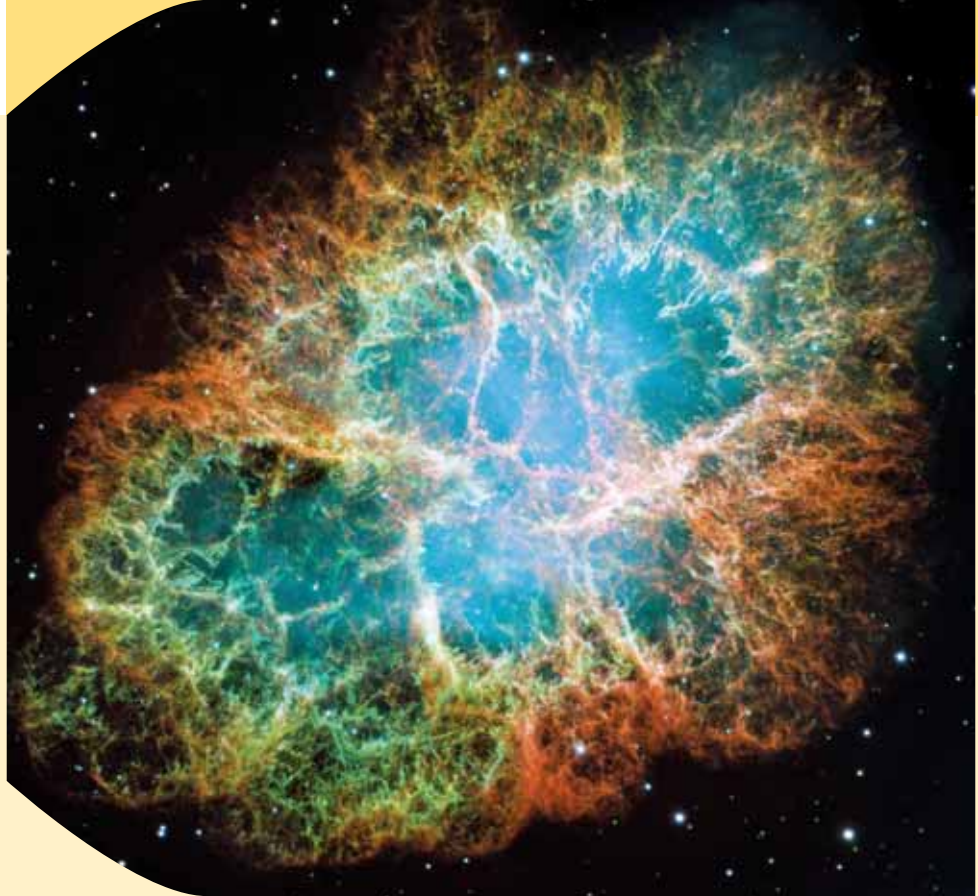


Ondas electromagnéticas

- 34.1 Corriente de desplazamiento y la forma general de la ley de Ampère
- 34.2 Ecuaciones de Maxwell y los descubrimientos de Hertz
- 34.3 Ondas electromagnéticas planas
- 34.4 Energía transportada por ondas electromagnéticas
- 34.5 Cantidad de movimiento y presión de radiación
- 34.6 Producción de ondas electromagnéticas por una antena
- 34.7 El espectro de las ondas electromagnéticas



Estas imágenes de la nebulosa Cangrejo tomadas con luz visible muestran una variedad de colores, cada color representa una diferente longitud de onda de la luz visible. (NASA, ESA, J. Hester, A. Loll (ASU))

Las ondas descritas en los capítulos 16, 17 y 18 son ondas mecánicas. Por definición, la propagación de perturbaciones mecánicas —como ondas de sonido, ondas en el agua y ondas sobre una cuerda— requieren la presencia de un medio. Este capítulo está interesado en las propiedades de las ondas electromagnéticas, las cuales (a diferencia de las ondas mecánicas) pueden propagarse a través de un espacio vacío.

Primero se consideran las aportaciones de Maxwell al modificar la ley de Ampère, que se estudió en el capítulo 30. Después se explican las ecuaciones de Maxwell, que forman la base teórica de todos los fenómenos electromagnéticos. Estas ecuaciones predicen la existencia de ondas electromagnéticas que se propagan en el espacio con la rapidez de la luz c de acuerdo con el análisis de modelo de ondas viajeras. Heinrich Hertz confirmó la predicción de Maxwell cuando generó y detectó ondas electromagnéticas en 1887. Este descubrimiento condujo a muchos sistemas de comunicación prácticos, incluidos radio, televisión, sistemas de telefonía celular, conectividad inalámbrica a internet y optoelectrónica.

Aprenderá cómo las cargas eléctricas oscilantes generan ondas electromagnéticas. Las ondas radiadas por cargas oscilantes pueden detectarse a grandes distancias. Además, dado que las ondas electromagnéticas transportan energía (T_{RE} en la ecuación 8.2) y cantidad de movimiento, pueden ejercer presión sobre una superficie. Este capítulo concluye con una descripción de varios rangos de frecuencia en el espectro electromagnético.

34.1 Corriente de desplazamiento y la forma general de la ley de Ampère

En el capítulo 30 se discutió el uso de la ley de Ampère (ecuación 30.13) para explicar los campos magnéticos producidos por corrientes:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

En esta ecuación la integral de línea es sobre cualquier trayectoria cerrada a través de la cual pasan corrientes de conducción, donde la corriente de conducción se define por la expresión $I = dq/dt$. (En esta sección se usa el término *corriente de conducción* para hacer referencia a la corriente que llevan los portadores de carga en el alambre, para distinguirla de un nuevo tipo de corriente que se introducirá en breve.) Ahora se demostrará que la ley de Ampère en esta forma es válida sólo si algunos campos eléctricos presentes son constantes en el tiempo. James Clerk Maxwell reconoció esta limitación y modificó la ley de Ampère para incluir campos eléctricos variables en el tiempo.

Considere un capacitor que se carga, como se ilustra en la figura 34.1. Cuando una corriente de conducción está presente, la carga sobre la placa positiva cambia, pero no existe corriente de conducción en el espacio entre las placas porque no hay acarreo de cargas en ese espacio. Ahora considere las dos superficies S_1 y S_2 en la figura 34.1, limitadas por la misma trayectoria P . La ley de Ampère establece que $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ alrededor de esta trayectoria debe ser igual a $\mu_0 I$, donde I es la corriente total a través de *cualquier* superficie limitada por la trayectoria P .

Cuando la trayectoria P se considera como la frontera de S_1 , $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$ ya que la corriente de conducción I pasa a través de S_1 . Sin embargo, cuando la trayectoria se considera como la frontera de S_2 , $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$ debido a que no pasa corriente de conducción a través de S_2 . Por lo tanto, ¡se tiene una situación contradictoria que surge de la discontinuidad de la corriente! Maxwell resolvió este problema al postular un término adicional en el lado derecho de la ley de Ampère, que incluye un factor llamado **corriente de desplazamiento** I_d que se define como¹

$$I_d \equiv \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

(34.1) ◀ Corriente de desplazamiento

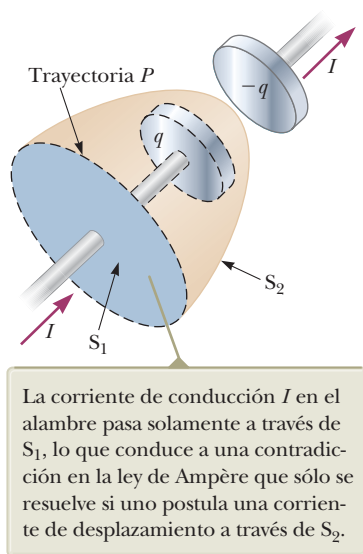
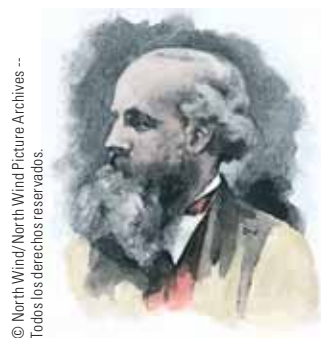


Figura 34.1 Dos superficies S_1 y S_2 cerca de la placa de un capacitor están limitadas por la misma trayectoria P .



James Clerk Maxwell

Físico teórico escocés (1831–1879)

Maxwell desarrolló la teoría electromagnética de la luz y la teoría cinética de los gases, y explicó la naturaleza de los anillos de Saturno y la visión en color. La exitosa interpretación de Maxwell del campo electromagnético resultó en las ecuaciones de campo que llevan su nombre. Una formidable habilidad matemática combinada con una gran comprensión le permitieron guiar el camino en el estudio del electromagnetismo y la teoría cinética. Murió de cáncer antes de cumplir 50 años de edad.

¹En este contexto, *desplazamiento* no tiene el mismo significado que en el capítulo 2. A pesar de las implicaciones equivocadas, la palabra está históricamente entrelazada en el lenguaje de la física, así que se continuará su uso.

donde ϵ_0 es la permitividad del espacio libre (véase la sección 23.3) y $\Phi_E \equiv \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$ es el flujo eléctrico (véase la ecuación 24.3) a través de la superficie limitada por la trayectoria de integración.

Conforme el capacitor se carga (o descarga), el campo eléctrico cambiante entre las placas puede considerarse equivalente a una corriente que actúa como una continuación de la corriente de conducción en el alambre. Cuando la expresión para la corriente de desplazamiento conocida por la ecuación 34.1 se agrega a la corriente de conducción en el lado derecho de la ley de Ampère, se resuelve la dificultad representada en la figura 34.1. No importa cuál superficie limitada por la trayectoria P se elija, una corriente de conducción o una corriente de desplazamiento pasa a través de ella. Con este nuevo término I_d se expresa la forma general de la ley de Ampère (a veces llamada **ley Ampère-Maxwell**) como

Ley de Ampère-Maxwell ►

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0(I + I_d) = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (34.2)$$

Puede entender el significado de esta expresión al referirse a la figura 34.2. El flujo eléctrico a través de la superficie S es $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = EA$, donde A es el área de las placas del capacitor y E es la magnitud del campo eléctrico uniforme entre las placas. Si q es la carga sobre las placas en cualquier instante, entonces $E = q/(\epsilon_0 A)$ (véase la sección 26.2). En consecuencia, el flujo eléctrico a través de S es

$$\Phi_E = EA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Por esto, la corriente de desplazamiento a través de S es

$$I_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{dq}{dt} \quad (34.3)$$

Es decir, la corriente de desplazamiento I_d a través de S , ¡es precisamente igual a la corriente de conducción I en los alambres conectados al capacitor!

Al considerar la superficie S , se identifica la corriente de desplazamiento como la fuente del campo eléctrico en la superficie límite. La corriente de desplazamiento tiene su origen físico en el campo eléctrico variable en el tiempo. El punto central de este formalismo es que los campos magnéticos se producen *tanto* por corrientes de conducción como por campos eléctricos variables en el tiempo. Este resultado fue un ejemplo notable del trabajo teórico de Maxwell y contribuyó a mayores avances en la comprensión del electromagnetismo.

Las líneas de campo eléctrico entre las placas crean un flujo eléctrico a través de la superficie S .

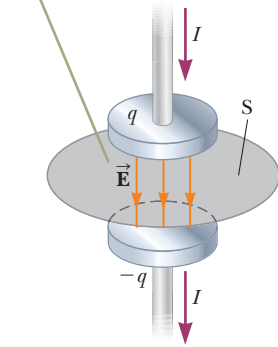


Figura 34.2 Cuando existe una corriente de conducción en los alambres, existe un campo eléctrico variable $\vec{E}$ entre las placas del capacitor.

- Ejercicio rápido 34.1** En un circuito RC , el capacitor comienza a descargarse. (i) Durante la descarga en la región de espacio entre las placas del capacitor, ¿hay (a) corriente de conducción pero no corriente de desplazamiento, (b) corriente de desplazamiento pero no corriente de conducción, (c) corriente de conducción y de desplazamiento o (d) ningún tipo de corriente? (ii) En la misma región del espacio, ¿hay (a) un campo eléctrico pero no un campo magnético, (b) un campo magnético pero no un campo eléctrico, (c) campos eléctrico y magnético o (d) ningún tipo de campo?

Ejemplo 34.1

Corriente de desplazamiento en un capacitor

Un voltaje que varía sinusoidalmente se aplica a través de un capacitor de $8.00 \mu\text{F}$ como se ve en la figura 34.3. La frecuencia del voltaje aplicado es $f = 3.00 \text{ kHz}$ y la amplitud del voltaje es $\Delta V_{\text{máx}} = 30.0 \text{ V}$. Encuentre la corriente de desplazamiento en el capacitor.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 34.3 representa el diagrama de circuito para esta situación. La figura 34.2 muestra un acercamiento del capacitor y el campo eléctrico entre las placas.

Categorizar Los resultados se evalúan con ecuaciones discutidas en esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

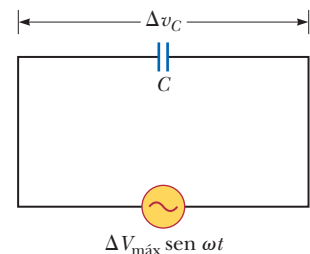


Figura 34.3 Ejemplo 34.1.

► 34.1 continuación

Evalúe la frecuencia angular de la fuente a partir de la ecuación 15.12:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(3.00 \times 10^3 \text{ Hz}) = 1.88 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$$

Use la ecuación 33.20 para expresar el voltaje a través del capacitor como función del tiempo en segundos:

$$\Delta v_C = \Delta V_{\text{máx}} \sin \omega t = 30.0 \sin (1.88 \times 10^4 t)$$

Use la ecuación 34.3 para encontrar la corriente de desplazamiento como función del tiempo. Note que la carga en el capacitor es $q = C \Delta v_C$:

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(C \Delta v_C) = C \frac{d}{dt}(\Delta V_{\text{máx}} \sin \omega t) \\ &= \omega C \Delta V_{\text{máx}} \cos \omega t \end{aligned}$$

Sustituya valores numéricos:

$$\begin{aligned} i_d &= (1.88 \times 10^4 \text{ s}^{-1})(8.00 \times 10^{-6} \text{ C})(30.0 \text{ V}) \cos (1.88 \times 10^4 t) \\ &= 4.51 \cos (1.88 \times 10^4 t) \end{aligned}$$

34.2 Ecuaciones de Maxwell y los descubrimientos de Hertz

Ahora se presentan cuatro ecuaciones que se consideran la base de todos los fenómenos eléctricos y magnéticos. Estas ecuaciones, desarrolladas por Maxwell, son tan fundamentales para los fenómenos electromagnéticos como las leyes de Newton lo son para los fenómenos mecánicos. De hecho, la teoría que Maxwell desarrolló fue más allá incluso de lo que él pensó, porque resultó estar de acuerdo con la teoría especial de la relatividad, que Einstein demostró en 1905.

Las ecuaciones de Maxwell representan las leyes de la electricidad y el magnetismo que ya se han explicado, pero tienen importantes consecuencias adicionales. Por simplicidad, se presentan las **ecuaciones de Maxwell** como se aplican al espacio libre, es decir, en ausencia de cualquier material dieléctrico o magnético. Las cuatro ecuaciones son

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

(34.4) ◀ Ley de Gauss

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 0$$

(34.5) ◀ Ley de Gauss del magnetismo

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

(34.6) ◀ Ley de Faraday

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

(34.7) ◀ Ley de Ampère-Maxwell

La ecuación 34.4 es la ley de Gauss: el flujo eléctrico total a través de cualquier superficie cerrada es igual a la carga neta dentro de dicha superficie dividida entre ϵ_0 . Esta ley relaciona un campo eléctrico con la distribución de carga que lo produce.

La ecuación 34.5 es la ley de Gauss del magnetismo y afirma que el flujo magnético neto a través de una superficie cerrada es cero. Es decir, el número de líneas de campo magnético que entra a un volumen cerrado debe ser igual al número que sale de dicho volumen, lo que implica que las líneas de campo magnético no pueden comenzar o terminar en cualquier punto. Si lo hicieran, significaría que en dichos puntos existen monopolos magnéticos aislados; el hecho de que monopolos magnéticos aislados no se hayan observado en la naturaleza se considera una confirmación de la ecuación 34.5.

La ecuación 34.6 es la ley de Faraday de la inducción, que describe la creación de un campo eléctrico por un flujo magnético cambiante. Esta ley afirma que la fem, que es la

integral de línea del campo eléctrico alrededor de cualquier trayectoria cerrada, es igual a la rapidez de cambio del flujo magnético a través de cualquier superficie limitada por dicha trayectoria. Una consecuencia de la ley de Faraday es la corriente inducida en una espira conductora colocada en un campo magnético variable en el tiempo.

La ecuación 34.7 es la ley Ampère-Maxwell, analizada en la sección 34.1, y describe la creación de un campo magnético por un campo eléctrico variable y por corriente eléctrica: la integral de línea del campo magnético alrededor de cualquier trayectoria cerrada es la suma de μ_0 multiplicada por la corriente neta a través de dicha trayectoria y $\epsilon_0\mu_0$ multiplicada por la rapidez de cambio del flujo eléctrico a través de cualquier superficie limitada por dicha trayectoria.

Una vez que se conocen los campos eléctrico y magnético en un punto en el espacio, la fuerza que actúa sobre una partícula de carga q se calcula a partir de las versiones eléctrica y magnética del modelo de partícula en un campo:

Ley de fuerza de Lorentz ►

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad (34.8)$$

Esta correspondencia se llama **ley de fuerza de Lorentz**. (Esta correspondencia se vio anteriormente como ecuación 29.6.) Las ecuaciones de Maxwell, junto con esta ley de fuerza, describen por completo todas las interacciones electromagnéticas clásicas en un vacío.

Observe la simetría de las ecuaciones de Maxwell. Las ecuaciones 34.4 y 34.5 son simétricas, aparte de la ausencia del término para monopolos magnéticos en la ecuación 34.5. Además, las ecuaciones 34.6 y 34.7 son simétricas, ya que las integrales de línea de $\vec{E}$ y $\vec{B}$ alrededor de una trayectoria cerrada se relacionan con la rapidez de cambio del flujo magnético y el flujo eléctrico, respectivamente. Las ecuaciones de Maxwell son de importancia fundamental no sólo para el electromagnetismo, sino para toda la ciencia. Hertz escribió una vez: “Uno no puede escapar al sentimiento de que estas fórmulas matemáticas tienen una existencia independiente y una inteligencia propia, que son más sabias que nosotros, más sabias incluso que sus descubridores; obtenemos más de ellas de lo que ponemos en ellas”.

En la siguiente sección se demuestra cómo las ecuaciones 34.6 y 34.7 se combinan para obtener una ecuación de onda tanto para el campo eléctrico como para el magnético. En el espacio vacío, donde $q = 0$ e $I = 0$, la solución a estas dos ecuaciones muestra que la rapidez a la cual se desplazan las ondas electromagnéticas es igual a la rapidez medida de la luz. Este resultado permitió a Maxwell predecir que las ondas de luz son una forma de radiación electromagnética.

Hertz realizó experimentos para verificar la predicción de Maxwell. En la figura 34.4 aparece un diagrama del aparato experimental utilizado por Hertz para generar y detectar ondas electromagnéticas. Una bobina de inducción está conectada a un transmisor constituido por dos electrodos esféricos separados por un pequeño espacio. La bobina genera un breve sobrevoltaje en los electrodos, haciendo que uno sea positivo y el otro negativo. Cuando el campo eléctrico cercano a cualquiera de los electrodos sobrepasa la resistencia dieléctrica del aire (3×10^6 V/m; véase la tabla 26.1), se genera una chispa entre las esferas. En un campo eléctrico intenso, la aceleración de los electrones libres proporciona energía suficiente para ionizar cualquier molécula que impacten. Esta ionización genera más electrones que se pueden acelerar y que causan ionizaciones adicionales. Conforme el espacio del aire se ioniza, se convierte en un mejor conductor, y la descarga entre electrodos exhibe un comportamiento oscilatorio a una muy alta frecuencia. Desde el punto de vista de un circuito eléctrico, este aparato experimental es equivalente a un circuito LC , en el cual la inductancia corresponde a la bobina y la capacitancia a los electrodos esféricos.

Debido a que en el aparato de Hertz L y C son pequeñas, la frecuencia de oscilación es elevada, del orden de 100 MHz. (Recuerde de la ecuación 32.22 que $\omega = 1/\sqrt{LC}$ en el caso de un circuito LC .) Las ondas electromagnéticas se radian con esta frecuencia como resultado de la oscilación de las cargas libres en el circuito transmisor. Hertz pudo detectar estas ondas utilizando una espira sencilla de alambre con su propio descargador de chispa (el receptor). Esta espira receptora, alejada varios metros del transmisor, tiene sus propias inductancia efectiva, capacitancia y frecuencia natural de oscilación. En el experimento de Hertz se inducían las chispas en la abertura entre los electrodos

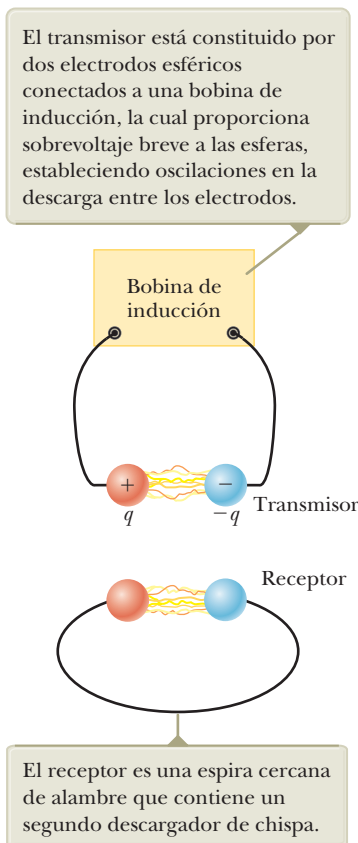


Figura 34.4 Diagrama del aparato de Hertz para generar y detectar ondas electromagnéticas.

receptores cuando la frecuencia del receptor se ajustaba para coincidir con la del transmisor. De esta manera, Hertz demostró que la corriente oscilante inducida en el receptor era producida por ondas electromagnéticas radiadas por el transmisor. Su experimento es análogo al fenómeno mecánico en el cual un diapason responde a las vibraciones acústicas provenientes de otro diapason idéntico en oscilación que esté cerca.

Además, Hertz demostró en una serie de experimentos que la radiación generada por su dispositivo con un descargador de chispa ponía de manifiesto propiedades de las ondas como interferencia, difracción, reflexión, refracción y polarización, que son propiedades que también exhibe la luz, como se verá en la parte 5. Por lo tanto, resultó evidente que las ondas de radiofrecuencia que Hertz estaba generando tenían propiedades similares a las de las ondas de luz, difiriendo únicamente en frecuencia y longitud de onda. Quizá su experimento más convincente fue la medición de la rapidez de esta radiación: reflejó ondas de frecuencia conocida sobre una hoja de metal, lo que creó un patrón de interferencia por ondas estacionarias cuyos puntos nodales pudieron ser detectados. La distancia medida entre los puntos nodales permitió determinar la longitud de onda λ . Utilizando la relación $v = \lambda f$ (ecuación 16.12) del análisis de modelo para onda viajera, Hertz encontró que v es muy cercana a 3×10^8 m/s, la rapidez conocida c de luz visible.

34.3 Ondas electromagnéticas planas

Las propiedades de las ondas electromagnéticas se pueden deducir a partir de las ecuaciones de Maxwell. Un planteamiento para obtener estas propiedades es resolver la ecuación diferencial de segundo orden obtenida a partir de la tercera y cuarta ecuaciones de Maxwell. Un tratamiento matemático riguroso de esta especie está más allá del ámbito de este texto. Para superar este problema, suponga que los vectores para el campo eléctrico y el campo magnético en una onda electromagnética tienen un comportamiento espacio-tiempo específico que es simple, pero consistente con las ecuaciones de Maxwell.

Para comprender la predicción de las ondas electromagnéticas más ampliamente, enfoque su atención en una onda electromagnética que viaja en la dirección x (la *dirección de propagación*). Para esta onda, el campo eléctrico $\vec{E}$ está en la dirección y y el campo magnético $\vec{B}$ está en la dirección z , como se muestra en la figura 34.5. Tales ondas, en que los campos eléctrico y magnético se restringen a ser paralelos a un par de ejes perpendiculares, se dice que son **ondas linealmente polarizadas**. Además, suponga que las magnitudes de campo E y B dependen únicamente de xy y t , no de las coordenadas y o z .

