen $1.60 \times 10^{-3} \text{ m}^3$; ii) masa 8.00 kg, volumen $1.60 \times 10^{-3} \text{ m}^3$; iii) masa 8.00 kg, volumen $3.20 \times 10^{-3} \text{ m}^3$; iv) masa 2560 kg, volumen 0.640 m^3 ; v) masa 2560 kg, volumen 1.28 m^3 .



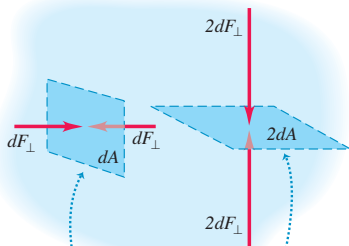
14.3 Las fuerzas actúan sobre una pequeña superficie dentro de un fluido en reposo.

Área pequeña dA dentro del fluido en reposo



La superficie no acelera, por lo que el fluido circundante ejerce fuerzas normales iguales sobre ambos lados de ella. (El fluido no puede ejercer ninguna fuerza paralela a la superficie, ya que eso provocaría que la superficie acelerara.)

14.4 La presión sobre cualquiera de los dos lados de una superficie es igual a la fuerza dividida entre el área. La presión es un escalar y sus unidades son newtons por metro cuadrado. En contraste, la fuerza es un vector y sus unidades son newtons.



Aunque estas dos superficies difieren en área y orientación, la presión sobre ellas (fuerza dividida entre el área) es igual.

La presión es un escalar: no tiene dirección.

14.2 Presión en un fluido

Cuando un fluido (ya sea líquido o gas) está en reposo, ejerce una fuerza perpendicular a cualquier superficie en contacto con él, como la pared de un recipiente o un cuerpo sumergido en el fluido. Ésta es la fuerza que sentimos en las piernas al meterlas en una piscina. Aunque el fluido considerado como un todo está en reposo, las moléculas que lo componen están en movimiento; la fuerza ejercida por el fluido se debe a los choques de las moléculas con su entorno.

Si imaginamos una superficie *dentro* del fluido, el fluido a cada lado de ella ejerce fuerzas iguales y opuestas sobre la superficie. (De otra forma, la superficie se aceleraría y el fluido no permanecería en reposo.) Considere una superficie pequeña de área dA centrada en un punto en el fluido; la fuerza normal que el fluido ejerce sobre cada lado es $dF_{\perp}$ (figura 14.3). Definimos la **presión** p en ese punto como la fuerza normal por unidad de área, es decir, la razón entre $dF_{\perp}$ y dA (figura 14.4):

$$p = \frac{dF_{\perp}}{dA} \quad (\text{definición de presión}) \quad (14.2)$$

Si la presión es la misma en todos los puntos de una superficie plana finita de área A , entonces

$$p = \frac{F_{\perp}}{A} \quad (14.3)$$

donde $F_{\perp}$ es la fuerza normal neta en un lado de la superficie. La unidad del SI para la presión es el **pascal**:

$$1 \text{ pascal} = 1 \text{ Pa} = \text{N/m}^2$$

Ya presentamos el pascal en el capítulo 11. Dos unidades relacionadas, que se emplean sobre todo en meteorología, son el *bar*, igual a 10^5 Pa , y el *milibar*, igual a 100 Pa .

La **presión atmosférica** p_a es la presión de la atmósfera terrestre, es decir, la presión en el fondo de este “mar” de aire en que vivimos. Esta presión varía con el estado del tiempo y con la altitud. La presión atmosférica normal al nivel del mar (valor medio) es 1 atmósfera (atm), definida exactamente como $101,325 \text{ Pa}$. Con cuatro cifras significativas,

$$\begin{aligned} (p_a)_{\text{med}} &= 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} \\ &= 1.013 \text{ bar} = 1013 \text{ milibares} = 14.70 \text{ lb/in}^2 \end{aligned}$$

CAUIDADO No confunda presión con fuerza En el lenguaje cotidiano, las palabras “presión” y “fuerza” significan casi lo mismo, pero en la mecánica de fluidos describen cantidades distintas con características diferentes. La presión de fluidos actúa en forma perpendicular a cualquier superficie en el fluido, sin importar su orientación (figura 14.4). Por lo tanto, la presión no tiene una dirección intrínseca: es un escalar. En cambio, la fuerza es un vector con dirección definida. Recuerde que la presión es fuerza por unidad de área. Como muestra la figura 14.4, una superficie con el doble de área recibe el doble de fuerza ejercida por un fluido, por lo que la presión es igual. ■

Ejemplo 14.2 La fuerza del aire

En la estancia descrita en el ejemplo 14.1, ¿qué fuerza total descendente actúa sobre el piso debida a una presión del aire de 1.00 atm?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Este ejemplo utiliza la relación entre la presión de un fluido (en este caso, el aire), la fuerza normal ejercida por el fluido y el área sobre la cual actúa esa fuerza. En tal situación, la superficie del piso es horizontal, de manera que la fuerza ejercida por el aire es vertical (hacia abajo).

PLANTEAR: La presión es uniforme, así que usamos la ecuación (14.3) para determinar la fuerza $F_{\perp}$ a partir de la presión y el área.

EJECUTAR: El área del piso es $A = (4.0 \text{ m})(5.0 \text{ m}) = 20 \text{ m}^2$. De acuerdo con la ecuación (14.3), la fuerza total hacia abajo es

$$\begin{aligned} F_{\perp} &= pA = (1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2)(20 \text{ m}^2) \\ &= 2.0 \times 10^6 \text{ N} = 4.6 \times 10^5 \text{ lb} = 230 \text{ toneladas} \end{aligned}$$

EVALUAR: Al igual que en el ejemplo 14.1, esta fuerza basta para hundir el piso. ¿Por qué no lo hace? Porque hay una fuerza de igual magnitud *hacia arriba* en el lado de abajo del piso. Si la casa tiene sótano, esa fuerza es ejercida por el aire bajo el piso. En este caso, si despreciamos el espesor del piso, la fuerza *neta* debida a la presión del aire es cero.

Presión, profundidad y ley de Pascal

Si podemos despreciar el peso del fluido, la presión en un fluido es la misma en todo su volumen. Usamos esta aproximación al ver el esfuerzo y la deformación de volumen en la sección 11.4, pero muchas veces el peso del fluido *no* es despreciable. La presión atmosférica es menor a gran altitud que al nivel del mar, lo que obliga a presurizar la cabina de un avión que vuela a 35,000 pies. Al sumergirnos en agua profunda, los oídos nos indican que la presión aumenta rápidamente al aumentar la profundidad.

Podemos deducir una relación general entre la presión p en cualquier punto de un fluido en reposo y la altura y del punto. Supondremos que la densidad ρ y la aceleración debida a la gravedad g tienen el mismo valor en todo el fluido (es decir, la densidad es *uniforme*). Si el fluido está en equilibrio, cada elemento de volumen está en equilibrio. Considere un elemento delgado, de altura dy (figura 14.5a). Las superficies inferior y superior tienen área A , y están a distancias y y $y + dy$ por arriba de algún nivel de referencia donde $y = 0$. El volumen del elemento fluido es $dV = A dy$, su masa es $dm = \rho dV = \rho A dy$, y su peso es $dw = dm g = \rho g A dy$.

¿Qué otras fuerzas actúan sobre este elemento? (Véase la figura 14.5b.) Llamemos p a la presión en la superficie inferior; la componente y de fuerza total hacia arriba que actúa sobre esa superficie es pA . La presión en la superficie superior es $p + dp$, y la componente y de fuerza total (hacia abajo) sobre esta superficie es $-(p + dp)A$. El elemento de fluido está en equilibrio, así que la componente y de fuerza total, incluyendo el peso y las fuerzas en las superficies superior e inferior, debe ser cero:

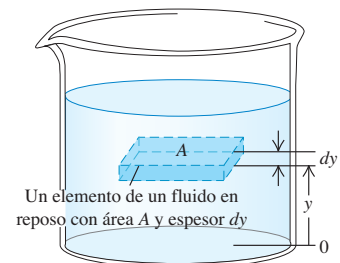
$$\sum F_y = 0 \quad \text{así que} \quad pA - (p + dp)A - \rho g A dy = 0$$

Dividiendo entre el área A y reordenando, obtenemos

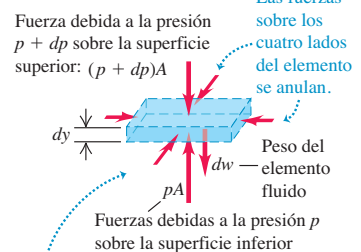
$$\frac{dp}{dy} = -\rho g \quad (14.4)$$

14.5 Las fuerzas sobre un elemento de fluido en equilibrio.

a)

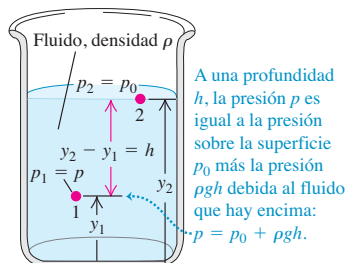


b)



Como el fluido está en equilibrio, la suma vectorial de las fuerzas verticales sobre el elemento fluido debe ser cero:
 $pA - (p + dp)A - dw = 0$.

14.6 Cómo varía la presión en función de la profundidad en un fluido con densidad uniforme.



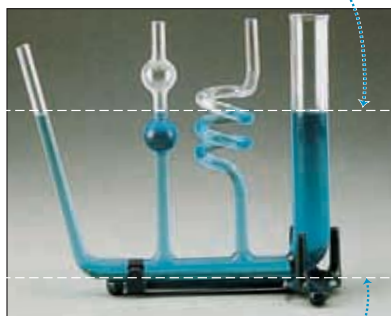
La diferencia de presión entre los niveles 1 y 2:

$$p_2 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1)$$

La presión es mayor en un nivel más bajo.

14.7 Todas las columnas de fluido tienen la misma altura, sin importar cuál sea su forma.

La presión en la parte superior de cada columna de líquido es la presión atmosférica, p_0 .



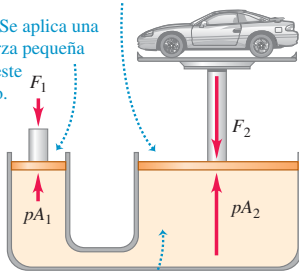
La presión en la parte inferior de cada columna de líquido tiene la misma presión p .

La diferencia entre p y p_0 es ρgh , donde h es la distancia que hay de la parte superior a la parte inferior de la columna de líquido. Por lo tanto, todas las columnas tienen la misma altura.

14.8 El elevador hidráulico es una aplicación de la ley de Pascal. El tamaño del recipiente lleno de fluido se ha exagerado por claridad.

③ Al actuar sobre un pistón con una mayor área, la presión produce una fuerza capaz de sostener el automóvil.

① Se aplica una fuerza pequeña en este lado.



② La presión p tiene el mismo valor en todos los puntos a la misma altura en el fluido (ley de Pascal).