Imagine también que la fuente de las ondas electromagnéticas es tal que una onda radiada desde *cualquier* posición en el plano yz (no sólo desde el origen, como puede sugerir la figura 34.5) se propaga en la dirección x y todas las ondas semejantes se emiten en fase. Si se define un **rayo** como la recta a lo largo de la cual viaja la onda, todos los rayos para estas ondas son paralelos. A esta colección completa de ondas con frecuencia se les llama **onda plana**. Una superficie que conecta los puntos de igual fase en todas las ondas es un plano geométrico denominado **frente de onda**, como se introdujo en el capítulo 17. En comparación, una fuente puntual de radiación envía ondas radialmente en todas direcciones. Una superficie que conecta puntos de igual fase para esta situación es una esfera, así que esta onda se llama **onda esférica**.

Para generar la predicción de ondas electromagnéticas, se parte de la ley de Faraday, ecuación 34.6:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Para aplicar esta ecuación a la onda de la figura 34.5, considere un rectángulo de ancho dx y altura ℓ que yace en el plano xy , como se muestra en la figura 34.6 (página 1036). Primero evalúe la integral de línea de $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ alrededor de este rectángulo en el sentido de las manecillas del reloj en un instante en el que la onda pasa por el rectángulo. Las aportaciones de lo alto y bajo del rectángulo son cero porque $\vec{E}$ es perpendicular a $d\vec{s}$ para estas trayectorias. El campo eléctrico en el lado derecho del rectángulo se expresa como

$$E(x + dx) \approx E(x) + \left. \frac{dE}{dx} \right|_{t \text{ constante}} dx = E(x) + \frac{\partial E}{\partial x} dx$$



© Hulton-Deutsch Collection/CORBIS

Heinrich Rudolf Hertz

Físico alemán (1857-1894)

Hertz hizo su más importante descubrimiento de las ondas electromagnéticas en 1887. Después de encontrar que la rapidez de una onda electromagnética era la misma que la de la luz, Hertz demostró que las ondas electromagnéticas, al igual que las ondas de luz, se podían reflejar, refractar y difractor. Hertz murió de envenenamiento sanguíneo a la edad de 36 años. Durante su corta vida hizo muchas aportaciones a la ciencia. El hertz, igual a una vibración completa o ciclo por segundo, lleva su nombre.

Prevención de riesgos ocultos 34.1

¿Qué es "una" onda? ¿Qué se entiende por una onda *sola*? La palabra *onda* representa tanto la emisión de una *sola punta* ("onda radiada desde *cualquier* posición en el plano yz " en el texto) como la colección de ondas desde *todos los puntos* en la fuente ("**onda plana**" en el texto). Usted debe ser capaz de usar este término en ambas formas y entender su significado a partir del contexto.

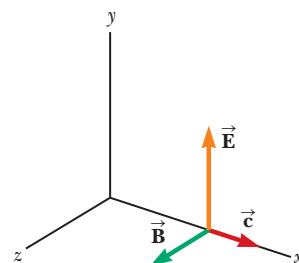


Figura 34.5 Campos eléctrico y magnético de una onda electromagnética que viaja a la rapidez c en la dirección x positiva. Los vectores de campo se muestran en un instante de tiempo y en una posición en el espacio. Estos campos dependen de xy y t .

Esta variación espacial en $\vec{E}$ da origen a un campo magnético variable en el tiempo a lo largo de la dirección z , de acuerdo con la ecuación 34.11.

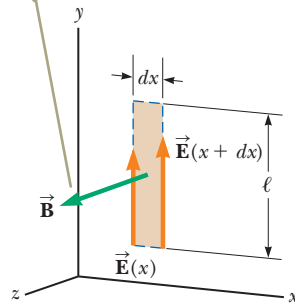


Figura 34.6 En un instante cuando una onda plana que se mueve en la dirección x positiva pasa a través de una trayectoria rectangular de ancho dx que se encuentra en el plano xy , el campo eléctrico en la dirección y varía de $\vec{E}(x)$ a $\vec{E}(x+dx)$.

Esta variación espacial en $\vec{B}$ da origen a un campo eléctrico variable en el tiempo a lo largo de la dirección y , de acuerdo con la ecuación 34.14.

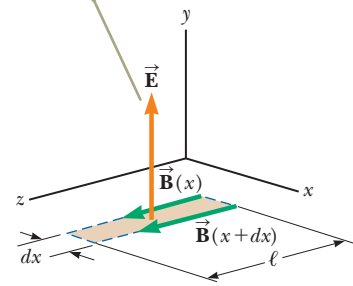


Figura 34.7 En un instante cuando una onda plana pasa a través de una trayectoria rectangular de ancho dx que se encuentra en el plano xz , el campo magnético en la dirección z varía de $\vec{B}(x)$ a $\vec{B}(x+dx)$.

donde $E(x)$ es el campo en el lado izquierdo del rectángulo en este instante.² Por lo tanto, la integral de línea en todo este rectángulo es aproximadamente

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = [E(x+dx)]\ell - [E(x)]\ell \approx \ell \left(\frac{\partial E}{\partial x} \right) dx \quad (34.9)$$

Ya que el campo magnético está en la dirección z , el flujo magnético a través del rectángulo de área ℓdx es aproximadamente $\Phi_B = B\ell dx$ (si supone que dx es muy pequeño en comparación con la longitud de onda). Al tomar la derivada en el tiempo del flujo magnético se obtiene

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \ell dx \left. \frac{dB}{dt} \right|_{x \text{ constante}} = \ell dx \frac{\partial B}{\partial t} \quad (34.10)$$

Al sustituir las ecuaciones 34.9 y 34.10 en la ecuación 34.6 se obtiene

$$\begin{aligned} \ell \left(\frac{\partial E}{\partial x} \right) dx &= -\ell dx \frac{\partial B}{\partial t} \\ \frac{\partial E}{\partial x} &= -\frac{\partial B}{\partial t} \end{aligned} \quad (34.11)$$

En forma similar, se deduce una segunda ecuación al comenzar con la cuarta ecuación de Maxwell en el espacio vacío (ecuación 34.7). En este caso, la integral de línea de $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ se evalúa en torno a un rectángulo que yace en el plano xz y tiene ancho dx y longitud ℓ , como en la figura 34.7. Observe que la magnitud del campo magnético cambia de $B(x)$ a $B(x+dx)$ en todo el ancho dx y que la dirección para tomar la integral de línea es como se muestra en la figura 34.7, la integral de línea sobre este rectángulo se encuentra que es aproximadamente

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = [B(x)]\ell - [B(x+dx)]\ell \approx -\ell \left(\frac{\partial B}{\partial x} \right) dx \quad (34.12)$$

²Ya que dE/dx en esta ecuación se expresa como el cambio en E con x en un instante dado t , dE/dx es equivalente a la derivada parcial $\partial E/\partial x$. Del mismo modo, dB/dt significa el cambio en B con el tiempo en una posición particular x ; por lo tanto, en la ecuación 34.10 se puede sustituir dB/dt con $\partial B/\partial t$.

El flujo eléctrico a través del rectángulo es $\Phi_E = E\ell dx$ que, cuando se deriva respecto al tiempo, produce

$$\frac{\partial \Phi_E}{\partial t} = \ell \, dx \, \frac{\partial E}{\partial t} \quad (34.13)$$

Al sustituir las ecuaciones 34.12 y 34.13 en la ecuación 34.7 se obtiene

$$-\ell \left(\frac{\partial B}{\partial x} \right) dx = \mu_0 \epsilon_0 \ell \, dx \left(\frac{\partial E}{\partial t} \right)$$

$$\frac{\partial B}{\partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad (34.14)$$

Al tomar la derivada de la ecuación 34.11 respecto a x y combinar el resultado con la ecuación 34.14 produce

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial B}{\partial x} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(-\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \right)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (34.15)$$

En la misma forma, al tomar la derivada de la ecuación 34.14 respecto a x y combinarla con la ecuación 34.11 obtiene

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \quad (34.16)$$

Las ecuaciones 34.15 y 34.16 tienen la forma de la ecuación de onda general³ con la rapidez de onda v sustituida por c , donde

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (34.17)$$

▶ Rapidez de ondas electromagnéticas

Evalúe numéricamente esta rapidez:

$$c = \frac{1}{\sqrt{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(8.854 \, 19 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)}}$$

$$= 2.997 \, 92 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Debido a que esta rapidez es precisamente la misma que la rapidez de la luz en el espacio vacío, uno puede creer (correctamente) que la luz es una onda electromagnética.

La solución más simple a las ecuaciones 34.15 y 34.16 es una onda sinusoidal para la cual las magnitudes de campo E y B varían con x y t de acuerdo con las expresiones

$$E = E_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t) \quad (34.18)$$

$$B = B_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t) \quad (34.19)$$

▶ Campos eléctrico y magnético sinusoidales

donde $E_{\text{máx}}$ y $B_{\text{máx}}$ son los valores máximos de los campos. El número de onda angular es $k = 2\pi/\lambda$, donde λ es la longitud de onda. La frecuencia angular es $\omega = 2\pi f$, donde f es la frecuencia de onda. De acuerdo con el modelo de onda viajera, la razón ω/k es igual a la rapidez de una onda electromagnética, c :

$$\frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{2\pi/\lambda} = \lambda f = c$$

³La ecuación de onda general es de la forma $(\partial^2 y / \partial x^2) = (1/v^2)(\partial^2 y / \partial t^2)$, donde v es la rapidez de la onda y y es la función de onda. La ecuación de onda general se introdujo como ecuación 16.27 y se sugiere repasar la sección 16.6.

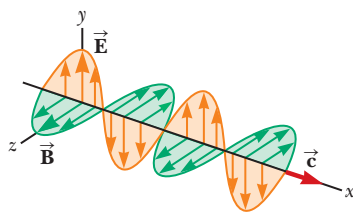


Figura 34.8 Una onda sinusoidal electromagnética se desplaza en la dirección x positiva con una velocidad c .

donde se usó la ecuación 16.12, $v = c = \lambda f$, que relaciona rapidez, frecuencia y longitud de onda de una onda sinusoidal. Por lo tanto, para ondas electromagnéticas, la longitud y la frecuencia de estas ondas se relacionan mediante

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{f} \quad (34.20)$$

La figura 34.8 es una representación gráfica, en un instante, de una onda electromagnética sinusoidal linealmente polarizada que se mueve en la dirección x positiva.

Pueden generarse otras representaciones matemáticas del modelo de onda viajera para ondas electromagnéticas. Al tomar derivadas parciales de las ecuaciones 34.18 (respecto a x) y 34.19 (respecto a t) se obtiene

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -kE_{\text{máx}} \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \omega B_{\text{máx}} \sin(kx - \omega t)$$

Al sustituir estos resultados en la ecuación 34.11, se demuestra que, en cualquier instante,

$$kE_{\text{máx}} = \omega B_{\text{máx}}$$

$$\frac{E_{\text{máx}}}{B_{\text{máx}}} = \frac{\omega}{k} = c$$

Al usar estos resultados junto con las ecuaciones 34.18 y 34.19 se obtiene

$$\frac{E_{\text{máx}}}{B_{\text{máx}}} = \frac{E}{B} = c \quad (34.21)$$

Es decir: en todo instante, la razón de la magnitud del campo eléctrico con la magnitud del campo magnético en una onda electromagnética es igual a la rapidez de la luz.

Por último, observe que las ondas electromagnéticas obedecen el principio de superposición (que se explicó en la sección 18.1 respecto a ondas mecánicas), porque las ecuaciones diferenciales que involucran E y B son ecuaciones lineales. Por ejemplo, se pueden sumar dos ondas con la misma frecuencia y polarización simplemente al sumar de manera algebraica las magnitudes de los dos campos eléctricos.

Ejercicio rápido 34.2 ¿Cuál es la diferencia de fase entre las oscilaciones sinusoidales de los campos eléctrico y magnético en la figura 34.8? (a) 180° , (b) 90° , (c) 0 , (d) imposible de determinar.

Ejercicio rápido 34.3 Una onda electromagnética se propaga en la dirección y negativa. El campo eléctrico en un punto en el espacio se orienta momentáneamente en la dirección x positiva. ¿En qué dirección se orienta momentáneamente el campo magnético en ese punto? (a) La dirección x negativa, (b) la dirección y positiva, (c) la dirección z positiva, (d) la dirección z negativa.

Prevención de riesgos ocultos 34.2

¿ $\vec{E}$ más intenso que $\vec{B}$? Ya que el valor de c es muy grande, algunos estudiantes interpretan de manera incorrecta la ecuación 34.21 y creen que significa que el campo eléctrico es mucho más intenso que el campo magnético. Sin embargo, los campos eléctrico y magnético se miden en diferentes unidades, así que no se pueden comparar directamente. En la sección 34.4 se encontrará que los campos eléctrico y magnético contribuyen igualmente a la energía de la onda.

Ejemplo 34.2

Una onda electromagnética

AM

Una onda electromagnética sinusoidal de 40.0 MHz de frecuencia viaja en el espacio libre en la dirección x , como en la figura 34.9.

(A) Determine la longitud de onda y el periodo de la onda.

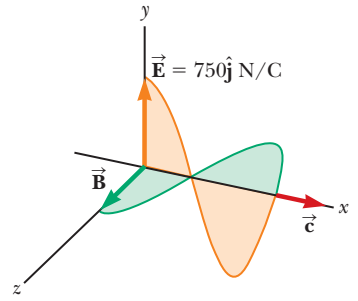
34.2 continuación

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine que la onda de la figura 34.9 se mueve hacia la derecha a lo largo del eje x , con los campos eléctrico y magnético oscilando en fase.

Categorizar Use las representaciones matemáticas del modelo de *onda viajera* para ondas electromagnéticas.

Figura 34.9 (Ejemplo 34.2) En algún instante, una onda electromagnética plana que se mueve en la dirección x tiene un campo eléctrico máximo de 750 N/C en la dirección y positiva.



Analizar

Use la ecuación 34.20 para encontrar la longitud de onda:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{40.0 \times 10^6 \text{ Hz}} = 7.50 \text{ m}$$

Encuentre el periodo T de la onda como el inverso de la frecuencia:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{40.0 \times 10^6 \text{ Hz}} = 2.50 \times 10^{-8} \text{ s}$$

(B) En algún punto y en algún instante, el campo eléctrico tiene su valor máximo de 750 N/C y se dirige a lo largo del eje y . Calcule la magnitud y dirección del campo magnético en esta posición y tiempo.

SOLUCIÓN

Use la ecuación 34.21 para encontrar la magnitud del campo magnético:

$$B_{\text{máx}} = \frac{E_{\text{máx}}}{c} = \frac{750 \text{ N/C}}{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}} = 2.50 \times 10^{-6} \text{ T}$$

Ya que $\vec{E}$ y $\vec{B}$ deben ser perpendiculares entre sí y a su vez perpendiculares a la dirección de propagación de la onda (x en este caso), se concluye que $\vec{B}$ está en la dirección z .

Finalizar Observe que la longitud de onda es de varios metros. Esto es relativamente largo para una onda electromagnética. Como verá en la sección 34.7, esta onda pertenece a la gama de frecuencias de radio.

34.4 Energía transportada por ondas electromagnéticas

En la explicación sobre el modelo de un sistema no aislado en la sección 8.1 identifiqué la radiación electromagnética como un método de transferencia de energía a través de la frontera de un sistema. La cantidad de energía transferida mediante ondas electromagnéticas se representa como T_{RE} en la ecuación 8.2. La rapidez de transferencia de energía en una onda electromagnética se representa mediante un vector $\vec{S}$, llamado **vector de Poynting**, que se define por la expresión

$$\vec{S} \equiv \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (34.22)$$

La magnitud del vector de Poynting representa la rapidez a la cual fluye la energía a través de una superficie unitaria perpendicular a la dirección de propagación de la onda. Por lo tanto, la magnitud de $\vec{S}$ representa *energía por unidad de área*. El vector está dirigido en la dirección de propagación de la onda (figura 34.10, página 1040). Las unidades del SI para $\vec{S}$ son $\text{J/s} \cdot \text{m}^2 = \text{W/m}^2$.

Como un ejemplo, evalúe la magnitud de $\vec{S}$ para una onda electromagnética plana donde $|\vec{E} \times \vec{B}| = EB$. En este caso,

$$S = \frac{EB}{\mu_0} \quad (34.23)$$

Vector de Poynting

Prevención de riesgos ocultos 34.3

Un valor instantáneo El vector de Poynting dado por la ecuación 34.22 depende del tiempo. Su magnitud varía con el tiempo y alcanza un valor máximo en el mismo momento en que lo hacen las magnitudes de $\vec{E}$ y $\vec{B}$. La rapidez *promedio* de transferencia de energía está dada por la ecuación 34.24 en la página siguiente.

Prevención de riesgos ocultos 34.4

Radiación En esta explicación la intensidad se define de la misma manera que en el capítulo 17 (como energía por unidad de área). Sin embargo, en la industria óptica, a la energía por unidad de área se le llama *radiación* y la intensidad radiante se define como la energía en watts por cada unidad de ángulo sólido (medido en esterradianes).

Intensidad de la onda ►

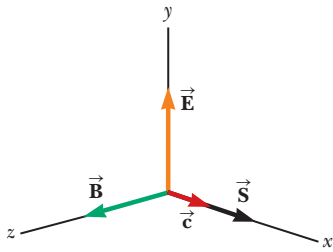


Figura 34.10 Vector de Poynting $\vec{S}$ para una onda electromagnética plana orientado a lo largo de la dirección de la propagación de la onda.

Densidad de energía instantánea total de una onda electromagnética ►

Densidad de energía promedio de una onda electromagnética ►

Como $B = E/c$, también puede expresar lo anterior como

$$S = \frac{E^2}{\mu_0 c} = \frac{cB^2}{\mu_0}$$

Estas ecuaciones para S son aplicables para cualquier instante en el tiempo y representan la rapidez *instantánea* a la cual pasa energía por unidad de área en términos de los valores instantáneos de E y B .

Lo que es de mayor interés en el caso de una onda electromagnética sinusoidal plana es el promedio en el tiempo de S en uno o más ciclos, que se llama *intensidad de onda* I . (La intensidad de las ondas de sonido se explica en el capítulo 17.) Cuando tome este promedio, llega a una expresión que involucra el promedio en el tiempo $\cos^2(kx - \omega t)$, que tiene un valor de $\frac{1}{2}$. En consecuencia, el valor promedio de S (en otras palabras, la intensidad de la onda) es igual a

$$I = S_{\text{prom}} = \frac{E_{\text{máx}} B_{\text{máx}}}{2\mu_0} = \frac{E_{\text{máx}}^2}{2\mu_0 c} = \frac{cB_{\text{máx}}^2}{2\mu_0} \quad (34.24)$$

Recuerde que la energía por unidad de volumen, que es la densidad de energía instantánea u_E asociada con un campo eléctrico, está dada por la ecuación 26.13.

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Además, la densidad de energía instantánea u_B asociada con un campo magnético está dada por la ecuación 32.14:

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Ya que en el caso de una onda electromagnética E y B varían con el tiempo, lo mismo ocurre con las densidades de energía. Utilizando las relaciones $B = E/c$ y $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$, la expresión para u_B se convierte en

$$u_B = \frac{(E/c)^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 \epsilon_0}{2\mu_0} E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Al comparar este resultado con la expresión para u_E , se ve que

$$u_B = u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Es decir, la densidad de energía instantánea asociada con el campo magnético de una onda electromagnética es igual a la densidad de energía instantánea asociada con el campo eléctrico. En consecuencia, en un volumen determinado, la energía es compartida igualmente entre los dos campos.

La **densidad de energía instantánea total** u es igual a la suma de las densidades de energía asociadas con los campos eléctrico y magnético:

$$u = u_E + u_B = \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}$$

Cuando promedie esta densidad de energía instantánea total en uno o más ciclos de una onda electromagnética, una vez más se obtiene un factor de $\frac{1}{2}$. En consecuencia, para cualquier onda electromagnética, la energía promedio total por unidad de volumen es

$$u_{\text{prom}} = \epsilon_0 (E^2)_{\text{prom}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_{\text{máx}}^2 = \frac{B_{\text{máx}}^2}{2\mu_0} \quad (34.25)$$

Al comparar este resultado con la ecuación 34.24 para el valor promedio de S ,

$$I = S_{\text{prom}} = c u_{\text{prom}} \quad (34.26)$$

En otras palabras, la intensidad de una onda electromagnética es igual a la densidad de energía promedio multiplicada por la rapidez de la luz.

El Sol entrega aproximadamente 10^3 W/m^2 de energía a la superficie de la Tierra vía radiación electromagnética. Calcule la energía total que incide sobre el techo de una casa. Las dimensiones del techo son $8.00 \text{ m} \times 20.0 \text{ m}$. Se supone que la magnitud promedio del vector de Poynting para radiación solar en la superficie de la Tierra es $S_{\text{prom}} = 1\,000 \text{ W/m}^2$. Este valor promedio representa la potencia por unidad de área, o la intensidad luminosa. Si supone que la radiación incide de manera normal sobre el techo, obtiene

$$P_{\text{prom}} = S_{\text{prom}} A = (1\,000 \text{ W/m}^2)(8.00 \text{ m} \times 20.0 \text{ m}) = 1.60 \times 10^5 \text{ W}$$

Esta potencia es grande comparada con los requerimientos de energía de una casa típica. Si esta potencia se pudiera absorber y hacer disponible para aparatos electrodomésticos, proporcionaría más que suficiente energía para la casa promedio. Sin embargo, la energía solar no se aprovecha tan fácilmente y las perspectivas de conversión a gran escala no son tan inteligentes como parecen a partir de estos cálculos. Por ejemplo, la eficiencia de conversión de energía solar es por lo general de 12-18% para celdas fotovoltaicas, lo que reduce la energía disponible en un orden de magnitud. Otras consideraciones reducen la potencia aún más. Depende de la ubicación, pero es muy probable que la radiación no incida de manera normal sobre el techo, e incluso si es así (en localidades cercanas al Ecuador), esta situación existe sólo durante un tiempo breve cerca del mediodía. Ninguna energía está disponible durante aproximadamente la mitad de cada día durante las horas nocturnas y los días nublados reducen todavía más la energía disponible. Por último, aunque la energía llegue en gran proporción durante la mitad del día, parte de ella se debe almacenar para uso posterior, lo que requiere baterías u otros dispositivos de almacenamiento. Con todo, completar la operación solar de las casas actualmente no es efectiva en costo para la mayoría de los hogares.

Ejemplo 34.3 Campos en la página

Estime las magnitudes máximas de los campos eléctrico y magnético de la luz que incide sobre esta página debido a la luz visible proveniente de la lámpara de su escritorio. Trate la lámpara como una fuente puntual de radiación electromagnética que es 5% eficiente para transformar la energía entrante mediante transmisión eléctrica a energía que sale mediante luz visible.

SOLUCIÓN

Conceptualizar El filamento en su lámpara emite radiación electromagnética. Mientras más brillante la luz, mayores son las magnitudes de los campos eléctrico y magnético.

Categorizar Puesto que la lámpara se tratará como una fuente puntual, la emisión es igual en todas direcciones, así que la radiación electromagnética saliente se modela como una onda esférica.

Analizar Recuerde de la ecuación 17.13 que la intensidad de onda I a una distancia r desde una fuente puntual es $I = P_{\text{prom}}/4\pi r^2$, donde P_{prom} es la potencia de salida promedio de la fuente y $4\pi r^2$ es el área de una esfera de radio r con centro en la fuente.

Iguale esta expresión para I con la intensidad de una onda electromagnética dada por la ecuación 34.24:

$$I = \frac{P_{\text{prom}}}{4\pi r^2} = \frac{E_{\text{máx}}^2}{2\mu_0 c}$$

Resuelva para la magnitud del campo eléctrico:

$$E_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{\mu_0 c P_{\text{prom}}}{2\pi r^2}}$$

Haga algunas suposiciones acerca de los números que entran en esta ecuación. La salida de luz visible de una lámpara de 60 W que opera a 5% de eficiencia es aproximadamente 3.0 W por luz visible. (La energía restante se transfiere fuera de la lámpara por conducción y radiación invisible.) Una distancia razonable desde la lámpara a la página puede ser de 0.30 m.

Sustituya estos valores:

$$\begin{aligned} E_{\text{máx}} &= \sqrt{\frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})(3.0 \text{ W})}{2\pi(0.30 \text{ m})^2}} \\ &= 45 \text{ V/m} \end{aligned}$$

continúa

► 34.3 continuación

Use la ecuación 34.21 para encontrar la magnitud del campo magnético:

$$B_{\text{máx}} = \frac{E_{\text{máx}}}{c} = \frac{45 \text{ V/m}}{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}} = 1.5 \times 10^{-7} \text{ T}$$

Finalizar Este valor de la magnitud del campo magnético es dos órdenes de magnitud menor que el campo magnético de la Tierra.