Esta ecuación indica que si y aumenta, p disminuye; es decir, conforme se sube por el fluido, la presión disminuye, como esperaríamos. Si p_1 y p_2 son las presiones en las alturas y_1 y y_2 respectivamente, y si ρ y g son constantes, entonces

$$p_2 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1) \quad (\text{presión en un fluido de densidad uniforme}) \quad (14.5)$$

Suele ser útil expresar la ecuación (14.5) en términos de la *profundidad* bajo la superficie de un fluido (figura 14.6). Tomemos el punto 1 en cualquier nivel en el fluido y sea p la presión en ese punto. Tomemos el punto 2 en la *superficie* del fluido, donde la presión es p_0 (el subíndice indica profundidad cero). La profundidad del punto 1 bajo la superficie es $h = y_2 - y_1$, y la ecuación (14.5) se convierte en

$$p_0 - p = -\rho g(y_2 - y_1) = -\rho gh \quad \text{o bien,}$$

$$p = p_0 + \rho gh \quad (\text{presión en un fluido de densidad uniforme}) \quad (14.6)$$

La presión p a una profundidad h es mayor que la presión p_0 en la superficie, en una cantidad ρgh . Observe que la presión es la misma en dos puntos cualesquiera situados en el mismo nivel en el fluido. La *forma* del recipiente no importa (figura 14.7).

La ecuación (14.6) nos dice que si aumentamos la presión p_0 en la superficie, tal vez usando un pistón que embona herméticamente en el recipiente para empujar contra la superficie del fluido, la presión p a cualquier profundidad aumenta exactamente en la misma cantidad. El científico francés Blaise Pascal (1623-1662) reconoció este hecho en 1653 y lo enunció en la llamada *ley de Pascal*.

Ley de Pascal: la presión aplicada a un fluido encerrado se transmite sin disminución a todas las partes del fluido y las paredes del recipiente.

El elevador hidráulico que se representa en la figura 14.8 ilustra la ley de Pascal. Un pistón con área transversal pequeña A_1 ejerce una fuerza F_1 sobre la superficie de un líquido (aceite). La presión aplicada $p = F_1/A_1$ se transmite a través del tubo conector a un pistón mayor de área A_2 . La presión aplicada es la misma en ambos cilindros, así que

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad \text{y} \quad F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1 \quad (14.7)$$

El elevador hidráulico es un dispositivo multiplicador de la fuerza con un factor de multiplicación igual al cociente de las áreas de los pistones. Las sillas de los dentistas, los gatos hidráulicos para autos, muchos elevadores y los frenos hidráulicos se basan en este principio.

En el caso de los gases, el supuesto de que la densidad ρ es uniforme sólo es realista en distancias verticales cortas. En un cuarto de 3.0 m de altura lleno de aire con densidad uniforme de 1.2 kg/m³, la diferencia de presión entre el piso y el techo, dada por la ecuación (14.6), es

$$\rho gh = (1.2 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)(3.0 \text{ m}) = 35 \text{ Pa}$$

es decir, cerca de 0.00035 atm, una diferencia muy pequeña. En cambio, entre el nivel del mar y la cumbre del Monte Everest (8882 m) la densidad del aire cambia casi en un factor de 3, y en este caso no podemos usar la ecuación (14.6). Los líquidos, en cambio, son casi incompresibles, y suele ser una buena aproximación considerar su densidad como independiente de la presión. Una presión de varios cientos de atmósferas sólo causa un pequeño incremento porcentual en la densidad de la mayoría de los líquidos.

Presión absoluta y presión manométrica

Si la presión dentro de un neumático es igual a la presión atmosférica, el neumático estará desinflado. La presión debe ser *mayor* que la atmosférica para poder sostener el vehículo, así que la cantidad significativa es la *diferencia* entre las presiones interior y exterior. Cuando decimos que la presión de un neumático es de “32 libras” (en realidad 32 lb/in², igual a 220 kPa o 2.2×10^5 Pa), queremos decir que es *mayor* que la

presión atmosférica (14.7 lb/in^2 o $1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$) en esa cantidad. La presión *total* en el neumático es de 47 lb/in^2 , o 320 kPa . El exceso de presión más allá de la atmosférica suele llamarse **presión manométrica**, y la presión total se llama **presión absoluta**. Los ingenieros usan las abreviaturas psig y psia para “lb/in² manométrica” y “lb/in² absoluta”, respectivamente. Si la presión es *menor* que la atmosférica, como en un vacío parcial, la presión manométrica es negativa.

Ejemplo 14.3 Determinación de las presiones absoluta y manométrica

Un tanque de almacenamiento de 12.0 m de profundidad está lleno de agua. La parte superior del tanque está abierto al aire. ¿Cuál es la presión absoluta en el fondo del tanque? ¿Y la presión manométrica?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: El agua es casi incompresible. (Imagine que trata de comprimir con un pistón un cilindro lleno de agua. ¡No podría hacerlo!) Por lo tanto, consideramos que el fluido tiene densidad uniforme.

PLANTEAR: El nivel de la parte superior del tanque corresponde al punto 2 de la figura 14.6, y el nivel del fondo del tanque corresponde al punto 1. Por lo tanto, la incógnita es p en la ecuación (14.6); nos indican que $h = 12.0 \text{ m}$ y, como el tanque está abierto a la atmósfera, p_0 es igual a $1 \text{ atm} = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$.

EJECUTAR: De acuerdo con la ecuación (14.6), la presión absoluta es

$$\begin{aligned} p &= p_0 + \rho gh \\ &= (1.01 \times 10^5 \text{ Pa}) + (1000 \text{ kg/m}^3)(9.80 \text{ m/s}^2)(12.0 \text{ m}) \\ &= 2.19 \times 10^5 \text{ Pa} = 2.16 \text{ atm} = 31.8 \text{ lb/in}^2 \end{aligned}$$

La presión manométrica es

$$\begin{aligned} p - p_0 &= (2.19 - 1.01) \times 10^5 \text{ Pa} \\ &= 1.18 \times 10^5 \text{ Pa} = 1.16 \text{ atm} = 17.1 \text{ lb/in}^2 \end{aligned}$$

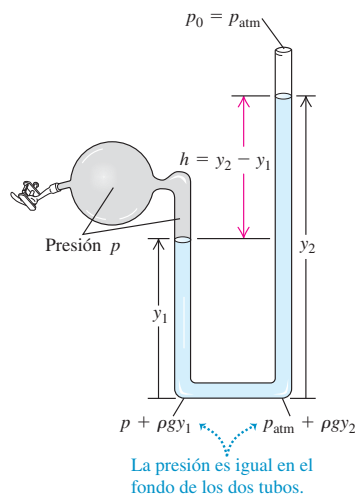
EVALUAR: Si un tanque así tiene un medidor de presión, seguramente estará calibrado para indicar la presión manométrica, no la presión absoluta. Como señalamos, la variación en la presión *atmosférica* a una altura de unos cuantos metros es despreciable.

Medidores de presión

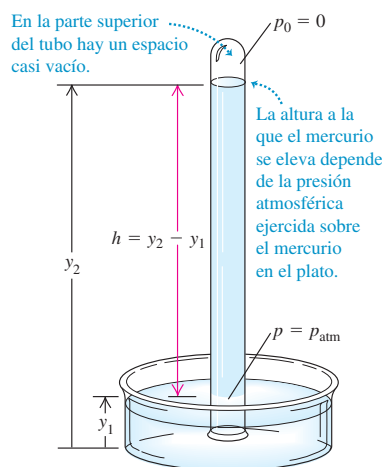
El medidor de presión más sencillo es el *manómetro* de tubo abierto (figura 14.9a). El tubo en forma de U contiene un líquido de densidad ρ , con frecuencia mercurio o agua. El extremo izquierdo del tubo se conecta al recipiente donde se medirá la presión p , y el extremo derecho está abierto a la atmósfera, con $p_0 = p_{\text{atm}}$. La presión en el fondo del tubo debida al fluido de la columna izquierda es $p + \rho gy_1$, y la debida al fluido de la columna derecha es $p_{\text{atm}} + \rho gy_2$. Estas presiones se miden en el mismo punto, así que deben ser iguales:

$$\begin{aligned} p + \rho gy_1 &= p_{\text{atm}} + \rho gy_2 \\ p - p_{\text{atm}} &= \rho g(y_2 - y_1) = \rho gh \end{aligned} \quad (14.8)$$

a) Manómetro de tubo abierto



b) Barómetro de mercurio



14.9 Dos tipos de medidores de presión.

En la ecuación (14.8), p es la *presión absoluta*, y la diferencia $p - p_{\text{atm}}$ entre la presión absoluta y la atmosférica es la presión manométrica. Así, la presión manométrica es proporcional a la diferencia de altura $h = y_2 - y_1$ de las columnas de líquido.

Otro medidor de presión común es el **barómetro de mercurio**, que consiste en un largo tubo de vidrio, cerrado por un extremo, que se llena con mercurio y luego se invierte sobre un plato con mercurio (figura 14.9b). El espacio arriba de la columna sólo contiene vapor de mercurio, cuya presión es insignificante, así que la presión p_0 arriba de la columna es prácticamente cero. De acuerdo con la ecuación (14.6),

$$p_a = p = 0 + \rho g(y_2 - y_1) = \rho gh \quad (14.9)$$

Así, el barómetro de mercurio indica la presión atmosférica p_{atm} directamente por la altura de la columna de mercurio.

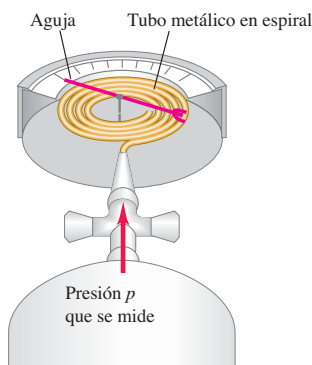
Las presiones a menudo se describen en términos de la altura de la columna de mercurio correspondiente, como “pulgadas de mercurio” o “milímetros de mercurio” (que se abrevia mm Hg). Una presión de 1 mm Hg es 1 *torr*, en honor a Evangelista Torricelli, inventor del barómetro de mercurio. Sin embargo, estas unidades dependen de la densidad del mercurio, que varía con la temperatura, y del valor de g , que varía con el lugar, y por ello se prefiere el pascal como unidad de presión.

Un dispositivo común para medir la presión arterial, llamado *esfigmomanómetro*, usa un manómetro lleno de mercurio. Las lecturas de la presión arterial, como 130/80, se refieren a las presiones manométricas máxima y mínima en las arterias, medidas en mm Hg o torr. La presión arterial varía con la altura en el cuerpo; el punto de referencia estándar es la parte superior del brazo, a la altura del corazón.

Muchos tipos de medidores de presión usan un recipiente flexible sellado (figura 14.10). Un cambio en la presión adentro o afuera del recipiente provoca un cambio en sus dimensiones, que se detecta óptica, eléctrica o mecánicamente.