34.5 Cantidad de movimiento y presión de radiación

Las ondas electromagnéticas transportan cantidad de movimiento lineal, así como energía. Cuando esta cantidad de movimiento es absorbida por alguna superficie, sobre ella se ejerce presión. En esta explicación el supuesto es que la onda electromagnética impacta en la superficie con una incidencia normal perpendicular y transporta a la superficie una energía total T_{RE} en un intervalo de tiempo Δt . Maxwell demostró que si la superficie absorbe toda la energía incidente T_{RE} en este intervalo de tiempo (como lo haría un cuerpo negro, lo cual se explica en la sección 20.7), la cantidad de movimiento total $\vec{p}$ transportada a la superficie tiene una magnitud

Cantidad de movimiento transportado a una superficie perfectamente absorbente ►

$$p = \frac{T_{\text{RE}}}{c} \quad (\text{absorción completa}) \quad (34.27)$$

La presión P ejercida sobre la superficie se define como fuerza por unidad de área F/A , que combinada con la segunda ley de Newton da:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{1}{A} \frac{dp}{dt}$$

Al sustituir la ecuación 34.27 dentro de esta expresión para P da:

$$P = \frac{1}{A} \frac{dp}{dt} = \frac{1}{A} \frac{d}{dt} \left(\frac{T_{\text{RE}}}{c} \right) = \frac{1}{c} \frac{(dT_{\text{RE}}/dt)}{A}$$

Se reconocerá $(dT_{\text{RE}}/dt)/A$ como la rapidez a la cual llega la energía a la superficie por cada unidad de área, que es la magnitud del vector de Poynting. Por lo tanto, la presión de radiación P ejercida sobre la superficie perfectamente absorbente es igual a

Presión de radiación ejercida sobre una superficie perfectamente absorbente ►

$$P = \frac{S}{c} \quad (\text{absorción completa}) \quad (34.28)$$

Si la superficie es un reflector perfecto (como un espejo) y la incidencia es normal a la superficie, entonces la cantidad de movimiento transportada a la superficie en un intervalo de tiempo Δt es dos veces la que se obtiene mediante la ecuación 34.27. Es decir, la cantidad de movimiento transferida a la superficie por la luz incidente es $p = T_{\text{RE}}/c$, y la cantidad de movimiento transferida por la luz reflejada también es $p = T_{\text{RE}}/c$. Por lo tanto,

$$p = \frac{2T_{\text{RE}}}{c} \quad (\text{reflexión completa}) \quad (34.29)$$

La presión de radiación ejercida sobre una superficie perfectamente reflejante para una incidencia normal de la onda es

$$P = \frac{2S}{c} \quad (\text{reflexión completa}) \quad (34.30)$$

La presión sobre una superficie que tiene una reflectividad en alguna parte entre estos dos extremos tiene un valor entre S/c y $2S/c$, dependiendo de las propiedades de la superficie.

A pesar de que las presiones de radiación son muy pequeñas (aproximadamente $5 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$ para la luz solar directa), la *navegación solar* es un medio económico para enviar naves espaciales a los planetas. Extensas láminas experimentarían presión de radiación

Prevención de riesgos ocultos 34.5

Demasiadas p Tiene p para la cantidad de movimiento y P para la presión, ¡y ambas se relacionan con P para la potencia! Asegúrese de tener estos conceptos claros.

Presión de radiación ejercida en una superficie perfectamente reflejante ►

proveniente de la luz solar y se utilizan en gran parte con la forma de las lonas que se utilizan en los veleros terrestres. En 2010, la Agencia Japonesa de Exploración Aeroespacial (JAXA) lanzó la primera nave espacial que utiliza velas solares como propulsión principal, *IKAROS* (Interplanetary Kite-craft Accelerated by Radiation of the Sun). Pruebas exitosas de esta nave espacial llevarían a un mayor esfuerzo para enviar una nave espacial a Júpiter por medio de la presión de radiación más adelante.

- E** **xamen rápido 34.4** Para maximizar la presión de radiación sobre las velas de una nave espacial que utiliza navegación solar, ¿deberían ser éstas **(a)** de color muy negro para absorber toda la luz posible o **(b)** muy brillantes, para reflejar tanta luz solar como sea posible?

Ejemplo conceptual 34.4

Barrido del Sistema Solar

En el espacio interplanetario existe una gran cantidad de polvo. Aunque en teoría estas partículas de polvo varían en tamaño, desde el molecular hasta uno mucho más grande, muy poco del polvo en el Sistema Solar es menor que aproximadamente $0.2 \mu\text{m}$. ¿Por qué?

SOLUCIÓN

Las partículas de polvo están sometidas a dos fuerzas significativas: la fuerza gravitacional que las lleva hacia el Sol y la fuerza de presión de radiación que las empuja alejándolas del Sol. La fuerza gravitacional es proporcional al cubo del radio de una partícula de polvo esférica, porque es proporcional a la masa y por ende al volumen $4\pi r^3/3$ de la partícula. La presión de radiación es proporcional al cuadrado del radio porque depende de la sección transversal plana de la partícula. En partículas grandes, la fuerza gravitacional es mayor que la fuerza de la presión de radiación; para partículas que tienen radios menores que $0.2 \mu\text{m}$, la fuerza de presión de radiación es mayor que la fuerza gravitacional. Como resultado, la luz del Sol barre estas partículas hacia fuera del Sistema Solar.

Ejemplo 34.5

Presión de un apuntador láser

En las presentaciones, muchas personas usan un apuntador láser para dirigir la atención de la audiencia a la información en la pantalla. Si un apuntador de 3.0 mW crea una mancha sobre la pantalla que tiene 2.0 mm de diámetro, determine la presión de radiación sobre la pantalla que refleja 70% de la luz que la golpea. La potencia de 3.0 mW es un valor promediado en el tiempo.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine que las ondas impactan la pantalla y ejercen una presión de radiación sobre ella. La presión no debe ser muy grande.

Categorizar Este problema involucra un cálculo de presión de radiación con el uso de un planteamiento similar al que condujo a la ecuación 34.28 o a la ecuación 34.30, pero se complica por la reflexión de 70%.

Analizar Comience por determinar la magnitud del vector de Poynting del haz.

Divida la potencia promediada en el tiempo entregada mediante la onda electromagnética entre el área de sección transversal del haz:

$$S_{\text{prom}} = \frac{(\text{Potencia})_{\text{prom}}}{A} = \frac{(\text{Potencia})_{\text{prom}}}{\pi r^2} = \frac{3.0 \times 10^{-3} \text{ W}}{\pi \left(\frac{2.0 \times 10^{-3} \text{ m}}{2} \right)^2} = 955 \text{ W/m}^2$$

Ahora determine la presión de radiación del haz láser. La ecuación 34.30 indica que un haz completamente reflejado aplicaría una presión promedio de $P_{\text{prom}} = 2S_{\text{prom}}/c$. La reflexión real se modela del modo siguiente: imagine que la superficie absorbe el haz, lo que resulta en presión $P_{\text{prom}} = S_{\text{prom}}/c$; después la superficie emite el haz, lo que resulta en presión adicional $P_{\text{prom}} = S_{\text{prom}}/c$. Si la superficie emite sólo una fracción f del haz (de modo que f es la cantidad del haz incidente reflejado), la presión debida al haz emitido es $P_{\text{prom}} = fS_{\text{prom}}/c$.

Use este modelo para encontrar la presión total sobre la superficie debida a absorción y reemisión (reflexión):

$$P_{\text{prom}} = \frac{S_{\text{prom}}}{c} + f \frac{S_{\text{prom}}}{c} = (1 + f) \frac{S_{\text{prom}}}{c}$$

continúa

34.5 continuación

Evalúe esta presión para un haz que se refleja 70%: $P_{\text{prom}} = (1 + 0.70) \frac{955 \text{ W/m}^2}{3.0 \times 10^8 \text{ m/s}} = 5.4 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$

Finalizar La presión tiene un valor extremadamente pequeño, como se esperaba. (Recuerde de la sección 14.2 que la presión atmosférica es aproximadamente 10^5 N/m^2 .) Considere la magnitud del vector de Poynting, $S_{\text{prom}} = 955 \text{ W/m}^2$. Es aproximadamente la misma intensidad de la luz solar en la superficie de la Tierra. Por esta razón, no es seguro dirigir el haz de un apuntador láser a los ojos de una persona, pues puede ser más peligroso que mirar directamente al Sol.

¿QUÉ PASARÍA SI? ¿Y si el apuntador láser se mueve el doble de lejos de la pantalla? ¿Esto afecta la presión de radiación sobre la pantalla?

Respuesta Ya que la representación convencional de un haz láser es un haz de luz con sección transversal constante, considere que la intensidad de la radiación y, por lo tanto, la presión de radiación, son independientes de la distancia desde la pantalla. No obstante, un haz láser no tiene una sección transversal constante en todas las distancias desde la fuente;

en su lugar, existe una pequeña pero mensurable divergencia del haz. Si el láser se aleja más de la pantalla, el área de iluminación sobre la pantalla aumenta, lo que reduce la intensidad. A su vez, la presión de radiación se reduce.

Además, la distancia duplicada desde la pantalla resulta en más pérdida de energía del haz debido a la dispersión de moléculas de aire y a partículas de polvo conforme la luz viaja desde el láser a la pantalla. Esta pérdida de energía reduce aún más la presión de radiación sobre la pantalla.

Observe que las líneas de campo eléctrico se parecen a las de un dipolo (como se muestra en la figura 23.20).

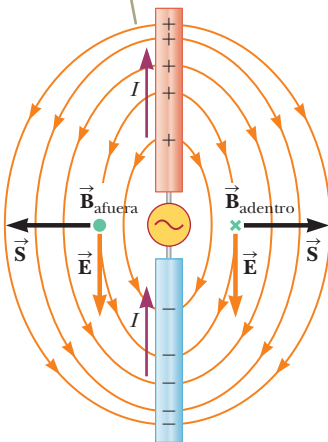


Figura 34.11 Una antena de media onda está constituida por dos varillas metálicas conectadas a una fuente de voltaje alterno. Este diagrama muestra $\vec{E}$ y $\vec{B}$ en un instante arbitrario cuando la corriente está hacia arriba.

34.6 Producción de ondas electromagnéticas por una antena

Ni las cargas inmóviles ni las corrientes estables pueden producir ondas electromagnéticas. No obstante, cada vez que la corriente en un alambre cambia con el tiempo, el alambre emite radiación electromagnética. El mecanismo fundamental responsable de esta radiación es la aceleración de una partícula con carga. **Cada vez que una partícula con carga se acelera, emite energía por radiación electromagnética.**

Considere las ondas electromagnéticas producidas por una *antena de media onda*. En esta configuración, dos varillas conductoras están conectadas a una fuente de voltaje alterno (como un oscilador LC), como se muestra en la figura 34.11. La longitud de cada varilla es igual a un cuarto de la longitud de onda de la radiación emitida cuando el oscilador funciona con frecuencia f . El oscilador obliga a las cargas a acelerarse de ida y vuelta entre las dos varillas. La figura 34.11 muestra la configuración de los campos eléctrico y magnético en algún instante cuando la corriente está hacia arriba. Las líneas de campo eléctrico debidas a la separación de las cargas en las porciones superior e inferior de la antena se parecen a un dipolo eléctrico. (Como resultado, a este tipo de antena se le conoce a veces como *antena dipolo*.) Ya que estas cargas oscilan en forma continua entre las dos varillas, la antena puede representarse aproximadamente por un dipolo eléctrico oscilante. Las líneas de campo magnético, causadas por la corriente que representa el movimiento de las cargas entre los extremos de la antena, forman círculos concéntricos alrededor de la antena y perpendiculares a las líneas del campo eléctrico en todos sus puntos. El campo magnético es igual a cero en todos los puntos a lo largo del eje de la antena. Además, $\vec{E}$ y $\vec{B}$ están 90° fuera de fase en el tiempo; por ejemplo, la corriente es cero cuando las cargas en los extremos exteriores de las varillas están al máximo.

En la figura 34.11, en los dos puntos donde se muestra el campo magnético, el vector de Poynting $\vec{S}$ se dirige radialmente hacia fuera, esto indica que en ese instante la energía está fluyendo de la antena alejándose. Después la dirección de los campos y el vector de Poynting se invierten, conforme la corriente se alterna. Ya que en los puntos cercanos al dipolo $\vec{E}$ y $\vec{B}$ están 90° fuera de fase, el flujo de energía neta es igual a cero. De aquí que se concluya (de manera incorrecta) que el dipolo no emite energía.

No obstante, en efecto se emite energía. Debido a que los campos del dipolo disminuyen en función de $1/r^3$ (como se muestra en el ejemplo 23.6 para el campo eléctrico de un dipolo estático), son despreciables a grandes distancias de la antena. A estas grandes distancias hay algo más que genera un tipo de radiación diferente de la que está cerca de la antena. La fuente de esta radiación es la inducción continua de un campo eléctrico

causado por la variación en el tiempo de un campo magnético y la inducción de un campo magnético por la variación en el tiempo de un campo eléctrico, pronosticados en las ecuaciones 34.6 y 34.7. Los campos eléctrico y magnético producidos de esta manera están en fase entre sí y varían en función de $1/r$. El resultado es un flujo de energía hacia fuera en todo momento.

La dependencia angular de la intensidad de radiación producida por una antena dipolo es como se muestra en la figura 34.12. Observe que la intensidad y la energía radiada pasan por un máximo en un plano que es perpendicular a la antena y que pasa por su punto medio. Además, la energía radiada es igual a cero a lo largo del eje de la antena. Una solución matemática a las ecuaciones de Maxwell para una antena dipolo muestra que la intensidad de la radiación varía en función de $(\sin^2 \theta)/r^2$, donde θ se mide a partir del eje de la antena.

Las ondas electromagnéticas también pueden inducir corrientes en una antena receptora. La respuesta de un dipolo receptor en una posición conocida es máxima cuando el eje de la antena es paralelo al campo en ese punto, y es igual a cero cuando el eje es perpendicular al campo eléctrico.

La distancia desde el origen a un punto en el borde de la forma gris es proporcional al vector Poynting y a la intensidad de radiación en esa dirección.

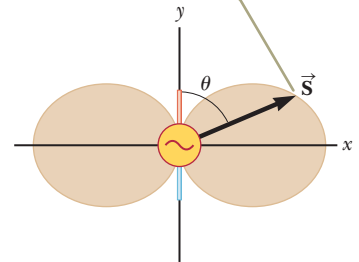


Figura 34.12 Dependencia angular de la intensidad de radiación producida por un dipolo eléctrico en oscilación.

Examen rápido 34.5 Si la antena de la figura 34.11 representa la fuente de una estación de radio lejana, ¿cuál sería la mejor orientación para la antena de un radio portátil localizada a la derecha de la figura?: (a) Arriba-abajo a lo largo de la página, (b) izquierda-derecha a lo largo de la página o (c) perpendicular a la página.

34.7 El espectro de las ondas electromagnéticas

En la figura 34.13 (página 1046) se listan los diversos tipos de ondas electromagnéticas que muestra el **espectro electromagnético**. Observe los extensos intervalos de frecuencias y longitudes de onda. No existe una división clara entre un tipo de onda y la siguiente. Recuerde que todas las formas de los diversos tipos de radiación son producidos por el mismo fenómeno: cargas en aceleración. Los nombres que se han dado a cada tipo de onda son simplemente una forma conveniente en la descripción de la región del espectro en el que están.

Las **ondas de radio**, cuyos intervalos de longitud de onda llegan más allá de 10^4 m a casi 0.1 m, son el resultado de cargas que se aceleran en alambres conductores. Estas ondas son generadas por dispositivos electrónicos, como osciladores *LC*, y se utilizan en los sistemas de radio y televisión.

Las **microondas** tienen longitudes de onda clasificadas desde 0.3 m hasta 10^{-4} m y también son generadas por dispositivos electrónicos. Debido a sus longitudes de onda cortas, son muy adecuadas para sistemas de radar y para el estudio de las propiedades atómicas y moleculares de la materia. Los hornos de microondas son una aplicación doméstica interesante de estas ondas. Se ha sugerido que la energía solar podría aprovecharse enviando microondas a la Tierra desde un colector solar en el espacio.

Las **ondas infrarrojas** tienen longitudes de onda clasificadas desde 10^{-3} m hasta 7×10^{-7} m, la longitud de onda más larga de la luz visible. Estas ondas, producidas por moléculas y objetos a la temperatura ambiente, son fácilmente absorbidas por la mayor parte de los materiales. La energía infrarroja (IR, *infrared*), absorbida por una sustancia, aparece como energía interna, ya que la energía agita los átomos del objeto, lo que incrementa su movimiento vibratorio o de traslación y da como resultado un incremento en la temperatura. La radiación infrarroja tiene aplicaciones prácticas y científicas en muchas áreas, incluyendo la fisioterapia, la fotografía infrarroja y la espectroscopia vibratoria.

La **luz visible**, que es la forma más familiar de las ondas electromagnéticas, es aquella parte del espectro electromagnético que el ojo humano puede detectar. Se produce mediante la reorganización de los electrones en los átomos y moléculas. Sus diversas longitudes de onda, que corresponden a los diferentes colores, van desde el rojo ($\lambda \approx 7 \times 10^{-7}$ m) hasta el violeta ($\lambda \approx 4 \times 10^{-7}$ m). La sensibilidad del ojo humano es una función de la longitud de onda, siendo máxima a una longitud de onda de alrededor de 5.5×10^{-7} m. Con esto en mente, ¿por qué cree usted que las pelotas de tenis tienen a menudo un color verde amarillento? La tabla 34.1 proporciona correspondencias aproximadas

Prevención de riesgos ocultos 34.6

"Rayos de calor" Los rayos infrarrojos se conocen a menudo con el nombre de "rayos de calor", pero este término es incorrecto. Aunque la radiación infrarroja se utiliza para incrementar o mantener la temperatura, así como para mantener la comida caliente con "lámparas de calor" en un restaurante de comida rápida, todas las longitudes de onda de la radiación electromagnética contienen energía que puede causar el incremento de la temperatura de un sistema. Como ejemplo, imagine una papa horneándose en un horno de microondas.

Tabla 34.1 Correspondencia aproximada entre longitudes de onda de luz visible y color

Intervalo de longitud (nm)	Descripción de color
400–430	Violeta
430–485	Azul
485–560	Verde
560–590	Amarillo
590–625	Naranja
625–700	Rojo

Nota: Aquí los intervalos de longitud de onda son aproximados. Distintas personas describirán los colores de manera diferente.

El diagrama muestra el espectro electromagnético con la frecuencia en Hz en el eje vertical (logarítmico, de 10^3 a 10^{22}) y la longitud de onda en m en el eje horizontal (logarítmico, de 1 pm a 1 km). Las regiones del espectro son:

- Rayos gamma: 10^{22} Hz, < 1 pm
- Rayos X: 10^{18} a 10^{22} Hz, < 1 nm
- Ultravioleta: 10^{16} a 10^{18} Hz, < 1 nm
- Luz visible: 10^{14} a 10^{15} Hz, ~400 nm a ~700 nm. Se muestra un detalle del espectro de colores: Violeta, Azul, Verde, Amarillo, Naranja, Rojo.
- Infrarroja: 10^{12} a 10^{14} Hz, > 1 nm
- Microondas: 10^9 a 10^{12} Hz, > 1 mm
- TV, FM: 10^8 a 10^9 Hz, > 1 m
- Ondas de radio: 10^3 a 10^8 Hz, > 1 km
- AM: 10^5 a 10^6 Hz, > 1 km
- Onda larga: 10^3 Hz, > 1 km

El espectro visible de la luz se ha ampliado para mostrar detalles de los colores.

Tipos de onda adyacentes muestran algún traslape de frecuencias.

Los **rayos gamma** son ondas electromagnéticas emitidas por núcleos radiactivos y durante ciertas reacciones nucleares. Los rayos gamma de alta energía son un componente de los rayos cósmicos que entran en la atmósfera de la Tierra desde el espacio. Tienen longitudes de onda que van desde aproximadamente 10^{-10} m hasta menos de 10^{-14} m. Son rayos muy penetrantes y producen daños serios si son absorbidos por tejidos vivos. En consecuencia, quienes trabajan cerca de este tipo de radiación peligrosa deben estar protegidos con materiales de gran absorción, como gruesas capas de plomo.



Raymond A. Serway

El uso de lentes de sol que carecen de bloqueador de luz ultravioleta (UV) es más dañino para sus ojos que no utilizar. Los lentes de cualquier anteojos para el sol absorben una porción de la luz visible, causando por tanto la dilatación de las pupilas. Si los lentes no bloquean también la luz UV, es posible que se produzca más daño en los ojos debido a las pupilas dilatadas. Si no se utilizan lentes de sol, las pupilas se contraen, los ojos se entrecierran, lo que hace que penetre mucha menos luz UV. Los lentes de sol de alta calidad bloquean prácticamente toda la luz UV dañina para el ojo.

E **xamen rápido 34.6** En muchas cocinas se utilizan hornos de microondas para preparar los alimentos. La frecuencia de las microondas es del orden de 10^{10} Hz. ¿La longitud de onda de estas microondas son del orden de **(a)** kilómetros, **(b)** metros, **(c)** centímetros o **(d)** micras?

E **xamen rápido 34.7** Una onda de radio de frecuencia del orden de 10^5 Hz se utiliza para transportar una onda sonora con una frecuencia del orden de 10^3 Hz. ¿La longitud de la onda de radio es del orden de magnitud de **(a)** kilómetros, **(b)** metros, **(c)** centímetros o **(d)** micras?

Resumen

Definiciones

■ En una región del espacio donde hay un campo eléctrico variable, hay una **corriente de desplazamiento** que se define como

$$I_d \equiv \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (34.1)$$

donde ϵ_0 es la permitividad del espacio libre (véase la sección 23.3) y $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$ es el flujo eléctrico.

■ La rapidez de flujo de energía que cruza un área unitaria mediante radiación electromagnética se describe mediante el **vector de Poynting** $\vec{S}$, donde

$$\vec{S} \equiv \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (34.22)$$

Conceptos y principios

■ Cuando se usan con la ley de fuerza de Lorentz, $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$, las **ecuaciones de Maxwell** describen todos los fenómenos electromagnéticos:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (34.4)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (34.5)$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (34.6)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (34.7)$$

■ Las **ondas electromagnéticas**, predichas por las ecuaciones de Maxwell, tienen las siguientes propiedades y se describen por las siguientes representaciones matemáticas del modelo de ondas viajeras para ondas electromagnéticas:

- El campo eléctrico y el campo magnético satisfacen cada uno una ecuación de onda. Estas dos ecuaciones de onda, que se pueden obtener a partir de la tercera y cuarta ecuaciones de Maxwell, son

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (34.15)$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \quad (34.16)$$

- Las ondas viajan a través del vacío con la rapidez de la luz c , donde

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (34.17)$$

- Numéricamente, la rapidez de las ondas electromagnéticas en el vacío es 3.00×10^8 m/s.
- La longitud de onda y la frecuencia de las ondas electromagnéticas están relacionadas por

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{f} \quad (34.20)$$

- Los campos eléctrico y magnético son mutuamente perpendiculares y, a su vez, perpendiculares a la dirección de propagación de la onda.
- Las magnitudes instantáneas de $\vec{E}$ y $\vec{B}$ en una onda electromagnética se relacionan mediante la expresión

$$\frac{E}{B} = c \quad (34.21)$$

- Las ondas electromagnéticas portan energía.
- Las ondas electromagnéticas portan cantidad de movimiento.

continúa

Debido a que las ondas electromagnéticas portan cantidad de movimiento, ejercen presión sobre las superficies. Si una onda electromagnética cuyo vector de Poynting es $\vec{S}$ es absorbida completamente por una superficie sobre la cual incide de manera normal, la presión de radiación sobre dicha superficie es

$$P = \frac{S}{c} \quad (\text{absorción completa}) \quad (34.28)$$

Si la superficie refleja totalmente una onda que incide de manera normal, la presión se duplica.

El valor promedio del vector de Poynting para una onda electromagnética plana tiene una magnitud

$$S_{\text{prom}} = \frac{E_{\text{máx}} B_{\text{máx}}}{2\mu_0} = \frac{E_{\text{máx}}^2}{2\mu_0 c} = \frac{c B_{\text{máx}}^2}{2\mu_0} \quad (34.24)$$

La intensidad de una onda electromagnética sinusoidal plana es igual al valor promedio del vector de Poynting tomado sobre uno o más ciclos.

Los campos eléctrico y magnético de una onda electromagnética sinusoidal plana que se propaga en la dirección x positiva se pueden escribir como

$$E = E_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t) \quad (34.18)$$

$$B = B_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t) \quad (34.19)$$

donde k es el número de onda angular y ω es la frecuencia angular de la onda. Estas ecuaciones representan soluciones especiales a las ecuaciones de onda para E y B .

El espectro electromagnético incluye ondas que abarcan un amplio intervalo de longitudes de onda, desde las ondas largas de radio a más de 10^4 m, hasta los rayos gamma a menos de 10^{-14} m.

Preguntas objetivas

1. indica que la respuesta está disponible en el *Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio*

- Un grano de polvo interplanetario esférico, de $0.2 \mu\text{m}$ de radio, está a una distancia r_1 del Sol. La fuerza gravitacional ejercida por el Sol sobre el grano apenas equilibra la fuerza debida a la presión de radiación de la luz solar. (i) Suponga que el grano se mueve a una distancia $2r_1$ del Sol y se libera. En esta posición, cuál es la fuerza neta ejercida sobre el grano? (a) Hacia el Sol, (b) alejándose del Sol, (c) cero, (d) imposible de determinar sin conocer la masa del grano. (ii) Ahora suponga que el grano se mueve de regreso a su posición original en r_1 , se comprime de modo que se cristaliza en una esfera con densidad significativamente mayor y se libera. En esta situación, ¿cuál es la fuerza neta ejercida sobre el grano? Elija entre las mismas posibilidades para la parte (i).
- Una pequeña fuente emite una onda electromagnética con una sola frecuencia en el vacío, igualmente en todas direcciones. (i) Conforme la onda se mueve, ¿su frecuencia (a) aumenta, (b) disminuye o (c) permanece constante? Responda la misma pregunta acerca de (ii) su longitud de onda, (iii) su rapidez, (iv) su intensidad y (v) la amplitud de su campo eléctrico.
- Un típico horno de microondas trabaja a una frecuencia de 2.45 GHz. ¿Cuál es la longitud de onda asociada con las ondas electromagnéticas en el horno? (a) 8.20 m (b) 12.2 cm (c) 1.20×10^8 m (d) 8.20×10^{-9} m (e) Ninguna de las respuestas anteriores.
- Un estudiante que trabaja con aparatos transmisores similares a los de Heinrich Hertz quiere ajustar los electrodos para generar ondas electromagnéticas con una frecuencia a la mitad de la anterior. (i) ¿Qué tan grande debe ser la capacitancia efectiva del par de electrodos? (a) 4 veces mayor que la anterior, (b) 2 veces mayor que la anterior, (c) $\frac{1}{2}$ de la anterior, (d) $\frac{1}{4}$ de la anterior, (e) ninguna de estas respuestas tendría el efecto deseado. (ii) Después de hacer el ajuste requerido, ¿cuál será la longitud de la onda transmitida? Elija entre las mismas posibilidades para la parte (i).
- Suponga que usted carga un peine al pasarlo por su cabello y luego mantiene el peine junto a un imán de barra. Los campos eléctrico y magnético producidos constituyen una onda electromagnética? (a) Sí, necesariamente. (b) Sí, porque dentro del imán de barra se mueven partículas cargadas. (c) Pueden, pero sólo si el campo eléctrico del peine y el campo magnético del imán son perpendiculares. (d) Pueden, pero sólo si tanto el peine como el imán se mueven. (e) Pueden, si el peine o el imán o ambos aceleran.
- ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas en relación con las ondas electromagnéticas que viajan a través del vacío? Más de una afirmación puede ser correcta. (a) Todas las ondas tienen la misma longitud de onda. (b) Todas las ondas tienen la misma frecuencia. (c) Todas las ondas viajan a 3.00×10^8 m/s. (d) Los campos eléctricos y magnéticos asociados con las ondas son perpendiculares entre sí y a la dirección de propagación de la onda. (e) La rapidez de las ondas depende de su frecuencia.
- Una onda electromagnética plana con una sola frecuencia se mueve en el vacío en la dirección x positiva. Su amplitud es uniforme sobre el plano yz . (i) Conforme la onda se mueve, ¿su frecuencia (a) aumenta, (b) disminuye o (c) permanece constante? Con las mismas opciones responda la misma pregunta acerca de (ii) su longitud de onda, (iii) su rapidez, (iv) su intensidad y (v) la amplitud de su campo magnético.

8. Suponga que la amplitud del campo eléctrico en una onda electromagnética plana es E_1 y la amplitud del campo magnético es B_1 . Luego la fuente de la onda se ajusta de modo que la amplitud del campo eléctrico se duplica para convertirse en $2E_1$. (i) Qué ocurre con la amplitud del campo magnético en este proceso? (a) Se vuelve 4 veces mayor. (b) Se vuelve 2 veces mayor. (c) Puede permanecer constante. (d) Se reduce a $\frac{1}{2}$ (e) Se reduce a $\frac{1}{4}$ (ii) Qué ocurre con la intensidad de la onda? Elija entre las mismas posibilidades del inciso (i).
9. Una onda electromagnética con un pico de campo magnético máximo de $1.50 \times 10^{-7} \text{ T}$ tiene un campo eléctrico máximo asociado de qué magnitud? (a) $0.500 \times 10^{-15} \text{ N/C}$ (b) $2.00 \times 10^{-5} \text{ N/C}$ (c) $2.20 \times 10^4 \text{ N/C}$ (d) 45.0 N/C (e) 22.0 N/C
10. (i) Clasifique los siguientes tipos de ondas de acuerdo con sus intervalos de longitud de onda, desde aquellos con la longitud de onda más pequeña típica o promedio, hasta la mayor, y señale cualquier caso de igualdad: (a) rayos gamma, (b) microondas, (c) ondas de radio, (d) luz visible, (e) rayos X. (ii) Clasifique los tipos de ondas de acuerdo con sus frecuencias, de menor a mayor. (iii) Clasifique los tipos de ondas de acuerdo

con sus magnitudes de velocidad en el vacío, de la más lenta a la más rápida.

11. Considere una onda electromagnética viajando en la dirección y positiva. El campo magnético asociado con la onda en alguna posición, en algún instante, apunta en la dirección x negativa, como se muestra en la figura PO34.11. ¿Cuál es la dirección del campo eléctrico en esta posición y en ese instante? (a) Dirección x positiva, (b) dirección y positiva, (c) dirección z positiva, (d) dirección z negativa, (e) dirección y negativa.

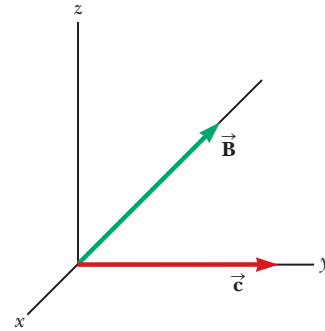


Figura PO34.11

Preguntas conceptuales

1. indica que la respuesta está disponible en el *Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio*

1. Suponga que un ser de otro planeta tiene ojos sensibles a la radiación infrarroja. Describa lo que vería el extraterrestre si mirara alrededor de su biblioteca. En particular, ¿qué sería para él brillante y qué sería oscuro?
2. Para una energía incidente conocida de una onda electromagnética, ¿por qué la presión de radiación es el doble sobre una superficie perfectamente reflejante que sobre una superficie perfectamente absorbente?
3. Las estaciones de radio anuncian a menudo “noticias al instante”. Si quisieran decir que las noticias se pueden escuchar en el instante justo en que son emitidas, ¿esto sería cierto? ¿Qué intervalo de tiempo aproximado se requiere para que un mensaje viaje desde Maine a California por ondas de radio (suponga que las ondas pudieran ser detectadas en este rango)?
4. Enumere al menos tres diferencias entre las ondas de sonido y las de luz.
5. Si una corriente de alta frecuencia pasa a través de un solenoide que contiene un núcleo metálico, éste se calienta debido a la inducción. Explique por qué en este caso el material aumenta de temperatura.
6. Cuando la luz (u otra radiación electromagnética) se desplaza a través de una región determinada, ¿(a) qué es lo que oscila y (b) qué es lo que se transporta?
7. ¿Por qué debe verse diferente la fotografía infrarroja de una persona de una tomada con luz visible?
8. ¿Las ecuaciones de Maxwell permiten la existencia de monopolos magnéticos? Explique.

9. Antes del advenimiento de la televisión por cable y de las antenas parabólicas, la gente utilizaba a menudo “antenas de conejo” sobre sus aparatos de televisión (figura PC34.9). Ciertas orientaciones de la antena receptora sobre una televisión dan una mejor recepción que otras. Además, la mejor orientación varía de canal en canal. Explique por qué.



Figura PC34.9 Problemas 9 y 78.

10. ¿Qué provoca una onda de radio sobre las cargas en la antena receptora para obtener una señal para el radio de su automóvil?
11. Describa el significado físico del vector de Poynting.
12. Un plato de plástico o de vidrio vacío está frío al contacto cuando se retira de un horno de microondas, incluso cuando contiene alimento caliente. ¿Cómo es posible esto?
13. ¿Qué nuevo concepto incluyó la forma generalizada de Maxwell de la ley de Ampère?

Problemas

1. sencillos; 2. intermedio; 3. retador

1. solución completa disponible en el Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio

Sección 34.1 Corriente de desplazamiento y la forma general de la ley de Ampère

1. Considere la situación que se muestra en la figura P34.1. Un campo eléctrico de 300 V/m se confina a un área circular $d = 10.0$ cm de diámetro y se dirige hacia fuera, perpendicular al plano de la figura. Si el campo aumenta a razón de $20.0 \text{ V/m} \cdot \text{s}$, ¿cuáles son (a) la dirección y (b) la magnitud del campo magnético en el punto P , a $r = 15.0$ cm del centro del círculo?

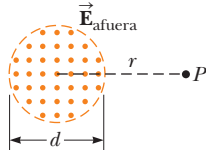


Figura P34.1

2. Una corriente de 0.200 A carga un capacitor que tiene placas circulares de 10.0 cm de radio. Si la separación entre placas es de 4.00 mm, (a) ¿cuál es la rapidez de cambio en el tiempo del campo eléctrico entre las placas? (b) ¿Cuál es el campo magnético entre las placas a 5.00 cm del centro?
3. Una corriente de 0.100 A carga un capacitor que tiene placas cuadradas de 5.00 cm por lado. La separación entre placas es de 4.00 mm. Encuentre (a) la rapidez de cambio en el tiempo del flujo eléctrico entre las placas y (b) la corriente de desplazamiento entre las placas.

Sección 34.2 Ecuaciones de Maxwell y los descubrimientos de Hertz

4. Un electrón se mueve a través de un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = (2.50\hat{i} + 5.00\hat{j}) \text{ V/m}$ y un campo magnético uniforme $\vec{B} = 0.400\hat{k} \text{ T}$. Determine la aceleración del electrón cuando tiene una velocidad $\vec{v} = 10.0\hat{i} \text{ m/s}$.
5. Un protón se mueve a través de un campo eléctrico uniforme dado por $\vec{E} = 50.0\hat{j} \text{ V/m}$ y un campo magnético uniforme $\vec{B} = (0.200\hat{i} + 0.300\hat{j} + 0.400\hat{k}) \text{ T}$. Determine la aceleración del protón cuando tiene una velocidad $\vec{v} = 200\hat{i} \text{ m/s}$.
6. Una barra delgada muy larga porta carga eléctrica con densidad lineal de 35.0 nC/m . Se encuentra a lo largo del eje xy se mueve en la dirección x con una rapidez de $1.5 \times 10^7 \text{ m/s}$. (a) Encuentre el campo eléctrico que la barra crea en el punto ($x = 0$, $y = 20.0 \text{ cm}$, $z = 0$). (b) Encuentre el campo magnético que produce en el mismo punto. (c) Encuentre la fuerza que ejerce sobre un electrón en este punto, que se mueve con una velocidad de $(2.40 \times 10^8)\hat{i} \text{ m/s}$.

Sección 34.3 Ondas electromagnéticas planas

Nota: Suponga que el medio es el vacío, salvo que se especifique lo contrario.

7. Supongamos que usted se encuentra a 180 m de un transmisor de radio. (a) ¿A cuántas longitudes de onda se encuentran de la emisora si la estación se llama 1150 AM? (Las frecuencias de la banda de AM están en kilohertz.) (b) ¿Qué pasa si esta estación es 98.1 FM? (Las frecuencias de la banda de FM están en megahertz.)
8. Una máquina de diatermia, utilizada en fisioterapia, genera radiación electromagnética que da el efecto de “calor profundo” cuando se absorbe en el tejido. Una frecuencia asignada para diatermia es 27.33 MHz. ¿Cuál es la longitud de onda de esta radiación?
9. La distancia a la estrella polar, Polaris, es aproximadamente de $6.44 \times 10^{18} \text{ m}$. (a) Si Polaris se apagara hoy, ¿en qué año la veríamos desaparecer? (b) ¿Cuánto tarda la luz solar en llegar a la Tierra? (c) ¿Cuánto tarda una señal de radar de microondas en desplazarse de la Tierra a la Luna y de regreso?
10. La luz roja emitida por un láser de helio-neón tiene una longitud de onda de 632.8 nm. ¿Cuál es la frecuencia de las ondas de luz?
11. **Problema de repaso.** Las ondas de radio entre dos láminas de metal separadas 2.00 m establecen un patrón de interferencia de ondas estacionarias. Ésta es la distancia más corta entre las placas que produce un patrón de onda estacionaria. ¿Cuál es la frecuencia de las ondas de radio?
12. Una onda electromagnética en el vacío tiene una amplitud de campo eléctrico de 220 V/m. Calcule la amplitud del campo magnético correspondiente.
13. La rapidez de una onda electromagnética que se desplaza en una sustancia no magnética transparente es $v = 1/\sqrt{\kappa\mu_0\epsilon_0}$ donde κ es la constante dieléctrica de la sustancia. Determine la rapidez de la luz en el agua, que tiene una constante dieléctrica a frecuencias ópticas de 1.78.
14. Un pulso de radar vuelve al transmisor-receptor después de un tiempo total de viaje de $4.00 \times 10^{-4} \text{ s}$. ¿Qué tan lejos está el objeto que refleja la onda?
15. La figura P34.15 muestra una onda electromagnética sinusoidal plana que se propaga en la dirección de las x . Suponga que la longitud de onda es de 50.0 m y que el campo eléctrico vibra en el plano xy con una amplitud de 22.0 V/m. Calcule (a) la frecuencia de la onda y (b) el campo magnético $\vec{B}$ cuando el campo eléctrico tiene su valor máximo en la dirección negativa de las y . (c) Escriba una expresión para $\vec{B}$

utilizando el vector unitario correcto, con valores numéricos para $B_{\text{máx}}$, k y ω , y con su magnitud en la forma

$$B = B_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t)$$

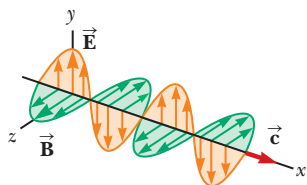


Figura P34.15 Problemas 15 y 70.

16. Verifique por sustitución que las siguientes ecuaciones son soluciones a las ecuaciones 34.15 y 34.16, respectivamente:

$$E = E_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t)$$

$$B = B_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t)$$

17. **Problema de repaso.** Un horno de microondas funciona mediante un tubo electrónico llamado magnetrón, que genera ondas electromagnéticas de 2.45 GHz de frecuencia. Las microondas entran en el horno y se reflejan en las paredes. El patrón de ondas estacionarias producido en el horno puede cocinar la comida de forma desigual, con puntos calientes en la comida en los antinodos y partes frías en los nodos, por lo que es frecuente utilizar un plato giratorio para hacer girar la comida y distribuir la energía. Si un horno de microondas hecho para utilizarse con una platina se usa con un plato en una posición fija, los antinodos pueden aparecer en forma de quemadura en la comida, como en tiras de zanahoria o de queso. La distancia medida de separación entre las quemaduras es de $6 \text{ cm} \pm 5\%$. A partir de estos datos, calcule la rapidez de las microondas.

18. ¿Por qué es imposible la siguiente situación? Una onda electromagnética viaja a través del espacio vacío con campos eléctricos y magnéticos descritos por

$$E = 9.00 \times 10^3 \cos[(9.00 \times 10^6)x - (3.00 \times 10^{15})t]$$

$$B = 3.00 \times 10^{-5} \cos[(9.00 \times 10^6)x - (3.00 \times 10^{15})t]$$

donde todos los valores y las variables numéricas se expresan en unidades del SI.

19. En unidades del SI, el campo eléctrico de una onda electromagnética se describe por

$$E_y = 100 \sin(1.00 \times 10^7 x - \omega t)$$

Determine (a) la amplitud de las oscilaciones del campo magnético correspondiente, (b) la longitud de onda λ y (c) la frecuencia f .

Sección 34.4 Energía transportada por ondas electromagnéticas

20. ¿A qué distancia del Sol la intensidad de la luz solar es tres veces el valor que tiene en la Tierra? (La separación media Tierra-Sol es $1.496 \times 10^{11} \text{ m}$.)
21. Si la intensidad de la luz solar en la superficie de la Tierra bajo un cielo bastante claro es 1000 W/m^2 , ¿cuánta energía electromagnética por metro cúbico está contenida en la luz solar?
22. La potencia de la luz solar que llega a cada metro cuadrado de la superficie de la Tierra en un día claro en los

tropicos es cercana a 1000 W . En un día de invierno en Manitoba, la concentración de potencia de la luz solar puede ser de 100 W/m^2 . Muchas actividades humanas se describen mediante una potencia por unidad de área en el orden de 10^2 W/m^2 o menos. (a) Considere, por ejemplo, una familia de cuatro que paga \$66 a la compañía eléctrica cada 30 días por 600 kWh de energía transportada por las líneas de transmisión hasta su casa, que tiene dimensiones de planta de 13.0 m por 9.50 m. Calcule la potencia por área medida de este uso de energía. (b) Considere un automóvil de 2.10 m de ancho y 4.90 m de largo que viaja a 55.0 mi/h usando gasolina que tiene 44.0 MJ/kg de “calor de combustión”, con economía de gasolina de 25.0 mi/gal. Un galón de gasolina tiene una masa de 2.54 kg. Encuentre la potencia por unidad de área medida del uso de energía del automóvil. (c) Explique por qué el uso directo de la energía solar no es práctico para un automóvil convencional. (d) ¿Cuáles son algunos usos más prácticos de la energía solar?

23. Una comunidad planea construir una instalación para convertir la radiación solar en energía eléctrica; necesitan 1.00 MW de potencia, y el sistema que se va a instalar tiene una eficiencia de 30% (esto es, 30.0% de la energía solar incidente sobre la superficie es convertida en energía útil para alimentar eléctricamente a la comunidad). ¿Cuál debe ser el área efectiva de una superficie perfectamente absorbente utilizada en una instalación así, suponiendo que la luz solar tiene una intensidad constante de 1000 W/m^2 ?

24. En una región del espacio libre el campo eléctrico en un instante determinado de tiempo es $\vec{E} = (80.0\hat{i} + 32.0\hat{j} - 64.0\hat{k}) \text{ N/C}$ y el campo magnético es $\vec{B} = (0.200\hat{i} + 0.0800\hat{j} + 0.290\hat{k}) \mu\text{T}$. (a) Demuestre que los dos campos son perpendiculares entre sí. (b) Determine el vector de Poynting para estos campos.

25. Cuando se utiliza en la atmósfera de la Tierra un láser de alta potencia, el campo eléctrico asociado con el rayo láser puede ionizar el aire, convirtiéndose en un plasma conductor que refleja la luz del láser. En aire seco a 0°C y 1 atm, se produce una ruptura eléctrica para los campos con amplitudes por encima de aproximadamente 3.00 MV/m. (a) ¿Qué intensidad del rayo láser producirá este campo? (b) A esta intensidad máxima, ¿cuál es la potencia que puede entregarse en un rayo cilíndrico de diámetro 5.00 mm?

26. **Problema de repaso.** Represente la onda electromagnética en un horno de microondas como una onda viajera plana que se desplaza hacia la izquierda, con una intensidad de 25.0 kW/m^2 . Un horno contiene dos recipientes cúbicos de masa pequeña, cada uno lleno de agua. Uno tiene una longitud de arista de 6.00 cm y el otro de 12.0 cm. La energía incide perpendicularmente sobre la cara de cada contenedor. El agua en el contenedor más pequeño absorbe 70.0% de la energía que incide sobre él. El agua del contenedor más grande absorbe 91.0%. Esto es, una fracción de 0.300 de la energía de entrada de microondas pasa a través de un cuerpo de agua con un espesor de 6 cm y la fracción $(0.300)(0.300) = 0.090$ pasa a través de un espesor de 12 cm. Determine el cambio en la temperatura del agua de cada contenedor durante un intervalo de tiempo de 480 s. Suponga que la cantidad de energía que abandona cada recipiente debido al calor es despreciable.

27. En las fábricas se utiliza láser de alta potencia para cortar tela y metal (figura P34.27). Un láser de ese tipo tiene un diámetro de haz de 1.00 mm y genera un campo eléctrico que tiene una amplitud de 0.700 MV/m en el objetivo. Determine (a) la amplitud del campo magnético producido, (b) la intensidad del láser y (c) la potencia entregada por el láser.



Philippe Plailly/SPL/Photo Researchers, Inc.

Figura P34.27

28. Considere una estrella brillante en un cielo nocturno. Suponga que su distancia desde la Tierra es de 20.0 años luz y su potencia de salida es de 4.00×10^{28} W, aproximadamente 100 veces la del Sol. (a) Encuentre la intensidad de la luz estelar en la Tierra. (b) Encuentre la potencia de la luz estelar que la Tierra intercepta. Un año luz es la distancia que recorre la luz en un año, desplazándose en el vacío.
29. ¿Cuál es la magnitud promedio del vector de Poynting a 5.00 millas de un transmisor de radio isotrópico (que difunde de manera uniforme en todas las direcciones) con una potencia promedio de 250 kW?
30. Si la antena de una estación de radio de 10.0 kW emite ondas electromagnéticas esféricas, (a) calcule el valor máximo del campo magnético a 5.00 km de la antena, y (b) compare este valor con el campo magnético superficial de la Tierra.
31. **Problema de repaso.** Una estación de radio AM difunde isotrópicamente (de manera uniforme en todas direcciones) con una potencia promedio de 4.00 kW. Una antena receptora de 65.0 cm de largo está a 4.00 millas del transmisor. Calcule la amplitud de la fem inducida por esta señal entre los extremos de la antena receptora.
32. ¿A qué distancia de una onda electromagnética de 100 W una fuente puntual es $E_{\text{máx}} = 15.0$ V/m?
33. El filamento de una lámpara incandescente tiene una resistencia de 150 Ω y lleva una corriente directa de 1.00 A. El filamento tiene 8.00 cm de largo y 0.900 mm de radio. (a) Calcule el vector de Poynting en la superficie del filamento, asociado con el campo eléctrico estático que produce la corriente y el campo magnético estático de la corriente. (b) Determine la magnitud de los campos eléctrico estático y magnético en la superficie del filamento.
34. En alguna ubicación de la Tierra, el valor rms del campo magnético causado por la radiación solar es de 1.80 μT . A partir de este valor, calcule (a) el campo eléctrico rms debido a radiación solar, (b) la densidad de energía pro-

medio del componente solar de la radiación electromagnética en esta ubicación y (c) la magnitud promedio del vector de Poynting para la radiación del Sol.

Sección 34.5 Cantidad de movimiento y presión de radiación

35. Un láser de 25.0 mW y 2.00 mm de diámetro es reflejado en incidencia normal por un espejo que refleja perfectamente. Calcule la presión de la radiación en el espejo.
36. Una onda de radio transmite 25.0 W/m² de potencia por unidad de área. Una superficie plana de área A es perpendicular a la dirección de propagación de la onda. Calcule la presión de radiación sobre la superficie, suponiendo que ésta es perfectamente absorbente.
37. Un láser neón-helio de 15.0 mW emite un haz de sección transversal circular con un diámetro de 2.00 mm. (a) Determine el campo eléctrico máximo en el haz. (b) ¿Cuál es la energía total contenida en una longitud de 1.00 m del haz? (c) Determine la cantidad de movimiento que tiene un tramo de 1.00 m de longitud del haz.
38. Un láser neón-helio emite un haz de sección transversal circular con un radio r y una potencia P . (a) Determine el campo eléctrico máximo en el haz. (b) ¿Cuál es la energía total contenida en una longitud ℓ del haz? (c) Determine la cantidad de movimiento que tiene un tramo de longitud ℓ del haz.
39. Un disco circular uniforme de masa $m = 24.0$ g y radio $r = 40.0$ cm cuelga verticalmente de un gozne horizontal, libre de fricción y fijo en un punto de su circunferencia, como se muestra en la figura P34.39a. Un haz horizontal de radiación electromagnética con una intensidad de 10.0 MW/m² incide sobre el disco en una dirección perpendicular a su superficie. El disco es perfectamente absorbente y la presión de radiación resultante hace que el disco gire. Determine el ángulo θ de giro del disco después de haber alcanzado su nueva posición de equilibrio. Suponga que la radiación *siempre* es perpendicular a la superficie del disco.

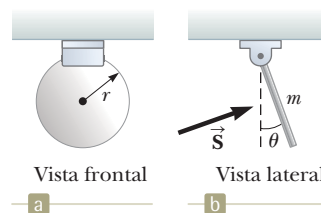


Figura P34.39

40. La intensidad de la luz solar a la distancia de la Tierra desde el Sol es de 1 370 W/m². Suponga que la Tierra absorbe toda la luz solar incidente sobre ella. (a) Encuentre la fuerza total que el Sol ejerce sobre la Tierra debido a presión de radiación. (b) Explique cómo se compara esta fuerza con la atracción gravitacional del Sol.
41. Una onda electromagnética plana, de 6.00 W/m² de intensidad, que se mueve en la dirección x , golpea un pequeño espejo de bolsillo de 40.0 cm² de área, que se mantiene en el plano yz . (a) ¿Qué cantidad de movimiento transfiere la onda al espejo cada segundo? (b) Encuentre la fuerza que la onda ejerce sobre el espejo. (c) Explique la relación entre las respuestas a los incisos (a) y (b).