14.10 a) Medidor de presión de Bourdon. a)

Al aumentar la presión dentro del tubo metálico en forma de espiral, éste se endereza y desvía la aguja unida a él. b) Medidor de presión tipo Bourdon empleado en un tanque de gas comprimido.



b)



Ejemplo 14.4 Historia de dos fluidos

Un tubo de manómetro se llena parcialmente con agua. Después se vierte aceite (que no se mezcla con el agua y tiene menor densidad que el agua) en el brazo izquierdo del tubo hasta que la interfaz aceite-agua está en el punto medio del tubo. Ambos brazos del tubo están abiertos al aire. Determine la relación entre las alturas h_{aceite} y h_{agua} .

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: La relación entre presión y profundidad en un fluido sólo es válida para los fluidos de densidad uniforme. Por lo tanto, no podemos escribir una sola ecuación para el aceite y el agua juntos. Lo que sí podemos hacer es escribir una relación presión-profundidad

para cada fluido por separado. Advierta que ambas columnas de fluido tienen la misma presión en la base (donde están en contacto y en equilibrio, así que las presiones deben ser iguales) y en la parte superior (donde ambas están en contacto con la atmósfera y en equilibrio con ella).

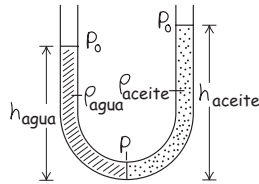
PLANTEAR: La figura 14.11 ilustra la situación. Sea p_0 la presión atmosférica, y p la presión en el fondo del tubo. Las densidades de los dos fluidos son ρ_{agua} y ρ_{aceite} (que es menor que ρ_{agua}). Usamos la ecuación (14.6) para cada fluido.

EJECUTAR: Para los dos fluidos, la ecuación (14.6) se convierte en

$$p = p_0 + \rho_{\text{agua}} g h_{\text{agua}}$$

$$p = p_0 + \rho_{\text{aceite}} g h_{\text{aceite}}$$

14.11 Nuestro esquema para este problema.



Puesto que la presión p en la base del tubo es la misma para ambos fluidos, igualamos las dos expresiones y despejamos h_{aceite} en términos de h_{agua} . Puede demostrarse que el resultado es

$$h_{\text{aceite}} = \frac{\rho_{\text{agua}}}{\rho_{\text{aceite}}} h_{\text{agua}}$$

EVALUAR: Puesto que el aceite es menos denso que el agua, la razón $\rho_{\text{agua}}/\rho_{\text{aceite}}$ es mayor que la unidad y h_{aceite} es mayor que h_{agua} (como se observa en la figura 14.11). Es decir, se necesita una mayor altura de aceite menos denso para producir la misma presión p en la base del tubo.

Evalúe su comprensión de la sección 4.2 El mercurio es menos denso a altas temperaturas que a bajas temperaturas. Suponga que saca al exterior un barómetro de mercurio que estaba dentro de un refrigerador bien sellado, en un caluroso día de verano, y observa que la columna de mercurio se mantiene a la misma altura en el tubo. En comparación con la presión del aire en el interior del refrigerador, la presión del aire en el exterior es i) mayor, ii) menor o iii) igual. (Ignore el pequeño cambio en las dimensiones del tubo de vidrio debido al cambio de temperatura.)



14.3 Flotación

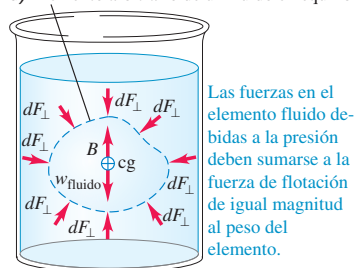
La **flotación** es un fenómeno muy conocido: un cuerpo sumergido en agua parece pesar menos que en el aire. Si el cuerpo es menos denso que el fluido, entonces flota. El cuerpo humano normalmente flota en el agua, y un globo lleno de helio flota en el aire.

El principio de Arquímedes establece lo siguiente: si un cuerpo está parcial o totalmente sumergido en un fluido, éste ejerce una fuerza hacia arriba sobre el cuerpo igual al peso del fluido desplazado por el cuerpo.

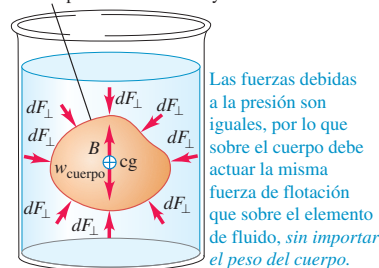
Para demostrar este principio, consideremos una porción arbitraria de fluido en reposo. En la figura 14.12a, el contorno irregular es la superficie que delimita esta porción de fluido. Las flechas representan las fuerzas que el fluido circundante ejerce sobre la superficie de frontera.

Todo el fluido está en equilibrio, así que la suma de todas las componentes y de fuerza sobre esta porción de fluido es cero. Por lo tanto, la suma de todas las componentes y de las fuerzas de *superficie* debe ser una fuerza hacia arriba de igual magnitud que el peso mg del fluido dentro de la superficie. Además, la suma de las torcas sobre la porción de fluido debe ser cero, así que la línea de acción de la componente y resultante de las fuerzas superficiales debe pasar por el centro de gravedad de esta porción de fluido.

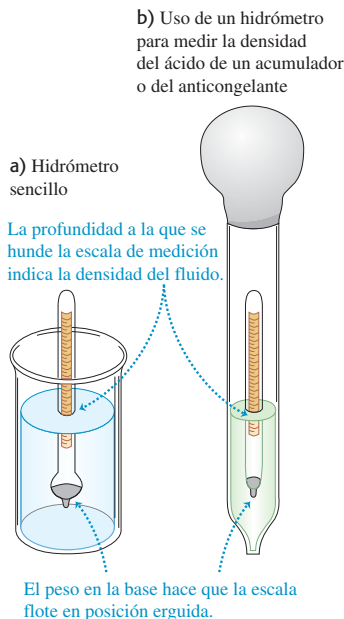
a) Elemento arbitrario de un fluido en equilibrio



b) El elemento del fluido se sustituye por un cuerpo sólido de forma y tamaño idénticos



14.12 Principio de Arquímedes.

14.13 Medición de la densidad de un fluido.

Ahora retiramos el fluido que está dentro de la superficie y lo sustituimos por un cuerpo sólido cuya forma es idéntica (figura 14.12b). La presión en cada punto es exactamente la misma que antes, de manera que la fuerza total hacia arriba ejercida por el fluido sobre el cuerpo también es la misma, igual en magnitud al peso mg del fluido que se desplazó para colocar el cuerpo. Llamamos a esta fuerza ascendente la **fuerza de flotación** que actúa sobre el cuerpo sólido. La línea de acción de la fuerza de flotación pasa por el centro de gravedad del fluido desplazado (que no necesariamente coincide con el centro de gravedad del cuerpo).

Si un globo flota en equilibrio en el aire, su peso (incluido el gas en su interior) **?** debe ser igual al del aire desplazado por el globo. La carne de un pez es más densa que el agua; sin embargo, el pez puede flotar mientras está sumergido porque tiene una cavidad llena de gas dentro de su cuerpo. Esto hace que la densidad *media* del pez sea igual a la del agua, de manera que su peso neto es igual al peso del agua que desplaza. Un cuerpo cuya densidad media es *menor* que la de un líquido puede flotar parcialmente sumergido en la superficie superior libre del líquido. Cuanto mayor es la densidad del líquido menor será la porción sumergida del cuerpo. Si nadamos en agua de mar (densidad 1030 kg/m^3), flotamos más que en agua dulce (1000 kg/m^3).

Otro ejemplo conocido es el hidrómetro, empleado para medir la densidad de los líquidos (figura 14.13a). El flotador calibrado se hunde en el fluido hasta que el peso del fluido que desplaza es exactamente igual a su propio peso. El hidrómetro flota *más alto* en los líquidos más densos que en los líquidos menos densos, y tiene una escala en el tallo superior que permite leer directamente la densidad. La figura 14.13b ilustra un tipo de hidrómetro de uso común para medir la densidad del ácido de un acumulador o del anticongelante. La base del tubo grande se sumerge en el líquido; se aprieta el bulbo para expulsar el aire y luego se suelta, como si fuera un gotero gigante. El líquido sube por el tubo exterior, y el hidrómetro flota en la muestra de líquido.

Ejemplo 14.5 Flotación

Una estatua de oro sólido de 15.0 kg de peso está siendo levantada de un barco hundido (figura 14.14a). ¿Qué tensión hay en el cable cuando la estatua está *a*) en reposo y totalmente sumergida, y *b*) en reposo y fuera del agua?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Cuando la estatua está sumergida, experimenta una fuerza de flotación hacia arriba igual en magnitud al peso del fluido desplazado. Para calcular la tensión, observamos que la estatua está en equilibrio (en reposo) y consideramos las tres fuerzas que actúan sobre ella: su peso, la fuerza de flotación y la tensión en el cable.

PLANTEAR: La figura 14.14b ilustra el diagrama de cuerpo libre de la estatua en equilibrio. La incógnita es la tensión T . Nos dan el peso mg y podemos calcular la fuerza de flotación B usando el principio de Arquímedes. Haremos esto para dos casos: *a*) cuando la estatua está sumergida en el agua y *b*) cuando está fuera del agua e inmersa en el aire.

EJECUTAR: *a*) Para calcular la fuerza de flotación, primero calculamos el volumen de la estatua usando la densidad del oro de la tabla 14.1:

$$V = \frac{m}{\rho_{\text{oro}}} = \frac{15.0 \text{ kg}}{19.3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3} = 7.77 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

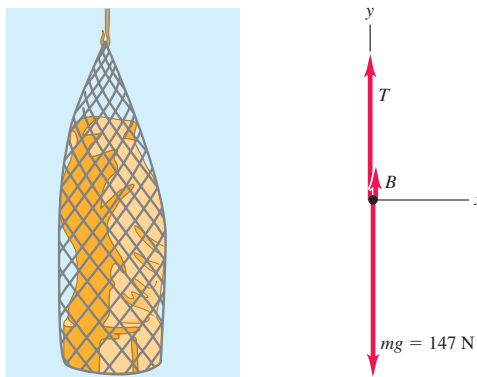
Usando otra vez la tabla 14.1, calculamos el peso de ese volumen de agua de mar:

$$\begin{aligned} w_{\text{am}} &= m_{\text{am}} g = \rho_{\text{am}} V g \\ &= (1.03 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(7.77 \times 10^{-4} \text{ m}^3)(9.80 \text{ m/s}^2) \\ &= 7.84 \text{ N} \end{aligned}$$

Esto es igual a la fuerza de flotación B .