42. Suponga que la intensidad de la radiación solar incidente sobre la atmósfera superior de la Tierra es de $1\,370\text{ W/m}^2$ y use los datos de la tabla 13.2 que sean necesarios. Determine (a) la intensidad de la radiación solar incidente sobre Marte, (b) la potencia total incidente sobre Marte y (c) la fuerza de radiación que actúa sobre dicho planeta si absorbe casi toda la luz. (d) Establezca cómo se compara esta fuerza con la atracción gravitacional ejercida por el Sol sobre Marte. (e) Compare la razón de la fuerza gravitacional a la fuerza de presión luminosa ejercida sobre la Tierra y la razón de estas fuerzas ejercidas sobre Marte, encontradas en el inciso (d).
43. Un medio posible para el vuelo espacial es colocar una hoja aluminizada perfectamente reflejante en órbita alrededor de la Tierra y después utilizar la luz solar para empujar esta “vela solar”. Suponga que una vela con un área $A = 6.00 \times 10^5\text{ m}^2$ y una masa $m = 6 \times 10^3\text{ kg}$ se coloca en órbita de cara al Sol. Ignore todos los efectos gravitacionales y suponga una intensidad solar de $1\,370\text{ W/m}^2$. (a) ¿Qué fuerza se ejerce sobre la vela? (b) ¿Cuál es la aceleración de la misma? (c) Suponga que la aceleración calculada en el inciso (b) permanece constante y determine el intervalo de tiempo que tarda la vela en llegar a la Luna, a $3.84 \times 10^8\text{ m}$ de distancia, partiendo desde el reposo en la Tierra.

Sección 34.6 Producción de ondas electromagnéticas por una antena

44. Las ondas de extrema baja frecuencia (ELF, *extremely low frequency*) que pueden penetrar en los océanos son la única forma práctica de establecer comunicación con los submarinos a profundidad. (a) Calcule la longitud de una antena de un cuarto de onda para un transmisor que genera ondas ELF de frecuencia de 75.0 Hz en el aire. (b) ¿Qué tan práctico es este medio de comunicación?
45. Una antena Marconi, utilizada por la mayoría de las estaciones de radio AM, se compone en la mitad superior de una antena de Hertz (también conocida como antena de media onda, debido a que su longitud es $\lambda/2$). El extremo inferior de la antena Marconi (cuarto de onda) está conectado a tierra, y la tierra misma sirve de mitad menor faltante. ¿Cuáles son las alturas de las antenas Marconi para las estaciones de radio que transmiten en (a) 560 kHz y (b) $1\,600\text{ kHz}$?
46. Una hoja o lámina plana muy grande conduce una corriente eléctrica uniformemente distribuida con un ancho unitario de corriente J_s . Esta corriente genera un campo magnético en ambos lados de la hoja, paralelo a la misma y perpendicular a la corriente, con una magnitud $B = \frac{1}{2}\mu_0 J_s$. Si la corriente está en la dirección y , y oscila con el transcurso del tiempo de acuerdo con

$$J_{\text{máx}} (\cos \omega t) \hat{j} = J_{\text{máx}} [\cos (-\omega t)] \hat{j}$$

la hoja emite una onda electromagnética. La figura P34.46 muestra que una onda emitida desde un punto de la hoja designado como el origen. Tales ondas electromagnéticas son emitidas desde todos los puntos en la hoja. El campo magnético de la onda a la derecha de la hoja queda expresado por la función de onda

$$\vec{B} = \frac{1}{2}\mu_0 J_{\text{máx}} [\cos (kx - \omega t)] \hat{k}$$

- (a) Determine la función de onda para el campo eléctrico de la onda. (b) Determine el vector de Poynting como una función de xy de t . (c) Determine la intensidad de la onda. (d) ¿Qué pasaría si? Si la hoja emite radiación en ambas direcciones (normales al plano de la hoja) con una intensidad de 570 W/m^2 , ¿cuál es el valor máximo de la densidad de corriente sinusoidal requerido?

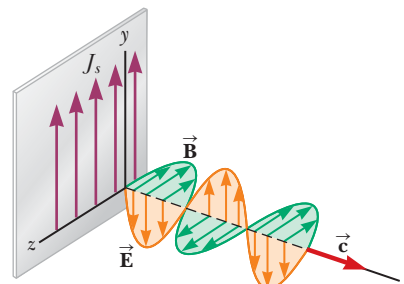


Figura P34.46

47. **Problema de repaso.** Las cargas en aceleración emiten ondas electromagnéticas radiantes. Calcule la longitud de onda de la radiación producida por un protón en un ciclotrón con un campo magnético de 0.350 T de magnitud.
48. **Problema de repaso.** Las cargas en aceleración emiten ondas electromagnéticas radiantes. Calcule la longitud de onda de la radiación producida por un protón de masa m_p que se mueve en una trayectoria circular perpendicular a un campo magnético de magnitud B .
49. Dos antenas transmisoras de radio verticales están separadas media longitud de onda de difusión y son operadas en fase entre sí. ¿En qué direcciones se emiten (a) la señal más intensa y (b) la más débil?

Sección 34.7 El espectro de las ondas electromagnéticas

50. Calcule una estimación del orden de magnitud para la frecuencia de una onda electromagnética con una longitud de onda igual a (a) su estatura, y (b) el espesor de esta hoja de papel. ¿Cómo se clasifica cada una de las ondas sobre el espectro electromagnético?
51. ¿Cuáles son las longitudes de las ondas electromagnéticas en el espacio libre que tienen frecuencias de (a) $5.00 \times 10^{19}\text{ Hz}$ y (b) $4.00 \times 10^9\text{ Hz}$?
52. El anuncio de una noticia importante se transmite por ondas de radio a un auditorio de personas sentadas junto a sus aparatos de radio a 100 km de la estación, y por ondas sonoras a las personas que están sentadas en la sala de noticias a 3.00 m del locutor. ¿Quién recibe la noticia primero? Explique. Suponga que la velocidad del sonido en el aire es de 343 m/s .
53. Además de las transmisiones por cable y satélite, las estaciones de televisión continúan usando bandas de VHF y UHF para transmitir sus señales digitalmente. Doce canales de televisión VHF (canales 2 al 13) se encuentran en el intervalo de frecuencias entre 54.0 MHz y 216 MHz . A cada canal se le asigna un ancho de 6.0 MHz , y los dos intervalos, $72.0\text{--}76.0\text{ MHz}$ y $88.0\text{--}174\text{ MHz}$, se reservan para propósitos no televisivos. (El canal 2, por ejemplo, se encuentra entre 54.0 y 60.0 MHz .) Calcule el intervalo de

longitud de onda de transmisión para (a) el canal 4, (b) el canal 6 y (c) el canal 8.

Problemas adicionales

54. Clasifique las ondas con frecuencias de 2 Hz, 2 kHz, 2 MHz, 2 GHz, 2 THz, 2 PHz, 2 EHz, 2 ZHz y 2 YHz sobre el espectro electromagnético. Clasifique las ondas con longitudes de onda de 2 km, 2 m, 2 mm, $2\ \mu\text{m}$, 2 nm, 2 pm, 2 fm y 2 am.
55. Suponga que la intensidad de la radiación solar incidente sobre la parte superior de las nubes de la Tierra es de $1\ 370\ \text{W/m}^2$. (a) Calcule la energía total radiada por el Sol, considere la distancia promedio entre la Tierra y el Sol como $1.496 \times 10^{11}\ \text{m}$. Determine los valores máximos de (b) el campo eléctrico y (c) el campo magnético de la luz solar en la ubicación de la Tierra.
56. En 1965, Arno Penzias y Robert Wilson descubrieron la radiación de microondas cósmica, residuo de la expansión del Big Bang del Universo. Suponga que la densidad de energía de esta radiación de fondo es de $4.00 \times 10^{-14}\ \text{J/m}^3$. Determine la amplitud del campo eléctrico correspondiente.
57. El ojo es más sensible a la luz que tiene una frecuencia de $5.45 \times 10^{14}\ \text{Hz}$, que es en la región verde-amarilla del espectro electromagnético visible. ¿Cuál es la longitud de onda de esta luz?
58. Escriba expresiones para los campos eléctrico y magnético de una onda electromagnética plana sinusoidal que tiene una amplitud del campo eléctrico de $300\ \text{V/m}$, una frecuencia de $3.00\ \text{GHz}$ y que viaja en la dirección x positiva.
59. Uno de los objetivos del programa espacial ruso es iluminar las oscuras ciudades del norte con luz solar reflejada a la Tierra a partir de una superficie reflejante en órbita con un diámetro de $200\ \text{m}$. Ya se han construido y puesto en órbita varios prototipos más pequeños. (a) Suponga que la luz solar con una intensidad de $1\ 370\ \text{W/m}^2$ cae en el espejo casi perpendicularmente y que la atmósfera de la Tierra permite que el 74.6% de la energía de la luz del Sol pase a pesar de que el cielo está despejado. ¿Cuál es la potencia recibida por una ciudad cuando el espejo espacial está reflejando la luz hacia ella? (b) El plan es que la luz solar reflejada cubra un círculo de $8.00\ \text{km}$ de diámetro. ¿Cuál es la intensidad de la luz (la magnitud media del vector de Poynting) recibida por la ciudad? (c) ¿Qué porcentaje de esta intensidad es de la componente vertical de la luz del Sol en San Petersburgo en enero, cuando el Sol alcanza un ángulo de 7.00° sobre el horizonte al mediodía?
60. Una fuente de microondas produce pulsos de radiación de $20.0\ \text{GHz}$, cada pulso dura $1.00\ \text{ns}$. Un reflector parabólico con un área superficial de $6.00\ \text{cm}$ de radio se utiliza para enfocar las microondas en un haz de radiación paralelo, tal como se muestra en la figura P34.60. La potencia media durante cada pulso es de $25.0\ \text{kW}$. (a) ¿Cuál es la longitud de onda de las microondas? (b) ¿Cuál es la energía total contenida en cada pulso? (c) Calcule la densidad promedio de la energía dentro de cada pulso. (d) Determine la amplitud de los campos eléctrico y magnético en estas microondas. (e) Suponiendo que este haz pulsado golpea

una superficie absorbente, calcule la fuerza ejercida sobre la superficie durante cada pulso de $1.00\ \text{ns}$ de duración.

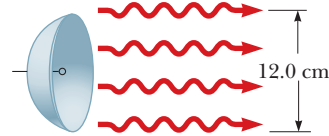


Figura P34.60

61. La intensidad de la radiación solar en la parte superior de la atmósfera terrestre es de $1\ 370\ \text{W/m}^2$. Suponga que 60% de la energía solar incidente llega a la superficie de la Tierra y que las personas absorben 50% de la energía incidente, haga una estimación del orden de magnitud de la cantidad de energía solar absorbida si toma un baño de sol durante 60 minutos.
62. Dos transceptores de radio de mano con antenas dipolo están separados por una distancia grande, fija. Si la antena de transmisión es vertical, ¿qué fracción de la potencia máxima recibida aparecerá en la antena receptora cuando está inclinada respecto de la vertical (a) por 15.0° , (b) por 45.0° y (c) por 90.0° ?
63. Considere que una pequeña partícula esférica de radio r se encuentra en el espacio a una distancia $R = 3.75 \times 10^{11}\ \text{m}$ del Sol. Suponga que la partícula tiene una superficie perfectamente absorbente y una densidad de masa de $\rho = 1.50\ \text{g/cm}^3$. Utilice $S = 214\ \text{W/m}^2$ como el valor de la intensidad solar en la ubicación de la partícula. Calcule el valor de R para el que la partícula está en equilibrio entre la fuerza de la gravedad y la fuerza ejercida por la radiación solar.
64. Considere que una pequeña partícula esférica de radio r se encuentra en el espacio a una distancia R del Sol, de masa M_s . Suponga que la partícula tiene una superficie perfectamente absorbente y una densidad de masa ρ . El valor de la intensidad solar en la ubicación de la partícula es S . Calcule el valor de r para el que la partícula está en equilibrio entre la fuerza de la gravedad y la fuerza ejercida por la radiación solar. Su respuesta debe ser en términos de S , R , ρ y otras constantes.
65. Una antena parabólica de $20.0\ \text{m}$ de diámetro recibe (en incidencia perpendicular o normal) una señal de radio de una fuente distante, como se muestra en la figura P34.65. La señal de radio es una onda sinusoidal continua con una amplitud de $E_{\text{máx}} = 0.200\ \mu\text{V/m}$. Suponga que la antena absorbe toda la radiación que incide sobre

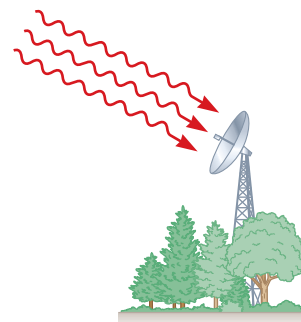


Figura P34.65

el disco. (a) ¿Cuál es la amplitud del campo magnético en esta onda? (b) ¿Cuál es la intensidad de la radiación recibida por esta antena? (c) ¿Cuál es la potencia recibida por la antena? (d) ¿Cuál es la fuerza ejercida por las ondas de radio sobre la antena?

66. La Tierra refleja aproximadamente 38.0% de la luz solar incidente debido a las nubes y la corteza terrestre. (a) Dado que la intensidad de la radiación solar es de $1\,340\text{ W/m}^2$, ¿cuál es la presión de radiación sobre la Tierra, expresada en pascles, en el punto donde el Sol está directamente en el cenit? (b) Compare este resultado con la presión atmosférica normal o perpendicular a la superficie de la Tierra, que es de 101 kPa.
67. **Problema de repaso.** Un espejo de 1.00 m de diámetro enfoca los rayos solares sobre una placa absorbente de 2.00 cm de radio, la cual sostiene una lata que contiene 1.00 L de agua a 20.0°C . (a) Si la intensidad solar es de 1.00 kW/m^2 , ¿cuál es la intensidad sobre la placa absorbente? En la placa, ¿cuáles son las magnitudes máximas de los campos (b) $\vec{E}$ y (c) $\vec{B}$? (d) Si se absorbe 40.0% de la energía, ¿cuánto tardará el agua en alcanzar el punto de ebullición?
68. (a) Una partícula cargada estacionaria en el origen produce un flujo eléctrico de $487\text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$. Encuentre el campo eléctrico que se crea en el espacio vacío alrededor suyo como una función de la distancia radial r alejándose de la partícula. (b) Una pequeña fuente en el origen emite una onda electromagnética con una sola frecuencia en el vacío, igual en todas direcciones, con potencia de 25.0 W. Encuentre la amplitud del campo eléctrico como función de la distancia radial alejándose de la fuente. (c) ¿A qué distancia la amplitud del campo eléctrico en la onda es igual a 3.00 MV/m , lo que representa la resistencia dieléctrica del aire? (d) Conforme la distancia se duplica, ¿qué ocurre con la amplitud del campo? (e) Establezca una comparación entre este comportamiento en (d) y del campo en el inciso (a).
69. **Problema de repaso.** (a) Una persona tiene un calentador de agua solar instalado en el techo de su domicilio (figura P34.69). El calentador está constituido por una caja cerrada plana con un aislamiento térmico extraordinariamente bueno. Su interior está pintado de negro y su parte delantera está hecha de vidrio aislante. Suponga que su emisividad para la luz visible es de 0.900 y que su emisividad para la luz infrarroja es de 0.700. Suponga que la luz



Figura P34.69

del Sol del mediodía incide perpendicularmente sobre el vidrio con una intensidad de $1\,000\text{ W/m}^2$ y que en la caja no entra ni sale agua. Determine la temperatura en estado estable en el interior de la caja. (b) ¿Qué pasaría si? La persona construye una caja idéntica sin tuberías de agua, que yace plana sobre el suelo frente a la casa y la utiliza como un semillero, para sembrar a principios de la primavera. Si el mismo Sol de mediodía tiene un ángulo de elevación de 50.0° , determine la temperatura de estado estable en el interior de esta caja cuando su rejilla de ventilación está herméticamente cerrada.

70. Es posible que tenga que repasar las secciones 16.5 y 17.3 acerca del transporte de energía por ondas en cuerdas y sonido. La figura P34.15 es una representación gráfica de una onda electromagnética que se mueve en la dirección x . Deseamos encontrar una expresión para la intensidad de esta onda por medio de un proceso diferente generado desde la ecuación 34.24. (a) Bosqueje una gráfica del campo eléctrico en esta onda en el instante $t = 0$, con su papel plano representando el plano xy . (b) Calcule la densidad de energía u_E en el campo eléctrico como función de x en el instante $t = 0$. (c) Calcule la densidad de energía en el campo magnético u_B y la densidad de energía total u como función de x , en ese instante $t = 0$. (d) Calcule la densidad de energía total u como función de x , expresada sólo en términos de la amplitud del campo eléctrico. (e) La energía en una “caja de zapatos” de longitud λ y área frontal A es $E_\lambda = \int_0^\lambda u A dx$. (El símbolo E_λ para la energía en una longitud de onda imita la notación de la sección 16.5.) Realice la integración para calcular la cantidad de esta energía en términos de A , λ , $E_{\text{máx}}$ y constantes universales. (f) Se puede considerar al transporte de energía por toda la onda como una serie de estas cajas de zapatos que pasan como si se llevaran sobre una banda transportadora. Cada ciclo pasa en un intervalo de tiempo definido como el periodo $T = 1/f$ de la onda. Determine la potencia que la onda porta a través del área A . (g) La intensidad de la onda es la potencia por unidad de área a través de la cual pasa la onda. Calcule esta intensidad en términos de $E_{\text{máx}}$ y constantes universales. (h) Explique cómo se compara su resultado con el dado en la ecuación 34.24.
71. Se han utilizado láseres para suspender esferitas de vidrio en el campo gravitacional de la Tierra. (a) Una esferita negra tiene un radio de 0.500 mm y una densidad de 0.200 g/cm^3 . Determine la intensidad de radiación necesaria para sostener esta esferita. (b) ¿Cuál es la potencia mínima que necesita el láser?
72. Se ha utilizado láser para suspender cuentas de vidrio esféricas en el campo gravitacional de la Tierra. (a) Una cuenta negra tiene una masa m y una densidad ρ . Determine la intensidad de radiación necesaria para sostener esta cuenta. (b) ¿cuál es la potencia mínima que necesita el láser?
73. **Problema de repaso.** Una gata negra de 5.50 kg y sus cuatro gatitos negros, cada uno de masa 0.800 kg, duermen acurrucados en una manta durante una noche fresca, formando con sus cuerpos un hemisferio. Suponga que la temperatura superficial es uniforme y de 31.0°C , que la emisividad es de 0.970 y con una densidad uniforme de 990 kg/m^3 . Encuentre (a) el radio del hemisferio, (b) el área de su superficie curva, (c) la intensidad de la radia-

ción emitida por los gatos en su superficie curva y (d) la energía radiada por esta superficie. Es posible pensar que la onda electromagnética emitida tiene una frecuencia predominante única. Determine (e) la amplitud del campo eléctrico en la onda electromagnética justo en el exterior del acogedor montoncito, y (f) la amplitud del campo magnético. (g) **¿Qué pasaría si?** La noche siguiente los gatitos duermen separados, enroscándose en hemisferios individuales, como su madre. Determine la energía total radiada por la familia. (Por simplicidad, ignore por completo la absorción de radiación del entorno por parte de los gatos.)

74. La energía electromagnética emitida por una carga puntual q en movimiento no relativista con una aceleración a es igual a

$$P = \frac{q^2 a^2}{6\pi\epsilon_0 c^3}$$

donde ϵ_0 es la permitividad del espacio libre (también llamado permitividad del vacío) y c es la rapidez de la luz en el vacío. (a) Demuestre que el lado derecho de esta ecuación está expresado en watts. Un electrón se coloca en un campo eléctrico constante de magnitud 100 N/C . Determine (b) la aceleración del electrón y (c) la energía electromagnética emitida por el mismo. (d) **¿Qué pasaría si?** Se coloca un protón en un ciclotrón de 0.500 m de diámetro con un campo magnético de 0.350 T de magnitud, ¿cuál es la energía electromagnética emitida por este protón justo antes de salir del ciclotrón?

75. **Problema de repaso.** Gliese 581c es el primer planeta terrestre extrasolar descubierto parecido a la Tierra. Su estrella madre, Gliese 581, es una enana roja que irradia ondas electromagnéticas con una potencia de $5.00 \times 10^{24} \text{ W}$, que es sólo 1.30% de la energía del Sol. Suponga que la emisividad del planeta es igual para la luz infrarroja y la luz visible y el planeta tiene una temperatura superficial uniforme. Identifique (a) el área proyectada sobre el planeta que absorbe la luz de Gliese 581 y (b) la zona de radiación del planeta. (c) Si es necesaria una temperatura media de 287 K para que exista la vida en Gliese 581c, ¿cuál debe ser el radio de la órbita del planeta?

Problemas de desafío

76. Una onda electromagnética plana varía de manera sinusoidal en 90.0 MHz conforme se desplaza en la dirección positiva de las x . El valor pico del campo eléctrico es de 2.00 mV/m y está dirigido a lo largo de la dirección positiva de y . Determine (a) la longitud de onda, (b) el periodo y (c) el valor máximo del campo magnético. (d) Escriba expresiones en unidades del SI para las variaciones en el espacio y en el tiempo tanto del campo eléctrico como del magnético. Incluya ambos valores numéricos y subíndi-

ces para indicar coordenadas de dirección. (e) Determine la potencia promedio por unidad de área que transporta esta onda a través del espacio. (f) Determine la densidad de energía promedio de la radiación (en joules por metro cúbico). (g) ¿Cuál sería la presión de radiación que esta onda ejercería sobre una superficie perfectamente reflejante, con incidencia normal?

77. Una microonda polarizada linealmente de 1.50 cm de longitud de onda está dirigida a lo largo del eje positivo de las x . El vector del campo eléctrico tiene un valor máximo de 175 V/m y vibra en el plano xy . Suponga que el componente del campo magnético de la onda puede expresarse en la forma $B = B_{\text{máx}} \sin(kx - \omega t)$, proporcione valores para (a) $B_{\text{máx}}$, (b) k y (c) ω . (d) Determine en cuál de los planos vibra el vector del campo magnético. (e) Calcule el valor promedio del vector de Poynting para esta onda. (f) ¿Qué presión de radiación podría ejercer esta onda si estuviera dirigida en forma perpendicular sobre una hoja perfectamente reflejante? (g) ¿Cuál sería la aceleración impartida a una hoja de 500 g (perfectamente reflejante y con una incidencia normal), de dimensiones $1.00 \text{ m} \times 0.750 \text{ m}$?

78. **Problema de repaso.** En ausencia de cable de entrada o un plato satelital, un televisor puede usar una antena receptora de dipolo para canales VHF y una antena de espira para canales UHF. En la figura PC34.9, las “orejas de conejo” forman la antena VHF y la espira de alambre más pequeña es la antena UHF. La antena UHF produce una fem a partir del flujo magnético cambiante a través de la espira. La estación de televisión transmite una señal con una frecuencia f y la señal tiene una amplitud de campo eléctrico $E_{\text{máx}}$ y una amplitud de campo magnético $B_{\text{máx}}$ en la posición de la antena receptora. (a) Con la ley de Faraday, deduzca una expresión para la amplitud de la fem que aparece en una antena de espira circular de una sola vuelta, con un radio r , que es pequeña comparada con la longitud de onda de la onda. (b) Si el campo eléctrico en la señal apunta verticalmente, ¿qué orientación de la espira da la mejor recepción?

79. **Problema de repaso.** Una astronauta, varada en el espacio a 10.0 m de su nave e inmóvil respecto de ésta, tiene una masa (incluyendo el equipo) de 110 kg . Puesto que cuenta con una fuente de luz de 100 W que forma un haz dirigido, ella piensa utilizarlo como un propulsor de fotones para impulsarse continuamente hacia la nave. (a) Calcule cuánto tiempo le tomará alcanzar la nave mediante este método. (b) **¿Qué pasaría si?** Alternativamente, decide lanzar la fuente de luz en dirección opuesta a la nave. Si la masa de la fuente de luz es de 3.00 kg y, después de haber sido lanzada, se desplaza a 12.0 m/s respecto de la astronauta en retroceso, ¿cuánto tiempo le tomará a la astronauta alcanzar la nave?