14.14 ¿Cuál es la tensión en el cable que levanta la estatua?

a) Estatua inmersa y en equilibrio b) Diagrama de cuerpo libre de la estatua



La estatua está en reposo, así que la fuerza externa neta que actúa sobre ella es igual a cero. De acuerdo con la figura 14.14b,

$$\sum F_y = B + T + (-mg) = 0$$

$$\begin{aligned} T &= mg - B = (15.0 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) - 7.84 \text{ N} \\ &= 147 \text{ N} - 7.84 \text{ N} = 139 \text{ N} \end{aligned}$$

Si hay una balanza de resorte unida al extremo superior del cable, marcará 7.84 N menos de lo que marcaría si la estatua no estuviera sumergida en agua de mar. Por ello, la estatua sumergida parece pesar 139 N , cerca del 5% menos que su peso real de 147 N .

b) La densidad del aire es de cerca de 1.2 kg/m^3 , así que la fuerza de flotación del aire sobre la estatua es

$$B = \rho_{\text{aire}} V g = (1.2 \text{ kg/m}^3) (7.77 \times 10^{-4} \text{ m}^3) (9.80 \text{ m/s}^2) \\ = 9.1 \times 10^{-3} \text{ N}$$

Esto es sólo 62 millonésimas del peso real de la estatua. Este efecto es menor que la precisión de nuestros datos, así que lo despreciamos. Por lo tanto, la tensión en el cable con la estatua en el aire es igual al peso de la estatua, 147 N.

EVALUAR: Advierta que la fuerza de flotación es proporcional a la densidad del *fluido*, no a la densidad de la estatua. Cuanto más denso es el fluido, mayor será la fuerza de flotación y menor será la tensión en el cable. Si el fluido tuviera la misma densidad que la estatua, la fuerza de flotación sería igual al peso de la estatua y la tensión sería cero (el cable se aflojaría). Si el fluido fuera más denso que la estatua, la tensión sería *negativa*: la fuerza de flotación sería mayor que el peso de la estatua, y se requeriría una fuerza hacia abajo para evitar que la estatua se elevara.

Tensión superficial

Un objeto menos denso que el agua, como una pelota de playa inflada con aire, flota con una parte de su volumen bajo la superficie. Por otra parte, un *clip* puede descansar *sobre* una superficie de agua aunque su densidad es varias veces mayor que la del agua. Esto es un ejemplo de **tensión superficial**: la superficie del líquido se comporta como una membrana en tensión (figura 14.15). La tensión superficial se debe a que las moléculas del líquido ejercen fuerzas de atracción entre sí. La fuerza neta sobre una molécula dentro del volumen del líquido es cero, pero una molécula en la superficie es atraída hacia el volumen (figura 14.16). Por esa razón, el líquido tiende a reducir al mínimo su área superficial, tal como lo hace una membrana estirada.

La tensión superficial explica por qué las gotas de lluvia en caída libre son esféricas (*no* con forma de lágrima): una esfera tiene menor área superficial para un volumen dado que cualquier otra forma. También explica por qué se usa agua jabonosa caliente en el lavado de la ropa. Para lavarla bien, se debe hacer pasar el agua por los diminutos espacios entre las fibras (figura 14.17). Esto implica aumentar el área superficial del agua, lo que es difícil por la tensión superficial. La tarea se facilita aumentando la temperatura del agua y añadiendo jabón, pues ambas cosas reducen la tensión superficial.

La tensión superficial es importante para una gota de agua de 1 mm de diámetro, que tiene un área relativamente grande en comparación con su volumen. (Una esfera de radio r tiene área $4\pi r^2$ y volumen $(4\pi/3)r^3$. La razón entre la superficie y el área es $3/r$, y aumenta al disminuir el radio.) En cambio, si la cantidad de líquido es grande, la razón entre superficie y volumen es relativamente pequeña y la tensión superficial es insignificante en comparación con las fuerzas de presión. En el resto del capítulo, sólo consideraremos volúmenes grandes de fluidos, así que ignoraremos los efectos de la tensión superficial.

Evalúe su comprensión de la sección 14.3 Usted coloca un recipiente con agua de mar sobre una báscula y toma nota de la lectura que indica la báscula. Ahora usted suspende la estatua del ejemplo 14.5 en el agua (figura 14.18). ¿Cómo cambia la lectura de la báscula? i) Se incrementa en 7.84 N; ii) disminuye en 7.84 N; iii) permanece igual; iv) ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

14.18 ¿Cómo cambia la lectura de la báscula cuando la estatua se sumerge en el agua?



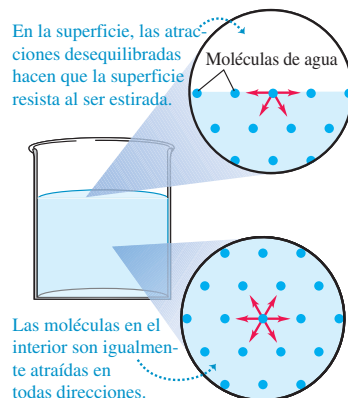
14.15 La superficie del agua actúa como membrana sometida a tensión, y permite a este insecto tejedor o zapatero de agua caminar literalmente sobre el agua.



14.16 Una molécula en la superficie es atraída hacia el volumen del líquido, y esto tiende a reducir el área superficial del líquido.

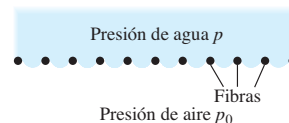
Las moléculas en un líquido son atraídas por moléculas vecinas.

En la superficie, las atracciones desequilibradas hacen que la superficie resista al ser estirada.



Las moléculas en el interior son igualmente atraídas en todas direcciones.

14.17 La tensión superficial dificulta el paso del agua por aberturas pequeñas. La presión requerida p del agua puede reducirse usando agua caliente con jabón, lo que reduce la tensión superficial.



14.4 Flujo de fluido

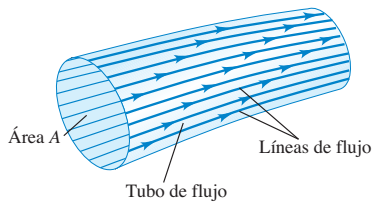
Ahora ya estamos preparados para considerar el *movimiento* de un fluido. El flujo de fluidos suele ser extremadamente complejo, como se aprecia en las corrientes de los rápidos de los ríos o en las flamas de una fogata, pero algunas situaciones se pueden representar con modelos idealizados relativamente simples. Un **fluido ideal** es *incompresible* (su densidad no puede cambiar) y no tiene fricción interna (llamada **viscosidad**). Los líquidos son aproximadamente incompresibles en casi todas las situaciones, y también podemos tratar un gas como incompresible si las diferencias de presión de una región a otra no son muy grandes. La fricción interna en un fluido causa esfuerzos de corte cuando dos capas adyacentes de fluido se mueven una en relación con la otra, como cuando un fluido fluye dentro de un tubo o alrededor de un obstáculo. En algunos casos, podemos despreciar estas fuerzas de corte en comparación con las fuerzas debidas a la gravedad y a diferencias de presión.

El trayecto de una partícula individual en un fluido en movimiento se llama **línea de flujo**. Si el patrón global de flujo no cambia con el tiempo, entonces tenemos un **flujo estable**. En un flujo estable, cada elemento que pasa por un punto dado sigue la misma línea de flujo. En este caso, el “mapa” de las velocidades del fluido en distintos puntos del espacio permanece constante, aunque la velocidad de una partícula específica pueda cambiar tanto en magnitud como en dirección durante su movimiento. Una **línea de corriente** es una curva cuya tangente en cualquier punto tiene la dirección de la velocidad del fluido en ese punto. Si el patrón de flujo cambia con el tiempo, las líneas de corriente no coinciden con las de flujo. Consideraremos sólo situaciones de flujo estable, en las que las líneas de flujo y las de corriente son idénticas.

Las líneas de flujo que pasan por el borde de un elemento de área imaginario, como el área A en la figura 14.19, forman un tubo llamado **tubo de flujo**. De acuerdo con la definición de línea de flujo, si el flujo es estable, el fluido no puede cruzar las paredes laterales de un tubo de flujo; los fluidos de diferentes tubos de flujo no pueden mezclarse.

La figura 14.20 ilustra patrones de flujo de fluidos de izquierda a derecha alrededor de varios obstáculos. Las fotografías se tomaron inyectando un tinte en el agua que fluye entre dos placas de vidrio cercanas. Estos patrones son representativos del **flujo laminar**, en el que capas adyacentes de fluido se deslizan suavemente una sobre otra, y el flujo es estable. (Una *lámina* es una hoja delgada.) Si la tasa de flujo es suficientemente alta, o si las superficies de frontera causan cambios abruptos en la velocidad, el flujo puede volverse irregular y caótico. Esto se llama **flujo turbulento** (figura 14.21). En flujo turbulento no hay un patrón de estado estable; el patrón de flujo cambia continuamente.

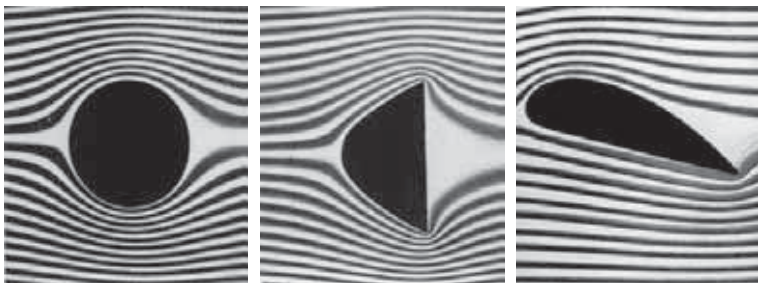
14.19 Tubo de flujo delimitado por líneas de flujo. En flujo estable, el fluido no puede cruzar las paredes de un tubo de flujo.



La ecuación de continuidad

La masa de un fluido en movimiento no cambia al fluir. Esto conduce a una relación cuantitativa importante llamada **ecuación de continuidad**. Considere una porción de un tubo de flujo entre dos secciones transversales estacionarias con áreas A_1 y A_2 (fi-

14.20 Flujo laminar alrededor de obstáculos con diferente forma.



14.21 El flujo de humo que sale de estas varas de incienso es laminar hasta cierto punto; luego se vuelve turbulento.



gura 14.22). Los valores de la rapidez del fluido en estas secciones son v_1 y v_2 , respectivamente. No fluye fluido a través de los costados del tubo porque la velocidad del fluido es tangente a la pared en todos sus puntos. Durante un breve intervalo de tiempo dt , el fluido en A_1 se mueve una distancia $v_1 dt$, así que un cilindro de fluido de altura $v_1 dt$ y volumen $dV_1 = A_1 v_1 dt$ fluye hacia el tubo a través de A_1 . Durante ese mismo lapso, un cilindro de volumen $dV_2 = A_2 v_2 dt$ sale del tubo a través de A_2 .

Consideremos primero el caso de un fluido incompresible cuya densidad ρ tiene el mismo valor en todos los puntos. La masa dm_1 que fluye al tubo por A_1 en el tiempo dt es $dm_1 = \rho A_1 v_1 dt$. De manera similar, la masa dm_2 que sale por A_2 en el mismo tiempo es $dm_2 = \rho A_2 v_2 dt$. En flujo estable, la masa total en el tubo es constante, así que $dm_1 = dm_2$ y

$$\rho A_1 v_1 dt = \rho A_2 v_2 dt \quad \text{o bien,}$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (\text{ecuación de continuidad, fluido incompresible}) \quad (14.10)$$

El producto Av es la *tasa de flujo de volumen* dV/dt , la rapidez con que el volumen cruza una sección del tubo:

$$\frac{dV}{dt} = Av \quad (\text{tasa de flujo de volumen}) \quad (14.11)$$

La tasa de flujo de *masa* es el flujo de masa por unidad de tiempo a través de una sección transversal, y es igual a la densidad ρ multiplicada por la tasa de flujo de volumen dV/dt .