Las montañas Grand Tetons al occidente de Wyoming se reflejan en un lago en calma al ponerse el Sol. Los principios ópticos que estudiará en esta parte del libro explican la naturaleza de la imagen reflejada de las montañas y por qué el cielo se ve rojo. (David Muench/Terra/Corbis)



La luz es esencial para casi todo en la vida en la Tierra. Por ejemplo, las plantas convierten la energía transferida por la luz solar en energía química. Además, la luz es el principal medio por el cual es posible transmitir y recibir información hacia y desde objetos situados en el entorno inmediato y en todo el Universo. La luz es una forma de radiación electromagnética y representa transferencia de energía desde la fuente al observador.

Muchos fenómenos de la vida diaria dependen de las propiedades de la luz. Cuando usted observa una televisión a color o ve fotografías en el monitor de una computadora, usted ve millones de colores formados a partir de combinaciones de sólo tres colores que están físicamente en la pantalla: rojo, azul y verde. El color azul del cielo diurno es resultado del fenómeno óptico de la *dispersión* de la luz por las moléculas del aire, como lo son los colores rojo y anaranjado de los amaneceres y atardeceres. Usted ve su imagen en el espejo de su baño en la mañana o las imágenes de los otros vehículos en el espejo retrovisor de su automóvil cuando conduce. Estas imágenes resultan de la *reflexión* de la luz. Si usa anteojos o lentes de contacto, depende de la *refracción* de la luz para una visión clara. Los colores del arco iris resultan de la *dispersión* de la luz conforme pasa a través de las gotas de lluvia que flotan en el cielo después de una tormenta. Si alguna vez ha visto los coloridos círculos de la gloria que rodean la sombra de su avión sobre las nubes conforme vuela sobre ellas, usted ve un efecto que resulta de la *interferencia* de la luz. Los fenómenos aquí mencionados han sido estudiados y comprendidos por los científicos.

En la introducción al capítulo 35 se analiza la naturaleza dual de la luz. En algunos casos es mejor modelar la luz como una corriente de partículas; en otros, un modelo ondulatorio funciona mejor. Los capítulos del 35 al 38 se concentran en aquellos aspectos de la luz que son mejor comprendidos a través del modelo ondulatorio de la luz. En la parte 6 se investigará la naturaleza de la luz como partícula. ■

Naturaleza de la luz y leyes de óptica geométrica

- 35.1 Naturaleza de la luz
- 35.2 Mediciones de la rapidez de la luz
- 35.3 Aproximación de un rayo en óptica geométrica
- 35.4 Análisis de modelo: la onda bajo reflexión
- 35.5 Análisis de modelo: la onda bajo refracción
- 35.6 Principio de Huygens
- 35.7 Dispersión
- 35.8 Reflexión interna total



Esta fotografía de un arco iris muestra la gama de colores desde el rojo en la parte superior hasta el violeta en el fondo. La aparición del arco iris depende de tres fenómenos ópticos que se mencionan en este capítulo: reflexión, refracción y dispersión. Los débiles lazos de color pastel debajo del arco principal se llaman arcos supernumerarios. Éstos se forman por la interferencia entre los rayos de luz que salen de las gotas de agua por debajo de los que causan el arco iris principal. (*John W. Jewett, Jr.*)

En este primer capítulo sobre óptica se presentan dos modelos históricos y se estudian métodos anteriores para medir la rapidez de la luz. A continuación estudiará los fenómenos fundamentales de la óptica geométrica: reflexión desde una superficie y refracción cuando cruza la frontera entre dos medios. También estudiará la dispersión de luz cuando se refracta en materiales, lo que resulta en un despliegue visible como el arco iris. Por último, investigará el fenómeno de la reflexión interna total, que es la base para la operación y el desarrollo de tecnología de fibras ópticas.

35.1 Naturaleza de la luz

Antes de iniciar el siglo XIX, la luz era considerada un flujo de partículas que eran emitidas por un objeto observado o emanaba de los ojos del observador. Newton, principal

arquitecto del modelo de las partículas de la luz, afirmaba que éstas eran emitidas por una fuente luminosa y que estimulaban el sentido de la vista al entrar en los ojos del observador. Con esta idea pudo explicar la reflexión y la refracción.

La mayoría de los científicos aceptó esta teoría. De cualquier modo, durante su vida Newton se propuso otra idea que sostenía que la luz podría ser una clase de movimiento ondulatorio. En 1678, el físico y astrónomo holandés Christian Huygens demostró que una teoría de ondas de luz podría también explicar la reflexión y la refracción.

En 1801, Thomas Young (1773-1829) dio la primera demostración clara de la naturaleza ondulatoria de la luz. Demostró que, bajo condiciones apropiadas, los rayos de luz se interfieren unos con otros de acuerdo con el modelo de interferencia de ondas, al igual que con las ondas mecánicas (capítulo 18). Tal comportamiento no podía ser explicado en aquel tiempo por una teoría de partículas porque no había forma imaginable en que dos o más partículas pudieran unirse y cancelarse entre sí. Desarrollos adicionales durante el siglo XIX condujeron a la aceptación general del modelo de onda de la luz, el resultado más importante de la obra de Maxwell, quien en 1873 afirmó que la luz era una forma de onda electromagnética de alta frecuencia. Como se explicó en el capítulo 34, Hertz proporcionó información experimental de la teoría de Maxwell en 1887 al producir y detectar ondas electromagnéticas.

Aun cuando el modelo ondulatorio y la teoría clásica de electricidad y magnetismo podían explicar la mayoría de las propiedades de la luz, no podían explicar ciertos experimentos consecutivos. El más notable de éstos es el efecto fotoeléctrico, también descubierto por Hertz: cuando incide luz sobre una superficie metálica, a veces se expulsan electrones de la superficie. Como ejemplo de las dificultades que surgieron, algunos experimentos demostraron que la energía cinética de un electrón expulsado es independiente de la intensidad de la luz. Este hallazgo contradujo el modelo de onda, que sostenía que un haz luminoso más intenso adiciona más energía al electrón. Einstein propuso una explicación del efecto fotoeléctrico en 1905 aplicando un modelo de acuerdo con el concepto de cuantización desarrollado por Max Planck (1858-1947) en 1900. El modelo de cuantización supone que la energía de una onda luminosa está presente en partículas llamadas *fonones*; por tanto, se dice que la energía está cuantizada. Según la teoría de Einstein, la energía de un fotón es proporcional a la frecuencia de la onda electromagnética:

$$E = hf \quad (35.1)$$

donde la constante de proporcionalidad $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ es la *constante de Planck*. Esta teoría se estudia en el capítulo 40.

En vista de estos desarrollos, debe considerar que la luz tiene doble naturaleza: en algunos casos exhibe características de una onda y en otras de una partícula. La luz es luz, esto es seguro. De cualquier modo, la pregunta “¿se trata de una onda o de una partícula?” es inapropiada. A veces la luz actúa como onda y otras veces como partícula. En los siguientes capítulos se investiga la naturaleza ondulatoria de la luz.



Christian Huygens
Físico y astrónomo holandés
(1629-1695)

Huygens es mejor conocido por sus aportaciones a los campos de la óptica y la dinámica. Para Huygens, la luz consistía en un tipo de movimiento vibratorio que se dispersa y produce la sensación de luz cuando incide en los ojos. Con base en esta teoría, dedujo las leyes de la reflexión y la refracción, y explicó el fenómeno de doble refracción.

◀ Energía de un fotón

35.2 Mediciones de la rapidez de la luz

La luz se desplaza con una rapidez tan alta (a tres dígitos $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$) que los primeros intentos por medirla fracasaron. Galileo intentó medirla colocando dos observadores en torres separadas aproximadamente 10 km. Cada observador llevaba una linterna de persianas. Un observador la abría primero y luego lo haría el otro al momento de ver la luz. Galileo explicó que si conocía el tiempo de tránsito de los rayos de luz de una linterna a la otra y la distancia entre las dos linternas, podría obtener la rapidez. Sus resultados no fueron concluyentes. En la actualidad (como concluyó Galileo) se sabe que es imposible medir la rapidez de la luz de esta manera porque el tiempo de tránsito es mucho menor que el tiempo de reacción de los observadores.

En el intervalo de tiempo durante el cual la Tierra se desplaza 90° alrededor del Sol (tres meses), Júpiter se desplaza sólo 7.5° .

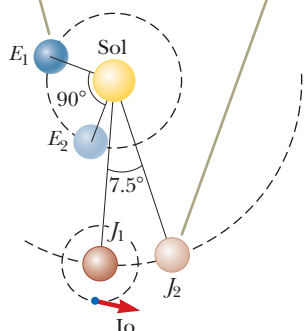


Figura 35.1 Método de Roemer para medir la rapidez de la luz (el dibujo no está a escala).

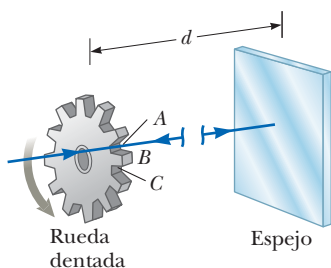


Figura 35.2 Método de Fizeau para medir la rapidez de la luz mediante una rueda dentada giratoria. Se considera que la fuente de luz está en la posición de la rueda; por lo tanto, la distancia d es conocida.

Método de Roemer

En 1675, el astrónomo danés Ole Roemer (1644-1710) hizo la primera estimación exitosa de la rapidez de la luz. En la técnica de Roemer intervinieron observaciones astronómicas de una de las lunas de Júpiter, Io, que tiene un periodo de revolución alrededor del planeta de aproximadamente 42.5 h. El periodo de revolución de Júpiter alrededor del Sol es de aproximadamente 12 años; por lo tanto, cuando la Tierra se mueve 90° alrededor del Sol, Júpiter gira sólo $(\frac{1}{12})90^\circ = 7.5^\circ$ (figura 35.1).

Un observador que utilice el movimiento orbital de Io como reloj esperaría que la órbita tuviera un periodo constante. No obstante, Roemer, después de reunir datos durante más de un año, observó una variación sistemática en el periodo de Io. Encontró que los periodos eran más largos que el promedio cuando la Tierra se alejaba de Júpiter y más cortos que el promedio cuando se aproximaba. Roemer atribuyó esta variación al hecho de que la distancia entre la Tierra y Júpiter cambiaba de una observación a otra.

Con el uso de los datos de Roemer, Huygens estimó que el límite inferior de la rapidez de la luz era aproximadamente 2.3×10^8 m/s. Este experimento es importante históricamente porque demostró que la luz tiene una rapidez finita y proporcionó una estimación de esta rapidez.

Método de Fizeau

El primer método exitoso para medir la rapidez de la luz por medio de técnicas puramente terrestres fue perfeccionado en 1849 por el físico francés Armand H. L. Fizeau (1819-1896). La figura 35.2 representa un diagrama simplificado del aparato de Fizeau. El procedimiento básico es medir el intervalo de tiempo total durante el cual la luz viaja desde cierto punto hacia un espejo distante y de regreso. Si d es la distancia entre la fuente de luz (considerada en la posición de la rueda) y el espejo, y si el intervalo de tiempo para un viaje redondo es Δt , la rapidez de la luz es $c = 2d/\Delta t$.

Para medir el tiempo de tránsito, Fizeau utilizó una rueda dentada giratoria, que convierte un haz continuo de luz en una serie de pulsos luminosos. La rotación de esta rueda controla lo que ve un observador en la fuente de luz. Por ejemplo, si el pulso que viaja hacia el espejo y pasa por la abertura en el punto A de la figura 35.2 regresa a la rueda en el instante en que el diente B ha girado a su posición para cubrir la trayectoria de retorno, el pulso no llegaría al observador. Con mayor rapidez de rotación, la abertura en el punto C podría moverse a su posición para permitir que el pulso reflejado llegue al observador. Al conocer la distancia d , el número de dientes de la rueda y la rapidez angular de ésta, Fizeau llegó a un valor de 3.1×10^8 m/s. Mediciones similares hechas por otros investigadores dieron valores más precisos para c , que llevó al valor actualmente aceptado de $2.997\,924\,58 \times 10^8$ m/s.

Ejemplo 35.1

Medición de la rapidez de la luz con la rueda de Fizeau

AM

Suponga que la rueda de Fizeau tiene 360 dientes y da vueltas a 27.5 rev/s cuando un pulso de luz que pasa a través de la abertura A en la figura 35.2 es bloqueado por el diente B a su regreso. Si la distancia al espejo es de 7 500 m, ¿cuál es la rapidez de la luz?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine un pulso de luz que pasa a través de la abertura A en la figura 35.2 y se refleja desde el espejo. Para cuando el pulso llega de regreso a la rueda, el diente B ha girado a la posición anteriormente ocupada por la abertura A.

Categorizar La rueda es un objeto rígido girando a rapidez angular constante. Modele el pulso de luz como una *partícula bajo rapidez constante*.

Analizar La rueda tiene 360 dientes, así que debe tener 360 aberturas. Por lo tanto, ya que la luz pasa a través de la abertura A pero es bloqueada por el diente inmediatamente adyacente a A, la rueda debe dar vuelta a través de un desplazamiento angular de $\frac{1}{720}$ rev en el intervalo de tiempo durante el cual el pulso de luz hace su viaje redondo.

Use la ecuación 10.2 con la rapidez angular constante para encontrar el intervalo de tiempo para el viaje redondo del pulso:

$$\Delta t = \frac{\Delta\theta}{\omega} = \frac{\frac{1}{720} \text{ rev}}{27.5 \text{ rev/s}} = 5.05 \times 10^{-5} \text{ s}$$

35.1 continuación

A partir del modelo de partícula bajo rapidez constante, encuentre la rapidez del pulso de luz:

$$c = \frac{2d}{\Delta t} = \frac{2(7\,500\text{ m})}{5.05 \times 10^{-5}\text{ s}} = 2.97 \times 10^8\text{ m/s}$$

Finalizar Este resultado está muy cerca del valor real de la rapidez de la luz.

35.3 Aproximación de un rayo en óptica geométrica

El campo de la **óptica geométrica** abarca el estudio de la propagación de la luz a partir del supuesto de que la luz se desplaza en una dirección fija y en línea recta cuando pasa por un medio uniforme, y cambia su dirección en el momento en que se encuentra con la superficie de un medio diferente o si las propiedades ópticas del medio no son uniformes, ya sea en espacio o en tiempo. A medida que estudie la óptica geométrica aquí y en el capítulo 36, utilizará la **aproximación de un rayo**. Para comprender esta aproximación, primero observe que los rayos de una onda determinada son líneas rectas perpendiculares a los frentes de onda, como se ilustra en la figura 35.3 para una onda plana. En la aproximación de un rayo, una onda que se mueve en un medio se desplaza en línea recta en la dirección de sus rayos.

Si la onda se encuentra con una barrera en la que hay una abertura circular cuyo diámetro es mucho mayor que la longitud de onda, como se ve en la figura 35.4a, la onda que emerge de la abertura continúa moviéndose en línea recta (además de algunos pequeños efectos de borde); por tanto, la aproximación de rayo es válida. Si el diámetro de la abertura es del orden de una longitud de onda, como en la figura 35.4b, las ondas se extienden desde la abertura en todas direcciones. Este efecto se llama *difracción* y se estudiará en el capítulo 37. Por último, si la abertura es mucho menor que la longitud de onda, la abertura se aproxima como una fuente puntual de ondas, como muestra la figura 35.4c.

Efectos similares se observan cuando las ondas se encuentran con un objeto opaco de dimensión d . En este caso, cuando $\lambda \ll d$, el cuerpo arroja una sombra nítida.

La aproximación de un rayo y la suposición de que $\lambda \ll d$ se usan en este capítulo y en el capítulo 36, que tratan la óptica geométrica. Esta aproximación es muy buena para el estudio de espejos, lentes, prismas e instrumentos ópticos asociados, por ejemplo telescopios, cámaras y anteojos.

Observe que los rayos, que siempre apuntan en la dirección de propagación de la onda, son rectas perpendiculares a los frentes de onda.

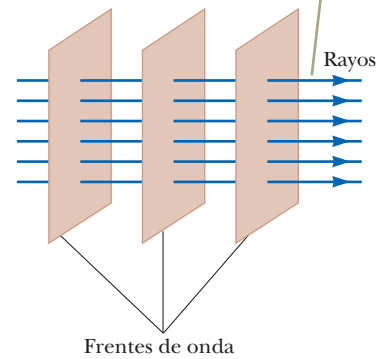
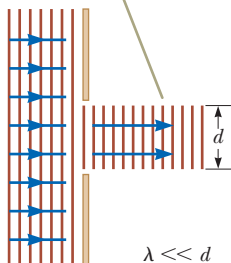


Figura 35.3 Onda plana que se propaga a la derecha.

35.4 Análisis de modelo: la onda bajo reflexión

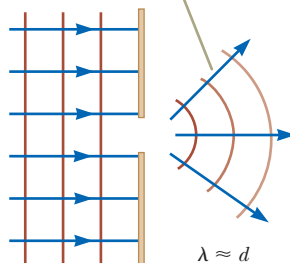
El concepto de reflexión de ondas se introdujo en el análisis de las ondas sobre cuerdas en la sección 16.4. Como con las ondas sobre cuerdas, cuando un rayo de luz que se desplaza en un medio encuentra una frontera con otro medio, parte de la luz incidente

Cuando $\lambda \ll d$, los rayos siguen en una trayectoria en línea recta y la aproximación de rayo continúa siendo válida.



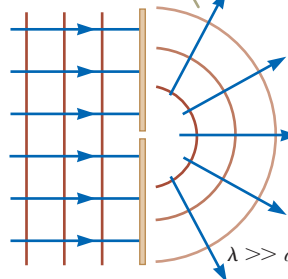
a

Cuando $\lambda \approx d$, los rayos se extienden después de pasar por la abertura.



b

Cuando $\lambda \gg d$, la abertura se comporta como fuente puntual que emite ondas esféricas.



c

Figura 35.4 Una onda plana con longitud λ incide sobre una barrera en la que hay una abertura de diámetro d .

Figura 35.5 Representación esquemática de (a) reflexión especular, donde todos los rayos reflejados son paralelos entre sí, y (b) reflexión difusa, donde los rayos reflejados viajan en direcciones aleatorias. (c) y (d) Fotografías de reflexión especular y difusa con luz láser.

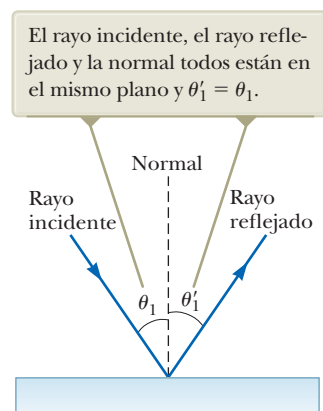
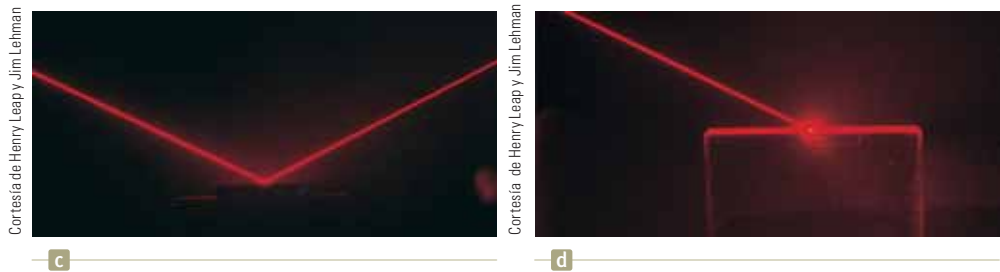
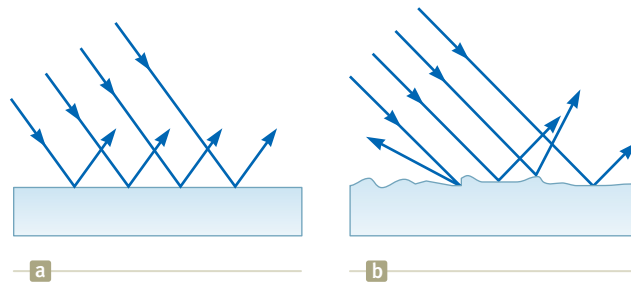


Figura 35.6 Modelo de onda bajo reflexión.

Prevención de riesgos ocultos 35.1

Notación de subíndices El subíndice 1 se utiliza para indicar los parámetros para la luz en el medio inicial. Cuando la luz pasa de un medio a otro, se usa el subíndice 2 para los parámetros asociados con la luz en el nuevo medio. En el presente análisis, la luz permanece en el mismo medio, de modo que sólo se usa el subíndice 1.

Ley de reflexión ►

$$\theta'_1 = \theta_1 \quad (35.2)$$

se refleja: para ondas sobre una cuerda unidimensional, la onda reflejada necesariamente debe restringirse a una dirección a lo largo de la cuerda; para ondas de luz que viajan en el espacio tridimensional, no se aplican tales restricciones y las ondas de luz reflejadas pueden estar en direcciones distintas de la dirección de las ondas incidentes. La figura 35.5a muestra varios rayos de un haz de luz incidente en una superficie reflectora lisa, semejante a un espejo. Los rayos reflejados son paralelos entre sí, como se indica en la figura. La dirección de un rayo reflejado está en el plano perpendicular a la superficie reflectora que contiene al rayo incidente. La reflexión de luz desde esta superficie lisa se denomina **reflexión especular**. Si la superficie reflectora es rugosa, como se ve en la figura 35.5b, la superficie refleja los rayos no como un conjunto paralelo, sino en varias direcciones. La reflexión desde cualquier superficie rugosa se conoce como **reflexión difusa**. Una superficie se comporta como superficie lisa mientras las variaciones de superficie son mucho menores que la longitud de onda de la luz incidente.

La diferencia entre estas dos clases de reflexión explica por qué le es más difícil ver cuando circula en auto durante una noche lluviosa. Si el pavimento está mojado, la superficie lisa del agua refleja en forma especular casi toda la luz de los faros del auto y los aleja de éste (quizá hacia los ojos de conductores que circulan en sentido contrario). Cuando el pavimento está seco, su superficie rugosa refleja en forma difusa parte de los rayos de luz de los faros hacia el conductor, lo cual permite ver con más claridad la carretera. En este libro sólo se analiza la reflexión especular y se usa el término *reflexión* para dar a entender reflexión especular.

Considere un rayo de luz que viaja en el aire y que incide a un ángulo en una superficie plana y lisa, como se ve en la figura 35.6. Los rayos incidente y reflejado forman ángulos θ_1 y θ'_1 , respectivamente, donde los ángulos se observan entre la normal y los rayos. (La normal es una recta con trazo perpendicular a la superficie en el punto donde el rayo incidente cae en la superficie.) Experimentos y teoría muestran que el ángulo de reflexión es igual al ángulo de incidencia:

Esta relación se denomina **ley de reflexión**. Debido a que la reflexión de ondas desde una interfaz entre dos medios es un fenómeno común, se identifica un análisis de modelo para esta situación: la **onda bajo reflexión**. La ecuación 35.2 es la representación matemática de este modelo.

- E xamen rápido 35.1** En un cine, a veces un espectador ve a un actor que se mira en un espejo y ve la cara de él en el espejo. Durante la filmación de esta escena, ¿qué ve el actor en el espejo? (a) Su propia cara, (b) la cara de usted, (c) la cara del director, (d) la cámara de cine o (e) imposible de determinar.

Ejemplo 35.2 El rayo de luz doblemente reflejado**AM**

Dos espejos forman un ángulo de 120° entre sí, como se ilustra en la figura 35.7a. Un rayo incide sobre el espejo M_1 con un ángulo de 65° con la normal. Encuentre la dirección del rayo después que se refleja del espejo M_2 .

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 35.7a ayuda a conceptualizar esta situación. El rayo entrante se refleja del primer espejo y el rayo reflejado se dirige hacia el segundo espejo. Por lo tanto, hay una segunda reflexión desde el segundo espejo.

Categorizar Ya que las interacciones con ambos espejos son simples reflexiones, se aplica el modelo de *onda bajo reflexión* y algo de geometría.

Analizar A partir de la ley de reflexión, el primer rayo reflejado forma un ángulo de 65° con la normal.

Encuentre el ángulo que forma el primer rayo reflejado con la horizontal:

$$\delta = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$$

A partir del triángulo formado por el primer rayo reflejado y los dos espejos, encuentre el ángulo que el rayo reflejado forma con M_2 :

$$\gamma = 180^\circ - 25^\circ - 120^\circ = 35^\circ$$

Encuentre el ángulo que el primer rayo reflejado forma con la normal a M_2 :

$$\theta_{M_2} = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

A partir de la ley de reflexión, encuentre el ángulo que el segundo rayo reflejado forma con la normal a M_2 :

$$\theta'_{M_2} = \theta_{M_2} = 55^\circ$$

Finalizar Explore las variaciones en el ángulo entre los espejos como sigue.