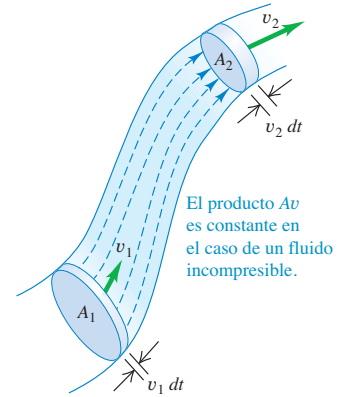
La ecuación (14.10) indica que la tasa de flujo de volumen tiene el mismo valor en todos los puntos a lo largo de cualquier tubo de flujo. Si la sección transversal de un tubo de flujo disminuye, la rapidez aumenta, y viceversa. La parte profunda de un río tiene mayor área transversal y una corriente más lenta que la parte superficial, pero las tasas de flujo de volumen son iguales en los dos puntos. El chorro de agua que sale de un grifo se adelgaza al adquirir rapidez durante su caída, pero dV/dt tiene el mismo valor en todo el chorro. Si un tubo de agua de 2 cm de diámetro se conecta a un tubo de 1 cm de diámetro, la rapidez de flujo es cuatro veces más grande en el segundo tubo que en el primero.

Podemos generalizar la ecuación (14.10) para el caso en que el fluido *no* es incompresible. Si ρ_1 y ρ_2 son las densidades en las secciones 1 y 2, entonces

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \quad (\text{ecuación de continuidad, fluido compresible}) \quad (14.12)$$

Si el fluido es más denso en el punto 2 que en el punto 1 ($\rho_1 > \rho_2$), la tasa de flujo de volumen en el punto 2 será menor que en el punto 1 ($A_2 v_2 < A_1 v_1$). Dejamos los detalles al lector (véase el ejercicio 14.38). Si el fluido es incompresible, de manera que ρ_1 y ρ_2 siempre son iguales, la ecuación (14.12) se reduce a la ecuación (14.10).

14.22 Tubo de flujo con área de sección transversal cambiante. Si el fluido es incompresible, el producto Av tiene el mismo valor en todos los puntos a lo largo del tubo.



Ejemplo 14.6 Flujo de fluido incompresible

Como parte de un sistema de lubricación para maquinaria pesada, un aceite con densidad de 850 kg/m^3 se bombea a través de un tubo cilíndrico de 8.0 cm de diámetro a razón de 9.5 litros por segundo. *a)* Calcule la rapidez del aceite y la tasa de flujo de masa. *b)* Si el diámetro del tubo se reduce a 4.0 cm, ¿qué nuevos valores tendrán la rapidez y la tasa de flujo de volumen? Suponga que el aceite es incompresible.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: El punto clave es que el fluido es incompresible, de manera que podemos basarnos en la ecuación de continuidad para relacionar la tasa de flujo de masa, la tasa de flujo de volumen, el área del tubo de flujo y la rapidez de flujo.

PLANTEAR: Usaremos la definición de tasa de flujo de volumen, ecuación (14.11), para determinar la rapidez v_1 en la sección de 8.0 cm de diámetro. La tasa de flujo de masa es el producto de la densidad y la tasa de flujo de volumen. La ecuación de continuidad para flujo incompresible, ecuación (14.10), nos permite obtener la rapidez v_2 en la sección de 4.0 cm de diámetro.

EJECUTAR: *a)* La tasa de flujo de volumen dV/dt es igual al producto $A_1 v_1$, donde A_1 es el área de sección transversal del tubo de 8.0 cm de diámetro (y radio de 4.0 cm). Por lo tanto,

$$v_1 = \frac{dV/dt}{A_1} = \frac{(9.5 \text{ L/s})(10^{-3} \text{ m}^3/\text{L})}{\pi(4.0 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 1.9 \text{ m/s}$$

continúa

La tasa de flujo de masa es $\rho dV/dt = (850 \text{ kg/m}^3)(9.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}) = 8.1 \text{ kg/s}$.

b) Puesto que el aceite es incompresible, la tasa de flujo de volumen tiene el *mismo* valor (9.5 L/s) en ambas secciones del tubo. De acuerdo con la ecuación (14.10),

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = \frac{\pi(4.0 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{\pi(2.0 \times 10^{-2} \text{ m})^2} (1.9 \text{ m/s}) = 7.6 \text{ m/s}$$

EVALUAR: La segunda sección de tubo tiene la mitad del diámetro y la cuarta parte del área transversal de la primera sección. Por consiguiente, la rapidez debe ser cuatro veces mayor en la segunda sección, y eso es precisamente lo que indica nuestro resultado ($v_2 = 4v_1$).

Evalúe su comprensión de la sección 14.4 Una cuadrilla de mantenimiento está trabajando en una sección de una carretera de tres carriles, dejando un solo carril abierto al tránsito. El resultado es un flujo de tránsito mucho más lento (un embotellamiento). ¿Los automóviles en la carretera se comportan como i) moléculas de un fluido incompresible o ii) moléculas de un fluido compresible?

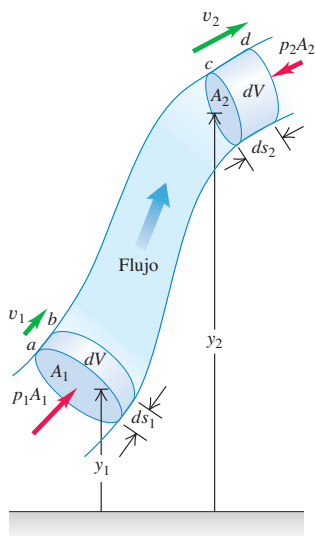


14.5 Ecuación de Bernoulli

Según la ecuación de continuidad, la rapidez de flujo de un fluido puede variar a lo largo de las trayectorias del fluido. La presión también puede variar; depende de la altura, al igual que en la situación estática (sección 14.2) y también de la rapidez de flujo. Podemos deducir una relación importante, llamada *ecuación de Bernoulli*, que relaciona la presión, la rapidez de flujo y la altura para el flujo de un fluido ideal. La ecuación de Bernoulli es una herramienta indispensable para analizar los sistemas de plomería, las plantas hidroeléctricas y el vuelo de los aviones.

La dependencia de la presión con respecto a la rapidez se deduce de la ecuación de continuidad, ecuación (14.10). Si un fluido incompresible fluye por un tubo con sección transversal variable, su rapidez *debe* cambiar, así que un elemento de fluido debe tener una aceleración. Si el tubo es horizontal, la fuerza que causa esta aceleración debe ser aplicada por el fluido circundante. Esto implica que la presión *debe* ser diferente en regiones con diferente sección transversal; si fuera la misma en todos lados, la fuerza neta sobre cada elemento de fluido sería cero. Cuando un tubo horizontal se estrecha y un elemento de fluido se acelera, debe estar moviéndose hacia una región de menor presión para tener una fuerza neta hacia delante que lo acelere. Si la altura también cambia, esto provoca una diferencia de presión adicional.

14.23 Deducción de la ecuación de Bernoulli. El trabajo neto realizado sobre un elemento de fluido por la presión del fluido circundante es igual al cambio en la energía cinética más el cambio en la energía potencial gravitacional.



Deducción de la ecuación de Bernoulli

Para deducir la ecuación de Bernoulli, aplicamos el teorema del trabajo y la energía al fluido en una sección de un tubo de flujo. En la figura 14.23, consideramos el elemento de fluido que en algún instante inicial está entre las dos secciones transversales *a* y *c*. Los valores de la rapidez en los extremos inferior y superior son v_1 y v_2 . En un pequeño intervalo de tiempo dt , el fluido que está en *a* se mueve a *b*, una distancia $ds_1 = v_1 dt$, y el fluido que está inicialmente en *c* se mueve a *d*, una distancia $ds_2 = v_2 dt$. Las áreas transversales en los dos extremos son A_1 y A_2 , como se indica. El fluido es incompresible, así que, por la ecuación de continuidad [ecuación (14.10)], el volumen de fluido dV que pasa por *cualquier* sección transversal durante el tiempo dt es el mismo. Es decir, $dV = A_1 ds_1 = A_2 ds_2$.

Calculemos el *trabajo* efectuado sobre este elemento de fluido durante dt . Suponemos que la fricción interna del fluido es despreciable (es decir, no hay viscosidad), así que las únicas fuerzas no gravitacionales que efectúan trabajo sobre el elemento fluido se deben a la presión del fluido circundante. Las presiones en los dos extremos son p_1 y p_2 ; la fuerza sobre la sección transversal en *a* es $p_1 A_1$, y la fuerza en *c* es $p_2 A_2$. El trabajo neto dW efectuado sobre el elemento por el fluido circundante durante este desplazamiento es, por lo tanto,

$$dW = p_1 A_1 ds_1 - p_2 A_2 ds_2 = (p_1 - p_2) dV \quad (14.13)$$

El segundo término tiene signo negativo porque la fuerza en *c* se opone al desplazamiento del fluido.

El trabajo dW se debe a fuerzas distintas de la fuerza de gravedad conservadora, así que es igual al cambio en la energía mecánica total (energía cinética más energía potencial gravitacional) asociada al elemento fluido. La energía mecánica para el flui-

do entre las secciones b y c no cambia. Al principio de dt , el fluido entre a y b tiene volumen $A_1 ds_1$, masa $\rho A_1 ds_1$ y energía cinética $\frac{1}{2}\rho(A_1 ds_1)v_1^2$. Al final de dt , el fluido entre c y d tiene energía cinética $\frac{1}{2}\rho(A_2 ds_2)v_2^2$. El cambio neto de energía cinética dK durante dt es

$$dK = \frac{1}{2}\rho dV(v_2^2 - v_1^2) \quad (14.14)$$

¿Y qué hay del cambio en la energía potencial gravitacional? Al iniciar dt , la energía potencial para la masa que está entre a y b es $dm gy_1 = \rho dV gy_1$. Al final de dt , la energía potencial para la masa que está entre c y d es $dm gy_2 = \rho dV gy_2$. El cambio neto de energía potencial dU durante dt es

$$dU = \rho dV g(y_2 - y_1) \quad (14.15)$$

Combinando las ecuaciones (14.13), (14.14) y (14.15) en la ecuación de energía $dW = dK + dU$, obtenemos

$$\begin{aligned} (p_1 - p_2) dV &= \frac{1}{2}\rho dV(v_2^2 - v_1^2) + \rho dV g(y_2 - y_1) \\ p_1 - p_2 &= \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(y_2 - y_1) \end{aligned} \quad (14.16)$$

Ésta es la **ecuación de Bernoulli**, y dice que el trabajo efectuado sobre una unidad de volumen de fluido por el fluido circundante es igual a la suma de los cambios de las energías cinética y potencial por unidad de volumen que ocurren durante el flujo. También podemos interpretar la ecuación (14.16) en términos de presiones. El primer término de la derecha es la diferencia de presión asociada al cambio de rapidez del fluido; el segundo término a la derecha es la diferencia de presión adicional causada por el peso del fluido y la diferencia de altura de los dos extremos.

También podemos expresar la ecuación (14.16) en una forma más práctica:

$$p_1 + \rho gy_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho gy_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad (\text{ecuación de Bernoulli}) \quad (14.17)$$

Los subíndices 1 y 2 se refieren a dos puntos *cualesquiera* del tubo de flujo, así que también podemos escribir

$$p + \rho gy + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{constante} \quad (14.18)$$

Observe que si el fluido *no* se mueve ($v_1 = v_2 = 0$), la ecuación (14.17) se reduce a la relación de presión que dedujimos para un fluido en reposo [ecuación (14.5)].

CUIDADO El principio de Bernoulli se aplica sólo en ciertas situaciones. Subrayamos de nuevo que la ecuación de Bernoulli sólo es válida para un flujo estable de un fluido incompresible sin fricción interna (sin viscosidad). Es una ecuación sencilla y fácil de usar; ¡cuidado de no aplicarla en situaciones en que no es válida! ■

Estrategia para resolver problemas 14.1

Ecuación de Bernoulli



La ecuación de Bernoulli se deduce del teorema del trabajo y la energía, así que no debe sorprender que gran parte de las estrategias sugeridas en la sección 7.1 se apliquen aquí.

IDENTIFICAR los conceptos relevantes: Primero, asegúrese de que el flujo del fluido sea estable y que el fluido sea incompresible y no tenga fricción interna. Este caso es una idealización, pero se acerca mucho a la realidad en el caso de fluidos que fluyen por tubos suficientemente grandes y en el de flujos dentro de grandes cantidades de flu-

do (por ejemplo, el aire que fluye alrededor de un avión o el agua que fluye alrededor de un pez).

PLANTEAR el problema siguiendo estos pasos:

1. Siempre comience por identificar claramente los puntos 1 y 2 a los que se refiere la ecuación de Bernoulli.
2. Defina su sistema de coordenadas, sobre todo el nivel en que $y = 0$.

continúa

3. Elabore listas de las cantidades conocidas y desconocidas de la ecuación (14.17). Las variables son p_1 , p_2 , v_1 , v_2 , y_1 y y_2 , y las constantes son ρ y g . Defina qué incógnitas debe determinar.

EJECUTAR la solución como sigue: Escriba la ecuación de Bernoulli y despeje las incógnitas. En algunos problemas, habrá que usar la ecuación de continuidad, ecuación (14.10), para tener una relación entre los dos valores de rapidez en términos de áreas transversales de tubos o recipientes. O tal vez se tienen ambos valores de rapidez y hay

que determinar una de las áreas. Tal vez necesite también la ecuación (14.11) para calcular la tasa de flujo de volumen.

EVALUAR la respuesta: Como siempre, verifique que los resultados sean lógicos desde el punto de vista de la física. Compruebe que las unidades sean congruentes. En el SI, la presión está en Pa, la densidad en kg/m^3 y la rapidez en m/s . Recuerde también que las presiones deben ser todas absolutas o todas manométricas.

Ejemplo 14.7 Presión de agua en el hogar

En una casa entra agua por un tubo con diámetro interior de 2.0 cm a una presión absoluta de $4.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ (unas 4 atm). Un tubo de 1.0 cm de diámetro va al cuarto de baño del segundo piso, 5.0 m más arriba (figura 14.24). La rapidez de flujo en el tubo de entrada es de 1.5 m/s. Calcule la rapidez de flujo, la presión y la tasa de flujo de volumen en el cuarto de baño.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Suponemos que el agua fluye a una tasa constante. El tubo tiene un diámetro relativamente grande, de manera que es razonable ignorar la fricción interna. El agua es más bien incompresible, por lo que es una buena aproximación utilizar la ecuación de Bernoulli.

PLANTEAR: Tomamos los puntos 1 y 2 en el tubo de entrada y el cuarto de baño, respectivamente. Nos dan la rapidez v_1 y la presión p_1 , en el tubo de entrada, y los diámetros de los tubos en los puntos 1 y 2 (con lo cual podemos calcular las áreas A_1 y A_2). Tomamos $y_1 = 0$ (en la entrada) y $y_2 = 5.0 \text{ m}$ (en el cuarto de baño). Las dos primeras incógnitas son la rapidez v_2 y la presión p_2 . Puesto que tenemos más de una incógnita, usamos tanto la ecuación de Bernoulli como la ecuación de continuidad para un fluido incompresible. Una vez que obtengamos v_2 , calcularemos la tasa de flujo de volumen $v_2 A_2$ en el punto 2.

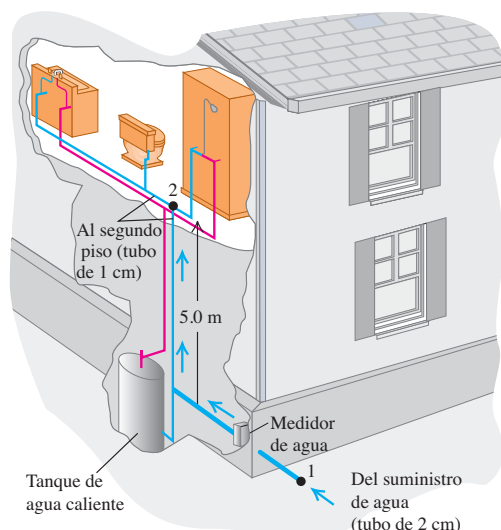
EJECUTAR: La rapidez v_2 en el cuarto de baño se obtiene de la ecuación de continuidad, ecuación (14.10):

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = \frac{\pi (1.0 \text{ cm})^2}{\pi (0.50 \text{ cm})^2} (1.5 \text{ m/s}) = 6.0 \text{ m/s}$$

Nos dan p_1 y v_1 , y podemos obtener p_2 con la ecuación de Bernoulli, ecuación (14.16):

$$\begin{aligned} p_2 &= p_1 - \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) - \rho g (y_2 - y_1) = 4.0 \times 10^5 \text{ Pa} \\ &\quad - \frac{1}{2} (1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3) (36 \text{ m}^2/\text{s}^2 - 2.25 \text{ m}^2/\text{s}^2) \\ &\quad - (1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3) (9.8 \text{ m/s}^2) (5.0 \text{ m}) \\ &= 4.0 \times 10^5 \text{ Pa} - 0.17 \times 10^5 \text{ Pa} - 0.49 \times 10^5 \text{ Pa} \\ &= 3.3 \times 10^5 \text{ Pa} = 3.3 \text{ atm} = 48 \text{ lb/in}^2 \end{aligned}$$

14.24 ¿Qué presión tiene el agua en el cuarto de baño del segundo piso de esta casa?



La tasa de flujo de volumen es

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= A_2 v_2 = \pi (0.50 \times 10^{-2} \text{ m})^2 (6.0 \text{ m/s}) \\ &= 4.7 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} = 0.47 \text{ L/s} \end{aligned}$$

EVALUAR: Ésta es una tasa de flujo razonable para un lavabo o ducha. Advierta que, al cerrar el agua, v_1 y v_2 son cero, el término $\frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$ de la ecuación de la presión desaparece, y la presión sube a $3.5 \times 10^5 \text{ Pa}$.

Ejemplo 14.8 Rapidez de salida

La figura 14.25 ilustra un tanque de almacenamiento de gasolina con área transversal A_1 , lleno hasta una altura h . El espacio arriba de la gasolina contiene aire a p_0 y la gasolina sale por un tubo corto de área A_2 . Deduzca expresiones para la rapidez de flujo en el tubo y la tasa de flujo de volumen.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Podemos considerar todo el volumen de líquido en movimiento como un solo tubo de flujo de un fluido incompresible con fricción interna despreciable. Por lo tanto, podemos usar el principio de Bernoulli.

PLANTEAR: Los puntos 1 y 2 en la figura 14.25 están en la superficie de la gasolina y en el tubo corto de salida, respectivamente. En el punto 1, la presión es p_0 ; en el punto 2, la presión es la atmosférica, p_{atm} . Tomamos $y = 0$ en el tubo de salida, así que $y_1 = h$ y $y_2 = 0$. Puesto que A_1 es mucho mayor que A_2 , el nivel de la gasolina en el tanque bajará con mucha lentitud, así que prácticamente podemos considerar que v_1 es igual a cero. Obtendremos la variable buscada v_2 con la ecuación (14.17) y la tasa de flujo de volumen con la ecuación (14.11).

EJECUTAR: Aplicando la ecuación de Bernoulli a los puntos 1 y 2, tenemos

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh = p_{\text{atm}} + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g(0)$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2\left(\frac{p_0 - p_{\text{atm}}}{\rho}\right) + 2gh$$

Con $v_1 = 0$, tenemos

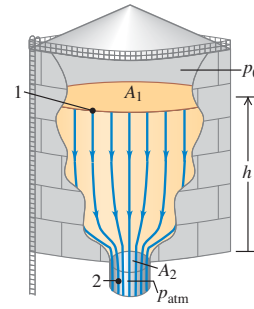
$$v_2^2 = 2\left(\frac{p_0 - p_{\text{atm}}}{\rho}\right) + 2gh$$

De acuerdo con la ecuación (14.11), la tasa de flujo de volumen es $dV/dt = v_2 A_2$.

EVALUAR: La rapidez v_2 , conocida como *rapidez de salida*, depende tanto de la diferencia de presión ($p_0 - p_{\text{atm}}$) como de la altura h del líquido en el tanque. Si el tanque está abierto por arriba a la atmósfera, no habrá exceso de presión: $p_0 = p_{\text{atm}}$ y no hay diferencia de presión: $p_0 - p_{\text{atm}} = 0$. En ese caso,

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

14.25 Cálculo de la rapidez de salida de gasolina por el fondo de un tanque de almacenamiento.



Esto es, la rapidez de salida por una abertura a una distancia h bajo la superficie del líquido es la *misma* que adquiriría un cuerpo al caer libremente una altura h . Este resultado es el *teorema de Torricelli* y es válido no sólo para una abertura en la base de un recipiente, sino también para un agujero en una pared a una profundidad h bajo la superficie. En este caso, la tasa de flujo de volumen es

$$\frac{dV}{dt} = A_2 \sqrt{2gh}$$

Ejemplo 14.9 El medidor Venturi

La figura 14.26 ilustra un *medidor Venturi*, que se usa para medir la rapidez de flujo en un tubo. La parte angosta del tubo se llama *garganta*. Deduzca una expresión para la rapidez de flujo v_1 en términos de las áreas transversales A_1 y A_2 y la diferencia de altura h del líquido en los dos tubos verticales.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: El flujo es estable y suponemos que el fluido es incompresible y que tiene fricción interna despreciable. Por lo tanto, podemos utilizar la ecuación de Bernoulli.