¿QUÉ PASARÍA SI? Los rayos entrante y saliente en la figura 35.7a se extienden más allá del espejo, se cruzan en un ángulo de 60° y el cambio global en dirección del rayo de luz es de 120° . Este ángulo es el mismo que el existente entre los espejos. ¿Y si el ángulo entre los espejos cambia? ¿El cambio global en la dirección del rayo de luz siempre es igual al ángulo entre los espejos?

Respuesta ¡Hacer una afirmación general en términos de un dato puntual o una observación siempre es una práctica peligrosa! Investigue el cambio en dirección para una situación general. La figura 35.7b muestra los espejos a un ángulo arbitrario ϕ y el rayo de luz entrante que golpea al espejo en un ángulo arbitrario θ respecto a la normal a la superficie del espejo. De acuerdo con la ley de reflexión y la suma de los ángulos interiores de un triángulo, el ángulo γ está dado por $\gamma = 180^\circ - (90^\circ - \theta) - \phi = 90^\circ + \theta - \phi$.

Considere el triángulo resaltado en azul en la figura 35.7b y determine α :

$$\alpha + 2\gamma + 2(90^\circ - \theta) = 180^\circ \rightarrow \alpha = 2(\theta - \gamma)$$

Observe de la figura 35.7b que el cambio de dirección del rayo de luz es el ángulo β . Use la geometría de la figura para resolver para β :

$$\begin{aligned} \beta &= 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 2(\theta - \gamma) \\ &= 180^\circ - 2[\theta - (90^\circ + \theta - \phi)] = 360^\circ - 2\phi \end{aligned}$$

Observe que β no es igual a ϕ . Para $\phi = 120^\circ$, obtiene $\beta = 120^\circ$, que resulta ser el mismo que el ángulo de los espejos; sin embargo, esto es cierto sólo para este ángulo especial entre los espejos. Por ejemplo, si $\phi = 90^\circ$, obtiene $\beta = 180^\circ$. En este caso, la luz tiene una reflexión en línea recta cuando va de regreso a su origen.

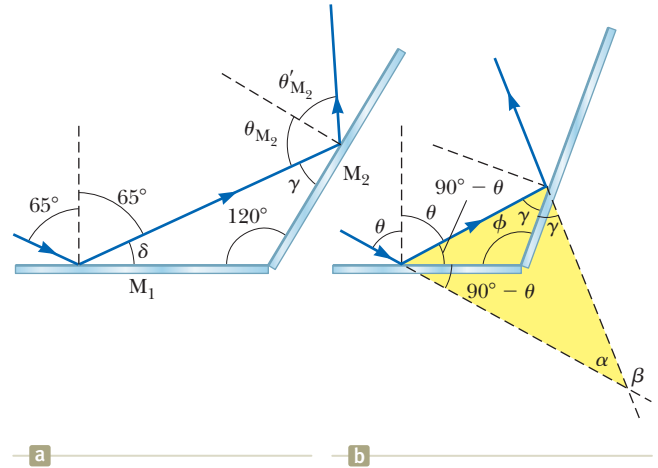


Figura 35.7 (Ejemplo 35.2) (a) Los espejos M_1 y M_2 forman un ángulo de 120° uno con otro. (b) Geometría para un ángulo de espejo arbitrario.

Como se explicó en la sección ¿Qué pasaría si? del ejemplo precedente, si el ángulo entre dos espejos es igual a 90° , el haz reflejado regresa a la fuente paralelo a su trayectoria original. Este fenómeno, llamado *retroreflexión*, tiene muchas aplicaciones prácticas. Si se coloca un tercer espejo perpendicular a los dos primeros, de modo que los tres formen la esquina de un cubo, la retroreflexión funciona en tres dimensiones. En 1969, un panel de numerosos reflectores pequeños fue colocado en la Luna por los astronautas del

Figura 35.8 Aplicaciones de la retrorreflexión.

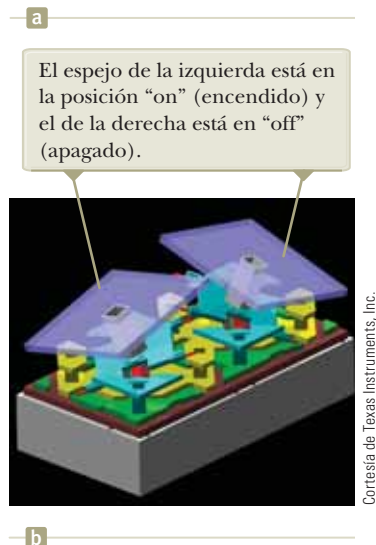
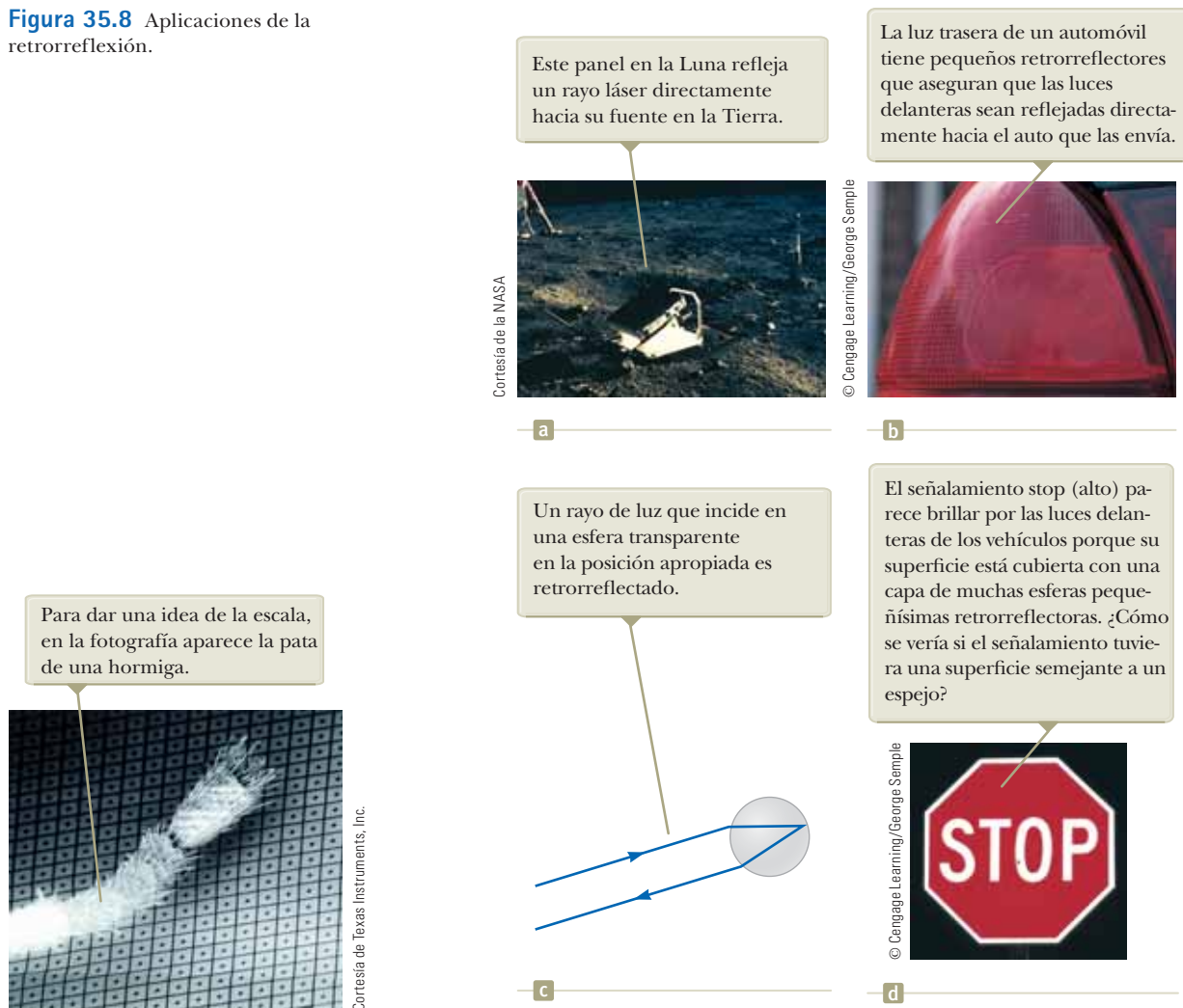


Figura 35.9 (a) Arreglo de espejos sobre la superficie de un dispositivo digital de microespejo. Cada espejo tiene un área de alrededor de $16 \mu\text{m}^2$. (b) Vista de dos microespejos individuales.

Apollo 11 (figura 35.8a). Un rayo láser proveniente de la Tierra se refleja directamente de regreso hacia la misma y se mide el tiempo que tarda en hacer el recorrido. Esta información se emplea para determinar la distancia a la Luna con una incertidumbre de 15 cm. (¡Imagine lo difícil que sería alinear un espejo plano regular para que el rayo láser reflejado incida en un lugar particular en la Tierra!) Una aplicación más común se encuentra en las luces traseras o calaveras de los vehículos. Parte del plástico de las calaveras está formado por numerosas y diminutas esquinas de cubo (figura 35.8b), para que las luces de los faros delanteros de los vehículos que se aproximen por atrás sean reflejadas a los conductores. En lugar de esquinas de cubos, a veces se usan pequeñas salientes esféricas (figura 35.8c). Diminutas esferas transparentes se utilizan en los materiales de recubrimiento que se encuentran en muchos señalamientos de tránsito en los caminos. Debido a la retrorreflexión de estas esferas, la señal de *stop* (alto) de la figura 35.8d parece mucho más brillante de lo que sería si fuera simplemente una superficie plana brillante. Los retrorreflectores también se usan para paneles reflectores o zapatos y ropa de corredores que permiten a sus usuarios ser vistos de noche.

Otra aplicación práctica de la ley de reflexión es la proyección digital en cines, programas de televisión y presentaciones de computadora. Un proyector digital utiliza un chip semiconductor óptico llamado *dispositivo digital microespejo*. Este dispositivo contiene un conjunto de pequeños espejos (figura 35.9a) que se inclinan individualmente por medio de señales a un electrodo de dirección situado bajo el borde del espejo. Cada espejo corresponde a un pixel en la imagen proyectada. Cuando el pixel correspondiente a un espejo dado debe ser brillante, el espejo está en la posición "on" (encendido); es decir, orientado para reflejar a la pantalla la luz proveniente de una fuente

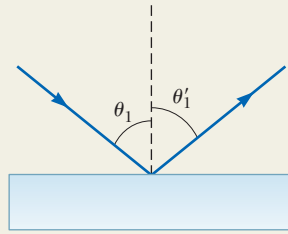
que ilumine el conjunto (figura 35.9b). Cuando es necesario que el pixel sea oscuro para este espejo, éste estará en “off” (apagado), inclinado para que la luz se refleje alejándose de la pantalla. Esta brillantez del pixel está determinada por el intervalo total en el que el espejo está en la posición “on” durante el despliegue de una imagen.

Los proyectores digitales de cine usan tres dispositivos de microespejos, uno por cada uno de los colores primarios: rojo, azul y verde, lo cual permite ver el cine hasta con 35 billones de colores. Puesto que la información se guarda como datos binarios, una película digital no se degrada con el tiempo, como sucede con las películas de cinta. Además, como la película está totalmente en forma de software computarizado, se proyecta en los cines mediante satélites, discos ópticos o redes de fibras ópticas.

Análisis de modelo

Onda bajo reflexión

Imagine una onda (electromagnética o mecánica) que viaja a través del espacio y que golpea una superficie plana en un ángulo θ_1 con respecto a la normal a la superficie. La onda se reflejará desde la superficie en una dirección descrita por la **ley de reflexión**, el ángulo de reflexión θ'_1 es igual al ángulo de incidencia θ_1 :



$$\theta'_1 = \theta_1$$

(35.2)

Ejemplos:

- las ondas de sonido de una orquesta se reflejan desde una concha acústica a la audiencia
- el uso de un espejo para desviar un haz láser en un espectáculo de luz láser
- el espejo del baño refleja la luz de su rostro de nuevo a hacia usted para formar una imagen de su cara (capítulo 36)
- los rayos X reflejados de un material cristalino crean un patrón óptico que se puede utilizar para comprender la estructura del sólido (capítulo 38)

35.5 Análisis de modelo: la onda bajo refracción

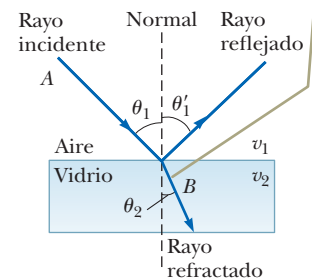
Además del fenómeno de la reflexión explicado para las ondas sobre cuerdas en la sección 16.4, también se encontró que parte de la energía de la onda incidente se transmite en el nuevo medio. Por ejemplo, considere las figuras 16.15 y 16.16 en las que un pulso en una cuerda aproximándose a la unión con otra cuerda se refleja desde ambas y es transmitido más allá de la unión y al interior de la segunda cuerda. De igual modo, cuando un rayo de luz que se mueve por un medio transparente encuentra una frontera que lleva a otro medio de igual característica, como se ve en la figura 35.10, parte de la energía se refleja y parte penetra al segundo medio. Como con la reflexión, la dirección de la onda transmitida muestra un comportamiento interesante debido a la naturaleza tridimensional de las ondas de luz. El rayo que penetra al segundo medio se dobla en la frontera y se dice que se **refracta**. El rayo incidente, el rayo reflejado y el rayo refractado todos se encuentran en el mismo plano. El **ángulo de refracción**, θ_2 de la figura 35.10a, depende de las propiedades de los dos medios y del ángulo de incidencia θ_1 por medio de la expresión

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \quad (35.3)$$

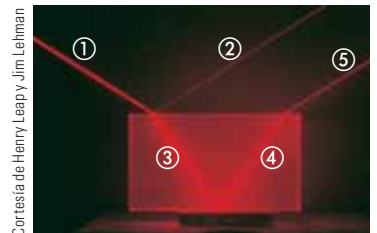
donde v_1 es la rapidez de la luz en el primer medio y v_2 es la rapidez de la luz en el segundo.

La trayectoria de un rayo de luz que pasa por una superficie refractaria es reversible. Por ejemplo, el rayo que se ilustra en la figura 35.10a pasa del punto A al punto B. Si el rayo se originara en B, viajaría a lo largo de la recta BA hasta llegar al punto A, y la parte reflejada apuntaría hacia abajo y a la izquierda del vidrio.

El rayo refractado se dobla hacia la normal porque $v_2 < v_1$. Todos los rayos y la normal se encuentran en el mismo plano.



a



Cortesía de Henry Leapy y Jim Lehman

b

Figura 35.10 (a) Modelo de onda bajo refracción. (b) La luz que incide sobre el bloque de lucite se dobla cuando entra y cuando sale de éste.

Ejercicio rápido 35.2 Si el rayo ① es el haz entrante en la figura 35.10b, de las otras cuatro líneas rojas, ¿cuáles son rayos reflejados y cuáles refractados?

Figura 35.11 Refracción de la luz conforme (a) se mueve desde el aire hacia el interior del vidrio y (b) del vidrio hacia el aire.

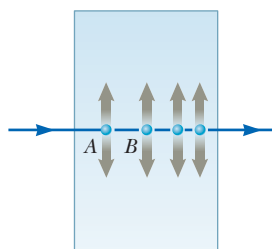
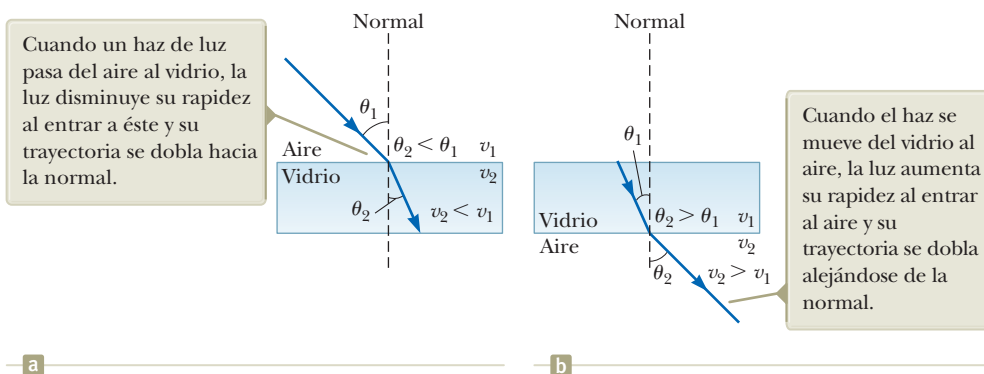


Figura 35.12 Luz que pasa de un átomo a otro en un medio. Las esferas azules son electrones y las flechas verticales representan sus oscilaciones.

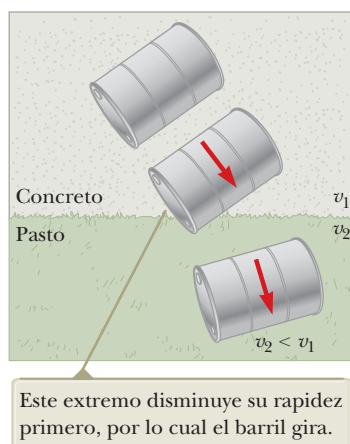


Figura 35.13 Vista superior de un barril que rueda de concreto a pasto.

A partir de la ecuación 35.3 es posible inferir que cuando la luz se mueve de un material en el que su rapidez es alta a un material en el que su rapidez es menor, como se observa en la figura 35.11a, el ángulo de refracción θ_2 es menor que el ángulo de incidencia θ_1 y el rayo se desvía *hacia* la normal. Si el rayo se mueve de un material en el que la luz se mueve con menos rapidez hacia un material en el que se mueve con más rapidez, como se ve en la figura 35.11b, θ_2 es mayor que θ_1 y el rayo se desvía *alejándose* de la normal.

El comportamiento de la luz cuando pasa del aire hacia otra sustancia y luego regresa al aire es un tema de confusión frecuente para estudiantes. Cuando la luz se mueve en el aire, su rapidez es de 3.00×10^8 m/s, pero esta rapidez se reduce a casi 2×10^8 m/s si la luz entra a un bloque de vidrio. Cuando la luz emerge de nuevo hacia el aire, su rapidez aumenta en forma instantánea a su valor original de 3.00×10^8 m/s. Esto es muy diferente de lo que sucede, por ejemplo, cuando se dispara un arma de fuego y la bala atraviesa un bloque de madera. En este caso la rapidez de la bala se reduce cuando se mueve a través de la madera, porque parte de su energía original se emplea para separar las fibras de madera. En el momento en que la bala sale de nuevo al aire, lo hace con una rapidez menor de la que tenía cuando entró al bloque de madera.

Para ver por qué la luz se comporta como lo hace, considere la figura 35.12, que representa un haz de luz entrando en un trozo de vidrio desde la izquierda. Una vez dentro del vidrio, la luz puede encontrar un electrón ligado a un átomo, indicado como punto A. Suponga que la luz es absorbida por el átomo; esto hace que el electrón oscile (detalle representado por las flechas verticales de doble punta). El electrón oscilante en tal caso actúa como una antena y emite el haz de luz hacia un átomo en B, donde la luz es absorbida de nuevo. Los detalles de estas absorciones y radiaciones se explican mejor en términos de mecánica cuántica (capítulo 42). Por ahora es suficiente pensar que la luz pasa de un átomo a otro a través del vidrio. Aun cuando la luz se mueve de un átomo a otro a 3.00×10^8 m/s, la absorción y la radiación que tienen lugar hacen que el *promedio* de la rapidez de la luz que pasa por el material disminuya a unos 2×10^8 m/s. Una vez que la luz emerge hacia el aire, la absorción y la radiación cesan y la luz viaja con una rapidez constante de 3.00×10^8 m/s.

En la figura 35.13 se ilustra un caso análogo de refracción mecánica. Cuando el extremo izquierdo del barril que rueda llega al pasto, disminuye su velocidad, mientras que el extremo derecho continúa en el concreto y se mueve con su rapidez original. Esta diferencia provoca que el barril gire sobre un eje, lo que cambia la dirección del movimiento.

Índice de refracción

En general, la rapidez de la luz en cualquier material es *menor* que en el vacío. De hecho, *la luz se desplaza a su máxima rapidez en el vacío*. Es conveniente definir el **índice de refracción** n de un medio como la razón

$$n \equiv \frac{\text{rapidez de la luz en el vacío}}{\text{rapidez de la luz en un medio}} \equiv \frac{c}{v} \quad (35.4)$$

Esta definición muestra que el índice de refracción es un número sin dimensiones mayor que la unidad porque v siempre es menor que c . Además, n es igual a la unidad para el vacío. Los índices de refracción para diferentes sustancias aparecen en la tabla 35.1.

Cuando la luz pasa de un medio a otro, su frecuencia no cambia, pero sí lo hace su longitud de onda. Para ver por qué ocurre esto, considere la figura 35.14. Las ondas pasan junto a un observador situado en el punto A en el medio 1 con cierta frecuencia e inciden en la frontera entre el medio 1 y el medio 2. La frecuencia a la que pasan las ondas junto a un observador situado en el punto B en el medio 2 debe ser igual a la frecuencia a la que pasan en el punto A. Si éste no fuera el caso, la energía se acumularía o desaparecería en la frontera. Como no hay mecanismo para que esto se presente, la frecuencia debe ser una constante cuando un rayo de luz pasa de un medio a otro. Por lo tanto, como la relación $v = \lambda f$ (ecuación 16.12) debe ser válida en ambos medios, y como $f_1 = f_2 = f$, se ve que

$$v_1 = \lambda_1 f \quad y \quad v_2 = \lambda_2 f \quad (35.5)$$

Como $v_1 \neq v_2$, se deduce que $\lambda_1 \neq \lambda_2$ como se muestra en la figura 35.14.

Al dividir la primera ecuación 35.5 entre la segunda y luego usar la ecuación 35.4 se obtiene una relación entre el índice de refracción y la longitud de onda:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (35.6)$$

Esta expresión da

$$\lambda_1 n_1 = \lambda_2 n_2$$

Si el medio 1 es el vacío, o aire para fines prácticos, entonces $n_1 = 1$. Por esto, se deduce por la ecuación 35.6 que el índice de refracción de cualquier medio se expresa como la razón

$$n = \frac{\lambda}{\lambda_n} \quad (35.7)$$

donde λ es la longitud de onda de la luz en el vacío y λ_n es la longitud de onda de la luz en el medio cuyo índice de refracción es n . De la ecuación 35.7, se ve que, como $n > 1$, $\lambda_n < \lambda$. Ahora está en posición de expresar la ecuación 35.3 de una manera alterna. Si sustituye el término v_2/v_1 de la ecuación 35.3 con n_1/n_2 de la ecuación 35.6, obtiene

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (35.8)$$

El descubrimiento experimental de esta relación suele acreditarse a Willebrord Snell (1591-1627), y por ello se conoce como **ley de refracción de Snell**. Esta ecuación se expone con más detalle en la sección 35.6. La refracción de las ondas en una interfaz entre dos medios es un fenómeno común y se puede identificar un análisis de modelo

Cuando una onda se mueve del medio 1 al medio 2, cambia su longitud de onda, pero su frecuencia permanece constante.

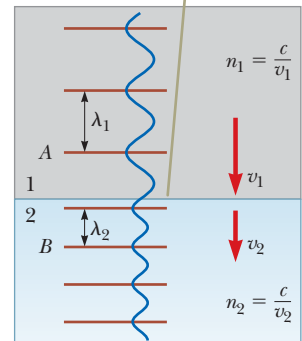


Figura 35.14 Una onda viaja del medio 1 al medio 2, en el que se mueve con una rapidez menor.

Prevención de riesgos ocultos 35.2

Una relación inversa El índice de refracción es *inversamente* proporcional a la rapidez de la onda. Cuando la rapidez v de la onda disminuye, el índice de refracción de n aumenta. Por lo tanto, cuanto más alto sea el índice de refracción de un material, más se *reduce su velocidad* de la luz respecto de su rapidez en el vacío. Cuanto más se reduce la rapidez de la luz, más difiere θ_2 de θ_1 en la ecuación 35.8.

◀ Ley de refracción de Snell

Tabla 35.1 Índices de refracción

Sustancia	Índice de refracción	Sustancia	Índice de refracción
<i>Sólidos a 20°C</i>		<i>Líquidos a 20°C</i>	
Circonia cúbica	2.20	Benceno	1.501
Diamante (C)	2.419	Disulfuro de carbono	1.628
Fluorita (CaF ₂)	1.434	Tetracloruro de carbono	1.461
Cuarzo fundido (SiO ₂)	1.458	Alcohol etílico	1.361
Fosfato de galio	3.50	Glicerina	1.473
Vidrio sin plomo	1.52	Agua	1.333
Cristal de roca	1.66		
Hielo (H ₂ O)	1.309	<i>Gases a 0°C, 1 atm</i>	
Poliestireno	1.49	Aire	1.000 293
Cloruro de sodio (NaCl)	1.544	Dióxido de carbono	1.000 45

Nota: Todos los valores son para luz cuya longitud de onda sea de 589 nm en el vacío.