PLANTEAR: Aplicamos la ecuación de Bernoulli a las partes ancha (punto 1) y angosta (punto 2) del tubo. La diferencia de altura entre los dos tubos verticales indica la diferencia de presión entre los puntos 1 y 2.

EJECUTAR: Los dos puntos tienen la misma coordenada vertical ($y_1 = y_2$), así que la ecuación (14.17) dice

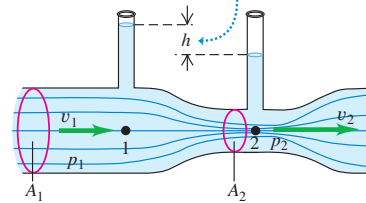
$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

De acuerdo con la ecuación de continuidad, $p_2 = (A_1/A_2)v_1$. Sustituyendo y reordenando, obtenemos

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right)$$

14.26 El medidor Venturi.

La diferencia de altura es resultado de la presión reducida en la garganta (punto 2).



De acuerdo con la sección 14.2, la diferencia de presión $p_1 - p_2$ también es igual a ρgh , donde h es la diferencia de nivel del líquido en los dos tubos. Combinando esto con el resultado anterior y despejando v_1 , obtenemos

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{(A_1/A_2)^2 - 1}}$$

EVALUAR: Puesto que A_1 es mayor que A_2 , v_2 es mayor que v_1 y la presión p_2 en la garganta es *menor* que p_1 . Una fuerza neta a la derecha acelera el fluido al entrar en la garganta, y una fuerza neta a la izquierda lo frena al salir.

Ejemplo conceptual 14.10 Sustentación en el ala de un avión

La figura 14.27a muestra líneas de flujo alrededor de un corte del ala de un avión. Las líneas se aprietan arriba del ala, lo que corresponde a una mayor rapidez de flujo y una presión reducida en esta región, igual que en la garganta del medidor Venturi. La fuerza que actúa hacia arriba sobre el lado inferior del ala es mayor que la que actúa hacia abajo sobre el lado superior; hay una fuerza neta hacia arriba, o *sustentación*. La sustentación no se debe sólo al impulso del aire que incide bajo el ala; de hecho, la presión reducida en la superficie superior del ala es lo que más contribuye a la sustentación. (Esta explicación muy simplificada no considera la formación de vórtices; un análisis más completo los tendría en cuenta.)

También podemos entender la fuerza de sustentación en términos de cambios de cantidad de movimiento. La figura 14.27a indica que hay un cambio neto *hacia abajo* en la componente vertical de la cantidad de movimiento del aire que fluye por el ala, correspondiente a la fuerza descendente que el ala ejerce sobre el aire. La fuerza de reacción que actúa *sobre* el ala es *hacia arriba*, como habíamos visto.

Se observa un patrón de flujo y una fuerza de sustentación similares en las inmediaciones de cualquier objeto saliente cuando hace viento. Cuando sopla un viento bastante intenso, la fuerza de sustentación que actúa sobre la parte superior de un paraguas abierto puede hacer que éste se doble hacia arriba. También actúa una fuerza de sustentación sobre un automóvil que va a gran velocidad porque el aire se mueve sobre el techo curvo del vehículo. Esa sustentación puede reducir la tracción de los neumáticos, y es por ello que muchos automóviles están equipados con un alerón aerodinámico (*spoiler*) en la parte trasera. El alerón se parece a una ala invertida y provee una fuerza descendente que actúa sobre las ruedas traseras.

⚠ CUIDADO Una interpretación equívoca acerca de las alas

Las explicaciones simplificadas de las alas a menudo afirman que el aire viaja más rápido sobre la parte superior de un ala porque “tiene que viajar una mayor distancia”. Esta imagen supone que dos moléculas adyacentes de aire que toman direcciones distintas en la parte anterior del ala —una que se dirige por encima de la superficie superior del ala y la otra por debajo de la superficie inferior— deben encontrarse de nuevo en el borde posterior. ¡Pero no es así! La figura 14.27b presenta una simulación de computadora de parcelas de aire que fluyen alrededor del ala de un avión. Las parcelas de aire adyacentes en la parte anterior del ala *no* se encuentran en la parte posterior, porque el flujo sobre la parte superior del ala en realidad es más rápido que en la imagen simplificada (e incorrecta). De acuerdo con la ecuación de Bernoulli, esta mayor rapidez significa que hay una presión incluso menor por encima del ala (y, por lo tanto, una mayor sustentación) que lo que sugiere la descripción simplificada. ■

14.27 a) Líneas de flujo alrededor del ala de un avión. La cantidad de movimiento de una parcela de aire (relativa al ala) es $\vec{p}_i$ antes de llegar al ala y $\vec{p}_f$ después. **b)** Simulación de la computadora de parcelas de aire que fluyen alrededor del ala de un avión.

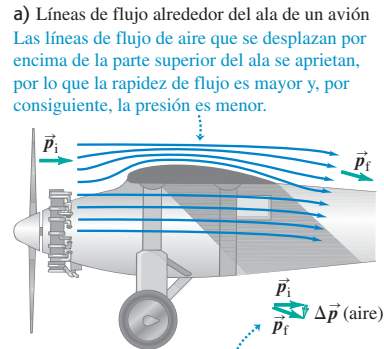


Imagen de parcelas de aire que fluyen alrededor del ala de un avión; en ella se observa que el aire va mucho más rápido por encima de la parte superior que por debajo de la parte inferior (y que las parcelas de aire que están juntas en el borde anterior del ala ¡no se encuentran en el borde posterior!)

Evalúe su comprensión de la sección 14.5 ¿Cuál es el enunciado más exacto del principio de Bernoulli? i) El aire que se desplaza rápidamente provoca presión más baja. ii) La presión más baja provoca que el aire se desplace rápido. iii) Ambas afirmaciones (i y ii) son igualmente exactas.

***14.6 Viscosidad y turbulencia**

Al hablar del flujo de fluidos supusimos que el fluido no tenía fricción interna y que el flujo era laminar. Aunque en muchos casos esos supuestos son válidos, en muchas situaciones físicas importantes los efectos de la viscosidad (fricción interna) y la turbulencia (flujo no laminar) son extremadamente importantes. Examinemos someramente algunas de esas situaciones.

Viscosidad

La **viscosidad** es fricción interna en un fluido. Las fuerzas viscosas se oponen al movimiento de una porción de un fluido en relación con otra. La viscosidad es la razón por la que se dificulta remar una canoa en aguas tranquilas, pero también es lo que hace que funcione el remo. Los efectos de la viscosidad son importantes en el flujo de fluidos en las tuberías, en el flujo de la sangre, en la lubricación de las partes de un motor y en muchas otras situaciones.

Los fluidos que fluyen con facilidad, como el agua y la gasolina, tienen menor viscosidad que los líquidos “espesos” como la miel o el aceite para motor. Las viscosidades de todos los fluidos dependen mucho de la temperatura, aumentan para los gases y disminuyen para los líquidos al subir la temperatura (figura 14.28). Un objetivo importante en el diseño de aceites para lubricar motores es *reducir* tanto como sea posible la variación de la viscosidad con la temperatura.

Un fluido viscoso tiende a adherirse a una superficie sólida que está en contacto con ella. Siempre hay una *capa de frontera* delgada de fluido cerca de la superficie, en la que el fluido está casi en reposo respecto a ella. Por eso, las partículas de polvo pueden adherirse al aspa de un ventilador aun cuando esté girando rápidamente, y por eso no podemos limpiar bien un auto con sólo dirigir el chorro de agua de una manguera hacia él.

La viscosidad tiene efectos importantes sobre el flujo de los líquidos a través de tuberías, y esto incluye el flujo de la sangre por el sistema circulatorio. Pensemos primero en un fluido con cero viscosidad para poder aplicar la ecuación de Bernoulli, ecuación (14.17). Si los dos extremos de un tubo cilíndrico largo están a la misma altura ($y_1 = y_2$) y la rapidez de flujo es la misma en ambos extremos ($v_1 = v_2$), la ecuación de Bernoulli nos indica que la presión es la misma en ambos extremos. Sin embargo, este resultado simplemente no es válido si tomamos en cuenta la viscosidad. Para ver por qué, considere la figura 14.29, que muestra el perfil de rapidez de flujo para el flujo laminar de un fluido viscoso en un tubo cilíndrico largo. Debido a la viscosidad, la rapidez es *cero* en las paredes del tubo (a las que se adhiere el fluido) y máxima en el centro del tubo. El movimiento semeja muchos tubos concéntricos que se deslizan unos en relación con otros, con el tubo central moviéndose más rápidamente y el más exterior en reposo. Las fuerzas viscosas entre los tubos se oponen a este deslizamiento, de manera que si queremos mantener el flujo, deberemos aplicar una mayor presión atrás del flujo que adelante de él. Por eso también necesitamos seguir apretando un tubo de pasta dentífrica o un envase de salsa de tomate (ambos fluidos viscosos) para que siga saliendo el fluido del interior. Los dedos aplican detrás del flujo una presión mucho mayor que la presión atmosférica al frente del flujo.

La diferencia de presión requerida para mantener una tasa determinada de flujo de volumen a través de un tubo cilíndrico de longitud L y radio R resulta ser proporcional a L/R^4 . Si disminuimos R a la mitad, la presión requerida aumenta $2^4 = 16$ veces; si disminuimos R en un factor de 0.90 (una reducción del 10%), la diferencia de presión requerida aumentará en un factor de $(1/0.90)^4 = 1.52$ (un aumento del 52%). Esta sencilla relación explica el vínculo entre una dieta alta en colesterol (que tiende a reducir el diámetro de las arterias) y una presión arterial elevada. Debido a la dependencia R^4 , incluso un leve estrechamiento de las arterias puede elevar considerablemente la presión arterial y forzar el músculo cardíaco.

Turbulencia

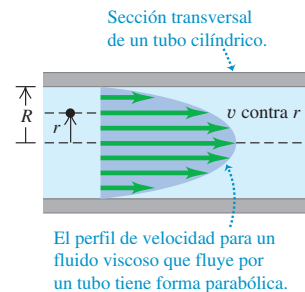
Si la rapidez de un fluido que fluye excede cierto valor crítico, el flujo deja de ser laminar. El patrón de flujo se vuelve muy irregular y complejo, y cambia continuamente con el tiempo; no hay patrón de estado estable. Este flujo irregular y caótico se denomina **turbulencia**. La figura 14.21 muestra el contraste entre flujo laminar y turbulento para humo que asciende en el aire. La ecuación de Bernoulli *no* es aplicable a regiones de turbulencia, pues el flujo no es estable.

El hecho de que un flujo sea laminar o turbulento depende en parte de la viscosidad del fluido. Cuanto mayor es la viscosidad, mayor es la tendencia del fluido a fluir en capas y es más probable que el flujo sea laminar. (Cuando hablamos de la ecuación

14.28 La lava es un ejemplo de fluido viscoso. La viscosidad disminuye al aumentar la temperatura: cuanto más caliente está la lava, más fácilmente fluye.



14.29 Perfil de velocidad para un fluido viscoso en un tubo cilíndrico.

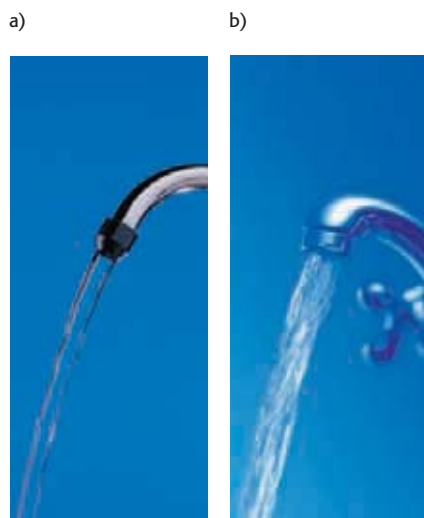


de Bernoulli en la sección 14.5, supusimos que el flujo era laminar y que el fluido tenía cero viscosidad. De hecho, se requiere *un poco* de viscosidad para asegurar que el flujo sea laminar.)

Para un fluido de cierta viscosidad, la rapidez de flujo es un factor determinante para que exista turbulencia. Un patrón de flujo que es estable a baja velocidad se vuelve inestable de repente cuando se alcanza una rapidez crítica. Las irregularidades en el patrón de flujo pueden deberse a asperezas en la pared del tubo, variaciones en la densidad del fluido y muchos otros factores. Si la rapidez de flujo es baja, estas perturbaciones se eliminan por amortiguamiento; el patrón de flujo es *estable* y tiende a mantener su naturaleza laminar (figura 14.30a). Sin embargo, cuando se alcanza la rapidez crítica, el patrón de flujo se vuelve inestable; las perturbaciones ya no se amortiguan, sino que crecen hasta destruir el patrón de flujo laminar (figura 14.30b).

El flujo de sangre normal en la aorta humana es laminar, pero una alteración pequeña, como una patología cardíaca, puede hacer que el flujo se vuelva turbulento. La turbulencia hace ruido; por ello, escuchar el flujo sanguíneo con un estetoscopio es un procedimiento de diagnóstico útil.

14.30 El flujo de agua de un grifo es a) laminar cuando sale a baja rapidez, pero b) turbulento cuando tiene rapidez suficientemente alta.



Ejemplo conceptual 14.11 La curva

¿Un lanzamiento de curva en béisbol es *realmente* una curva? Sin duda, y la razón es la turbulencia. La figura 14.31a muestra una bola que se mueve en el aire de izquierda a derecha. Para un observador que se mueve junto con el centro de la bola, la corriente de aire parece moverse de derecha a izquierda, como indican las líneas de flujo de la figura. Las velocidades suelen ser altas (cerca de 160 km/h), así que hay una región de flujo *turbulento* detrás de la bola.

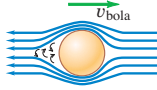
La figura 14.31b ilustra una bola que *gira* con “top spin”. Las capas de aire cerca de la superficie de la bola son llevadas en la dirección del giro por la fricción entre la bola y el aire, así como por la fricción interna (viscosidad) del aire. La rapidez del aire en relación con la superficie de la bola se hace menor en la parte de arriba de la bola que en la parte de abajo, y la turbulencia se presenta más hacia delante en el lado de arriba que en el de abajo. Esta asimetría provoca una diferencia de presión; la presión media en la parte de arriba de la bola ahora es mayor que abajo. La fuerza neta desvía la bola hacia abajo, como se observa en la figura 14.31c. Por esa razón se usa el “top spin” en tenis para evitar que un servicio rápido se salga de la cancha (figura 14.31d).

En un lanzamiento de curva en béisbol, la bola gira alrededor de un eje casi vertical, y la desviación real es hacia un lado. En un caso así, la figura 14.31e es una vista *superior* de la situación. Una curva lanzada por un lanzador zurdo se curva *hacia* un bateador diestro, y es más difícil golpearla (figura 14.31e).

Un efecto similar se presenta con las pelotas de golf, que siempre tienen un “giro hacia atrás” por el impacto con la cara inclinada del palo. La diferencia de presión resultante entre la parte de arriba y de abajo de la bola provoca una fuerza de sustentación que mantiene la bola en el aire mucho más tiempo del que sería posible sin el giro. Un golpe fuerte bien dado parece hacer que la bola “flote” o incluso se curve *hacia arriba* durante la parte inicial del vuelo. Éste es un efecto real, no una ilusión. Los hoyuelos de la pelota desempeñan un papel fundamental; la viscosidad del aire hace que una bola sin hoyuelos tenga una trayectoria mucho más corta que una con hoyuelos a la que se imprimen la misma velocidad y giro iniciales. La figura 14.31f ilustra el giro hacia atrás de una pelota de golf justo después de ser golpeada por un palo.

14.31 a) a e) Análisis del movimiento de una pelota que gira a través del aire. f) Fotografía estroboscópica de una pelota de golf golpeada por un palo. La imagen se tomó a 1000 destellos por segundo. La bola gira aproximadamente una vez cada ocho imágenes, lo que corresponde a una rapidez angular de 125 rev/s, o 7500 rpm.

a) Movimiento del aire en relación con una bola que no gira



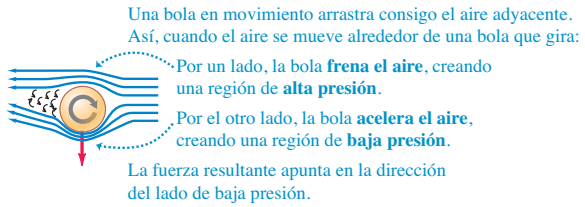
b) Movimiento de una bola que gira

Este lado de la bola se mueve en oposición al flujo de aire.

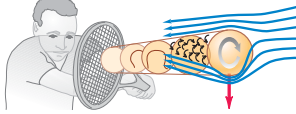


Este lado se mueve en la dirección del flujo de aire.

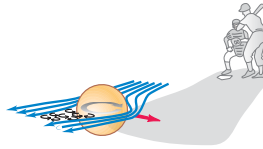
c) Fuerza generada cuando una bola que gira se desplaza a través del aire



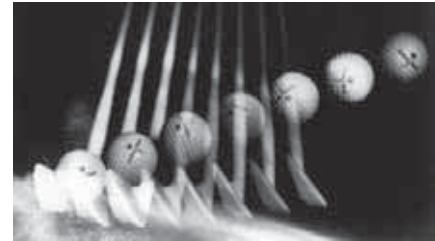
d) Giro que empuja una pelota de tenis hacia abajo



e) Giro que hace que una bola curva se desvíe hacia un lado



f) Giro hacia atrás de una pelota de golf



Evalúe su comprensión de la sección 14.6 ¿Cuánta más presión deberá aplicar una enfermera con el pulgar para administrar una inyección con una aguja hipodérmica cuyo diámetro interno mide 0.30 mm, en comparación con una aguja con diámetro interno de 0.60 mm? Suponga que las dos agujas tienen la misma longitud y que la tasa de flujo de volumen es la misma en ambos casos. i) El doble; ii) 4 veces más; iii) 8 veces más; iv) 16 veces más; v) 32 veces más.



CAPÍTULO 14 RESUMEN

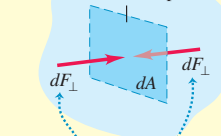
Densidad y presión: Densidad es masa por unidad de volumen. Si una masa m de material homogéneo tiene un volumen V , su densidad ρ es el cociente de la razón m/V . La gravedad específica es la razón entre la densidad de un material y la del agua. (Véase el ejemplo 14.1.)

Presión es fuerza normal por unidad de área. La ley de Pascal establece que la presión aplicada a la superficie de un fluido encerrado se transmite sin disminución a todas las porciones del fluido. La presión absoluta es la presión total en un fluido; la presión manométrica es la diferencia entre la presión absoluta y la atmosférica. La unidad de presión del SI es el pascal (Pa): $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$. (Véase el ejemplo 14.2.)

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (14.1)$$

$$p = \frac{dF_{\perp}}{dA} \quad (14.2)$$

Área pequeña dA dentro del fluido en reposo



Fuerzas normales iguales ejercidas sobre ambos lados por el fluido circundante.

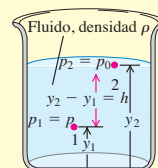
Presiones en un fluido en reposo: La diferencia de presión entre dos puntos 1 y 2 en un fluido estático con densidad uniforme ρ (un fluido incompresible) es proporcional a la diferencia entre las alturas y_1 y y_2 . Si la presión en la superficie de un líquido incompresible en reposo es p_0 , la presión a una profundidad h es mayor en una cantidad ρgh . (Véanse los ejemplos 14.3 y 14.4.)

$$p_2 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1) \quad (14.5)$$

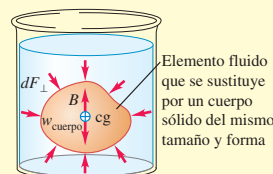
(presión en un fluido de densidad uniforme)

$$p = p_0 + \rho gh \quad (14.6)$$

(presión en un fluido de densidad uniforme)



Flotación: El principio de Arquímedes dice que cuando un cuerpo se sumerge en un fluido, éste ejerce sobre el cuerpo una fuerza de flotación hacia arriba igual al peso del fluido que el cuerpo desplaza. (Véase el ejemplo 14.5.)



Flujo de un fluido: Un fluido ideal es incompresible y no tiene viscosidad (no hay fricción interna). Una línea de flujo es la trayectoria de una partícula de fluido; una línea de corriente es una curva tangente en todo punto al vector de velocidad en ese punto. Un tubo de flujo es un tubo delimitado en sus costados por líneas de flujo. En flujo laminar, las capas de fluido se deslizan suavemente unas sobre otras. En flujo turbulento, hay gran desorden y el patrón de flujo cambia constantemente.

La conservación de la masa en un fluido incompresible se expresa con la ecuación de continuidad, la cual relaciona las rapidez de flujo v_1 y v_2 para dos secciones transversales A_1 y A_2 de un tubo de flujo. El producto Av es igual a la tasa de flujo de volumen, dV/dt , la rapidez con que el volumen cruza una sección del tubo. (Véase el ejemplo 14.6.)

La ecuación de Bernoulli relaciona la presión p , la rapidez de flujo v y la altura y de dos puntos 1 y 2 cualesquiera, suponiendo flujo estable en un fluido ideal. (Véanse los ejemplos 14.7 a 14.10.)

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (14.10)$$

(ecuación de continuidad, fluido incompresible)

$$\frac{dV}{dt} = Av \quad (14.11)$$

(tasa de flujo de volumen)

$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (14.17)$$

(ecuación de Bernoulli)