Prevención de riesgos ocultos 35.3

Aquí, n no es un entero El símbolo n ha sido empleado varias veces como entero, por ejemplo en el capítulo 18, para indicar el modo de onda estacionaria en una cuerda o en una columna de aire. El índice de refracción n aquí *no es* un entero.

para esta situación: la **onda bajo refracción**. La ecuación 35.8 es la representación matemática de este modelo para la radiación electromagnética. Otras ondas, como las sísmicas o las del sonido, también muestran una refracción acorde a este modelo; la representación matemática para estas ondas es la ecuación 35.3.

- E**xamen rápido 35.3 En un material con índice de refracción 1.3 pasa luz hacia otro con índice de refracción 1.2. En comparación con el rayo incidente, ¿qué le sucede al rayo refractado? (a) Se desvía hacia la normal, (b) no se desvía o (c) se desvía alejándose de la normal.

Análisis de modelo Onda bajo refracción

Imagine una onda (electromagnética o mecánica) que viaja a través del espacio y que golpea una superficie plana en un ángulo θ_1 con respecto a la normal a la superficie. Una parte de la energía de la onda se refractará dentro del medio debajo de la superficie en una dirección θ_2 descrita por la **ley de refracción**:

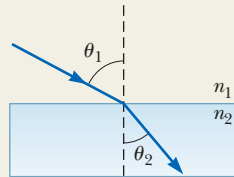
$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \quad (35.3)$$

donde v_1 y v_2 son las rapidez de la onda en el medio 1 y 2, respectivamente.

Para ondas de luz, la **ley de refracción** de Snell establece que:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (35.8)$$

donde n_1 y n_2 son los índices de refracción en los dos medios.



Ejemplos:

- ondas de sonido moviéndose hacia arriba desde la orilla de un lago se refractan en las capas más cálidas del aire superior por encima del lago y se desplazan hacia abajo a un oyente en un barco, haciendo el sonido desde la orilla más fuerte de lo esperado
- luz desde el cielo acercándose a un camino caliente en un ángulo de incidencia se refracta hacia arriba para dejar la carretera y entrar en los ojos del conductor, dando la ilusión de un charco de agua en el camino distante
- luz enviada a través de largas distancias en una fibra óptica debido a una diferencia en el índice de refracción entre la fibra y el material circundante (sección 35.8)
- una lupa forma una imagen ampliada de un sello de correos debido a la refracción de la luz a través del objetivo (capítulo 36)

Ejemplo 35.3 Ángulo de refracción para vidrio AM

Un rayo de luz, de 589 nm de longitud de onda, que viaja a través de aire, incide sobre una lámina plana y uniforme de vidrio sin plomo con un ángulo de 30.0° con la normal.

(A) Encuentre el ángulo de refracción.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Estudie la figura 35.11a, que ilustra el proceso de refracción que se presenta en este problema. Puede esperar que $\theta_1 < \theta_2$ debido a que la rapidez de la luz en el vidrio es baja.

Categorizar Este ejemplo es un problema típico en el que aplicará el modelo de *onda bajo refracción*.

Analizar Reordene la ley de refracción de Snell para encontrar $\sin \theta_2$:

$$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1$$

Resuelva para θ_2 :

$$\theta_2 = \sin^{-1} \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 \right)$$

Sustituya los índices de refracción a partir de la tabla 35.1 y el ángulo de incidencia:

$$\theta_2 = \sin^{-1} \left(\frac{1.00}{1.52} \sin 30.0^\circ \right) = 19.2^\circ$$

(B) Encuentre la rapidez de esta luz una vez que entra al vidrio.

35.3 continuación

SOLUCIÓN

Resuelva la ecuación 35.4 para la rapidez de la luz en el vidrio:

$$v = \frac{c}{n}$$

Sustituya valores numéricos:

$$v = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.52} = 1.97 \times 10^8 \text{ m/s}$$

(C) ¿Cuál es la longitud de onda de esta luz en el vidrio?

SOLUCIÓN

Use la ecuación 35.7 para encontrar la longitud de onda en el vidrio: $\lambda_n = \frac{\lambda}{n} = \frac{589 \text{ nm}}{1.52} = 388 \text{ nm}$

Finalizar En el inciso (A), note que $\theta_2 < \theta_1$, congruente con la menor velocidad de la luz encontrada en el inciso (B). En el inciso (C) se ve que la longitud de onda es más corta en el vidrio que en el aire.

Ejemplo 35.4 Luz a través de una lámina **AM**

Un haz de luz pasa desde el medio 1 al medio 2, siendo este último una gruesa lámina de material cuyo índice de refracción es n_2 (figura 35.15). Demuestre que el haz que emerge hacia el medio 1 desde el otro lado es paralelo al haz incidente.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Siga la trayectoria del haz de luz conforme entra y sale de la lámina de material en la figura 35.15, donde supuso que $n_2 > n_1$. El rayo se desvía hacia la normal al entrar y se aleja de la normal al salir.

Categorizar Al igual que en el ejemplo 35.3, éste es otro problema típico en el que se aplica el modelo de *onda bajo refracción*.

Analizar Aplique la ley de refracción de Snell a la superficie superior:

$$(1) \quad \sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1$$

Aplique la ley de Snell a la superficie inferior:

$$(2) \quad \sin \theta_3 = \frac{n_2}{n_1} \sin \theta_2$$

Sustituya la ecuación (1) en la ecuación (2):

$$\sin \theta_3 = \frac{n_2}{n_1} \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 \right) = \sin \theta_1$$

Finalizar Por lo tanto, $\theta_3 = \theta_1$ y la lámina no altera la dirección del haz. Sin embargo, el haz sobresale paralelo a sí mismo por la distancia d que se muestra en la figura 35.15.

¿QUÉ PASARÍA SI? ¿Y si el grosor t de la lámina se duplica? ¿La distancia d que sobresale también se duplica?

Respuesta Considere la región de la trayectoria de luz dentro de la lámina en la figura 35.15. La distancia a es la hipotenusa de dos triángulos rectángulos.

Encuentre una expresión para a a partir del triángulo amarillo:

$$a = \frac{t}{\cos \theta_2}$$

Encuentre una expresión para d a partir del triángulo rojo:

$$d = a \sin \gamma = a \sin (\theta_1 - \theta_2)$$

Combine estas ecuaciones:

$$d = \frac{t}{\cos \theta_2} \sin (\theta_1 - \theta_2)$$

Para un ángulo incidente determinado θ_1 , el ángulo refractado θ_2 se determina exclusivamente por el índice de refracción, así que la distancia que sobresale d es proporcional a t . Si el grosor se duplica, lo mismo ocurre con la distancia que sobresale.

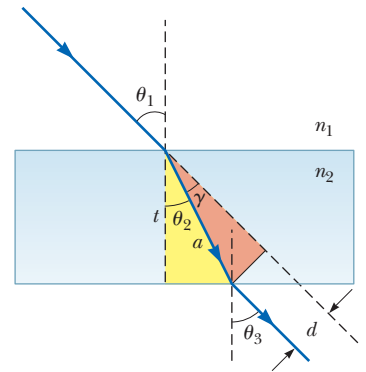
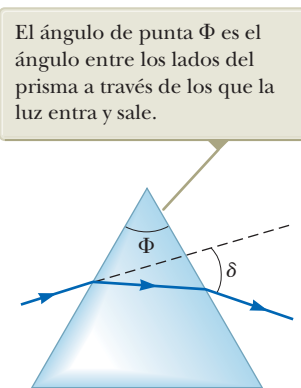


Figura 35.15 (Ejemplo 35.4) La línea punteada dibujada paralela al rayo saliente del fondo de la losa representa la trayectoria que la luz tomaría si la losa no estuviera ahí.

Figura 35.16 Un prisma refracta un rayo de luz de longitud de onda simple a través de un ángulo de desviación δ .



En el ejemplo 35.4 la luz pasa a través de una lámina de material con lados paralelos. ¿Qué ocurre cuando la luz golpea un prisma con lados no paralelos, como se muestra en la figura 35.16? En este caso, el rayo saliente no se propaga en la misma dirección que el rayo entrante. Un rayo de luz de longitud de onda simple, incidente en el prisma desde la izquierda, emerge a un ángulo δ de su dirección de viaje original. Este ángulo δ se llama **ángulo de desviación**. El **ángulo de punta Φ** del prisma, que se muestra en la figura, se define como el ángulo entre la superficie a la que entra la luz en el prisma y la segunda superficie que encuentra la luz.

Ejemplo 35.5 Medición de n con un prisma

AM

Aunque no se prueba en este caso, el ángulo de desviación mínimo $\delta_{\min}$ para un prisma se presenta cuando el ángulo de incidencia θ_1 es tal que el rayo refractado dentro del prisma forma el mismo ángulo con la normal en las dos caras del prisma,¹ como se muestra en la figura 35.17. Obtenga una expresión para el índice de refracción del material del prisma en términos del ángulo de desviación mínimo y el ángulo de punta Φ .

SOLUCIÓN

Conceptualizar Estudie cuidadosamente la figura 35.17 y asegúrese de comprender por qué el rayo de luz que sale del prisma viaja en una dirección diferente.

Categorizar En este ejemplo entra luz a un material a través de una superficie y sale del material en otra superficie. Aplique el modelo *de onda bajo refracción* a cada superficie.

Analizar Considere la geometría en la figura 35.17. La reproducción del ángulo $\Phi/2$ en la posición del rayo de luz entrante muestra que $\theta_2 = \Phi/2$. El teorema de que un ángulo exterior de cualquier triángulo es igual a la suma de los dos ángulos interiores opuestos muestra que $\delta_{\min} = 2\alpha$. La geometría también muestra que $\theta_1 = \theta_2 + \alpha$.

Combine estos tres resultados geométricos:

Aplique el modelo de onda bajo refracción a la superficie izquierda y resuelva para n :

Sustituya para los ángulos incidente y refractado:

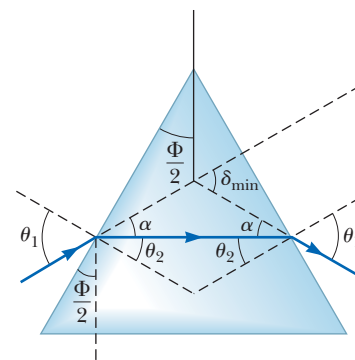


Figura 35.17 (Ejemplo 35.5) Rayo de luz que pasa a través de un prisma con el ángulo de desviación mínimo $\delta_{\min}$.

$$\theta_1 = \theta_2 + \alpha = \frac{\Phi}{2} + \frac{\delta_{\min}}{2} = \frac{\Phi + \delta_{\min}}{2}$$

$$(1.00) \sin \theta_1 = n \sin \theta_2 \rightarrow n = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$$

$$n = \frac{\sin \left(\frac{\Phi + \delta_{\min}}{2} \right)}{\sin (\Phi/2)} \quad (35.9)$$

¹Los detalles de esta demostración están disponible en textos acerca de óptica.

35.5 continuación

Finalizar Al conocer el ángulo de punta Φ del prisma y medir $\delta_{\min}$, es posible calcular el índice de refracción del material del prisma. Además, se puede usar un prisma hueco para determinar los valores de n para diferentes líquidos que llenen el prisma.

35.6 Principio de Huygens

Las leyes de la reflexión y la refracción fueron establecidas al inicio de este capítulo sin una demostración. En esta sección se desarrollan las leyes de la reflexión y de la refracción mediante el uso de un método geométrico propuesto por Huygens en 1678. El **principio de Huygens** es una construcción geométrica para usar el conocimiento de un frente de onda anterior, para determinar la posición de un frente de onda nuevo en algún instante:

Todos los puntos en un frente de onda determinado se toman como fuentes puntuales para la producción de ondas esféricas secundarias, llamadas trenes de ondas, que se propagan hacia fuera por un medio con magnitudes de rapidez características de ondas en ese medio. Después de algún intervalo de tiempo transcurrido, la nueva posición del frente de onda es la superficie tangente a los trenes de ondas.

Primero considere una onda plana que se mueve en el espacio libre, como se muestra en la figura 35.18a. En $t = 0$, el frente de onda está indicado por el plano marcado como AA' . En una construcción de Huygens, cada punto de este frente de onda es considerado fuente puntual. Para hacerlo más claro, sólo se muestran tres puntos en AA' . Con estos puntos como fuentes para los trenes de ondas, trace círculos, cada uno con un radio $c\Delta t$, donde c es la rapidez de la luz en el vacío y Δt es cierto intervalo de tiempo durante el cual se propaga la onda. La superficie trazada tangente a estos trenes de onda es el plano BB' , que es el frente de onda en un tiempo posterior y es paralelo a AA' . De modo semejante, la figura 35.18b muestra la construcción de Huygens para una onda esférica.

Principio de Huygens aplicado a la reflexión y la refracción

A continuación se deducen las leyes de reflexión y refracción con el uso del principio de Huygens.

Para la ley de la reflexión consulte la figura 35.19. La recta AB representa un frente de onda plana de la luz incidente precisamente cuando el rayo 1 incide en la superficie. En este instante, la onda en A envía un tren de ondas de Huygens (que aparece más

Prevención de riesgos ocultos 35.4

¿Para qué sirve el principio de Huygens? En este punto, no es posible resaltar la importancia del principio de Huygens. Pronosticar la posición de un frente de onda futuro no parece posible, es muy arriesgado de cualquier modo; se aplicará el principio de Huygens en capítulos posteriores para explicar fenómenos de onda adicionales de la luz.

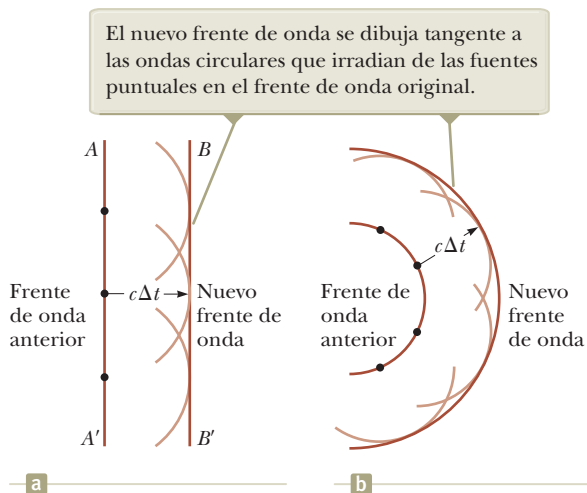


Figura 35.18 Construcción de Huygens para (a) una onda plana que se propaga a la derecha y (b) una onda esférica que se propaga a la derecha.

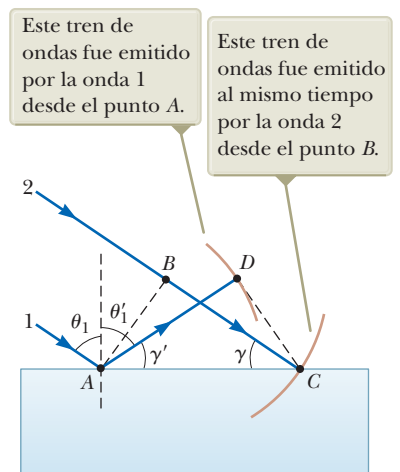


Figura 35.19 Construcción de Huygens para demostrar la ley de reflexión.

adelante como el arco circular de color marrón que pasa a través de D). La luz reflejada forma un ángulo γ' con la superficie. Al mismo tiempo, la onda en B emite un tren de ondas de Huygens (el arco circular de color marrón que pasa por C) con la luz incidente formando un ángulo γ con la superficie. La figura 35.19 muestra estos trenes de ondas después de un intervalo Δt , después del cual el rayo 2 incide en la superficie. Como los rayos 1 y 2 se mueven a la misma rapidez, debe obtener $AD = BC = c \Delta t$.

Para realizar el resto del análisis conviene hacerlo mediante la geometría. Observe que los dos triángulos, ABC y ADC , son congruentes porque tienen la misma hipotenusa AC y porque $AD = BC$. A partir de la figura 35.19, se tiene

$$\cos \gamma = \frac{BC}{AC} \quad \text{y} \quad \cos \gamma' = \frac{AD}{AC}$$

donde $\gamma = 90^\circ - \theta_1$ y $\gamma' = 90^\circ - \theta_1'$. Como $AD = BC$, tenemos

$$\cos \gamma = \cos \gamma'$$

Por lo tanto,

$$\gamma = \gamma'$$

$$90^\circ - \theta_1 = 90^\circ - \theta_1'$$

y

$$\theta_1 = \theta_1'$$

que es la ley de la reflexión.

Ahora use el principio de Huygens para deducir la ley de la refracción de Snell. Concentre su atención en el instante en que el rayo 1 incide sobre la superficie y el intervalo de tiempo consecutivo hasta que el rayo 2 hace lo mismo, como se muestra en la figura 35.20. Durante este intervalo de tiempo, la onda en A envía un tren de ondas de Huygens (el arco marrón que pasa a través de D) y la luz se refracta hacia el material formando un ángulo θ_2 con la normal a la superficie. En el mismo intervalo de tiempo, la onda en B envía un tren de ondas de Huygens (el arco marrón con centro en C) y la luz continúa su propagación en la misma dirección. Ya que estos dos trenes de ondas se desplazan en medios diferentes, los radios de los trenes de ondas son diferentes. El radio del tren de ondas desde A es $AD = v_2 \Delta t$, donde v_2 es la rapidez de la onda en el segundo medio. El radio del tren de ondas desde B es $BC = v_1 \Delta t$, donde v_1 es la rapidez de la onda en el medio original.

A partir de los triángulos ABC y ADC , encuentre que

$$\sin \theta_1 = \frac{BC}{AC} = \frac{v_1 \Delta t}{AC} \quad \text{y} \quad \sin \theta_2 = \frac{AD}{AC} = \frac{v_2 \Delta t}{AC}$$

Si divide la primera ecuación entre la segunda, obtiene

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

Pero por la ecuación 35.4 sabe que $v_1 = c/n_1$ y $v_2 = c/n_2$. Por lo tanto,

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

y

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

que es la ley de la refracción de Snell.

35.7 Dispersión

Una propiedad importante del índice de refracción n es que, para un material determinado, el índice varía con la longitud de onda de la luz que pasa por el material, como muestra la figura 35.21. Este comportamiento se denomina **dispersión**. Como n es una función de la longitud de onda, la ley de la refracción de Snell indica que luces de diferentes longitudes de onda se refractan a diferentes ángulos cuando inciden sobre un material.

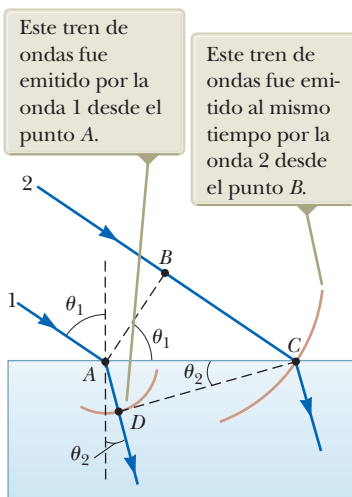


Figura 35.20 Construcción de Huygens para demostrar la ley de la refracción de Snell.

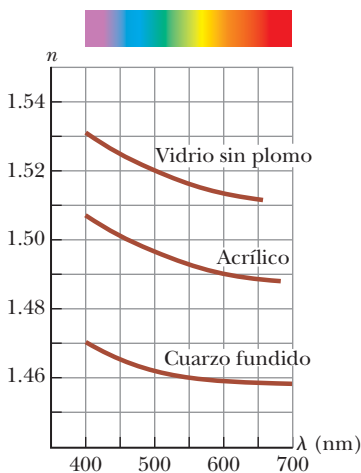


Figura 35.21 Variación del índice de refracción con la longitud de onda en el vacío para tres materiales.



Figura 35.22 Luz blanca entra en un prisma de vidrio arriba a la izquierda.

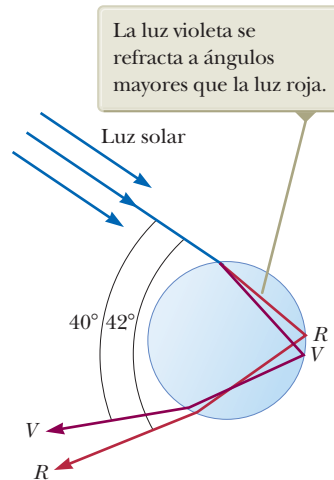


Figura 35.23 Trayectoria de luz solar a través de una gota esférica de lluvia. La luz que sigue esta trayectoria contribuye al arco iris visible.

La figura 35.21 muestra que el índice de refracción generalmente disminuye con una longitud de onda creciente. Por ejemplo, esto significa que la luz violeta se refracta más que la luz roja cuando transita dentro de un material.

Ahora suponga que un haz de *luz blanca* (combinación de todas las longitudes de onda visibles) incide en un prisma, como se ilustra en la figura 35.22. Claramente, el ángulo de desviación depende de la longitud de onda. Los rayos que emergen se dispersan en una serie de colores conocida como **espectro visible**. Estos colores, en orden de longitud de onda decreciente, son rojo, naranja, amarillo, verde, azul y violeta. Newton demostró que cada color tiene un ángulo particular de desviación y que los colores se pueden recombinar para formar la luz blanca original.

La dispersión de luz en un espectro se comprueba con mayor claridad en la naturaleza con la formación de un arco iris, el cual es visto frecuentemente por un observador que está situado entre el Sol y una zona con lluvia. Para comprender cómo se forma, considere la figura 35.23. Un rayo de luz de Sol (luz blanca) incide por arriba en una gota de agua en la atmósfera y es refractado y reflejado de la siguiente manera: primero es refractado en la superficie frontal de la gota, ahí la luz violeta tiene la mayor desviación y la luz roja la menor. En la superficie posterior de la gota, la luz se refleja y regresa a la superficie frontal, donde otra vez se somete a refracción cuando pasa del agua al aire. Los rayos dejan la gota tal que el ángulo entre la luz blanca incidente y el más intenso rayo violeta de retorno es de 40° y el ángulo entre la luz blanca incidente y el rayo rojo más intenso de retorno es de 42° . Esta pequeña diferencia angular entre los rayos de retorno hace posible que se vea un arco de colores.

Ahora suponga que un observador mira un arco iris, como se muestra en la figura 35.24. Si se observa una gota de lluvia en el cielo, la luz roja más intensa que retorna de la gota llega al observador porque es la que más se desvía y la luz violeta más intensa pasa sobre el observador porque es la que menos se desvía. En consecuencia, el observador ve esta gota de color rojo. Del mismo modo, una gota más baja en el cielo dirigiría la más intensa luz violeta hacia el observador y se vería de color violeta. (La luz roja más intensa de esta gota pasaría por debajo de los ojos del observador y no sería visible.) La más intensa luz de otros colores del espectro llegaría al observador desde gotas de lluvia que estuvieran entre estas dos posiciones extremas.

La figura 35.25 (página 1074) muestra un *arco iris doble*. El arco iris secundario es más tenue que el arco iris primario y sus colores están invertidos, surge de la luz que provoca dos reflexiones desde la superficie interior antes de salir de la gota de lluvia. En el laboratorio se han observado numerosos arco iris en los que la luz hace más de 30 reflexiones antes de salir de la gota de agua. Como cada una de estas reflexiones comprende alguna

Prevención de riesgos ocultos 35.5

Un arco iris de muchos rayos de luz Representaciones gráficas como la figura 35.23 normalmente se malinterpretan. La figura muestra un rayo de luz que entra a una gota de lluvia y se somete a reflexión y refracción, saliendo de la gota entre 40° y 42° respecto del rayo que entra. De esto podría interpretarse que *toda* luz que entra a la gota de agua sale en este pequeño margen de ángulos, lo que es incorrecto. En realidad, la luz sale de la gota de lluvia en un margen de ángulos mucho mayor, de 0° a 42° . Un cuidadoso análisis de la reflexión y la refracción desde la gota esférica de lluvia demuestra que el margen de 40° a 42° es donde *la luz de máxima intensidad* sale de la gota de lluvia.

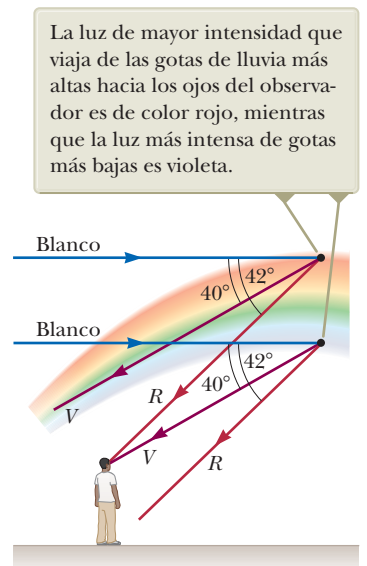


Figura 35.24 Formación de un arco iris visto por un observador situado con el Sol a su espalda.



Mark D. Phillips/Photo Researchers, Inc.

Figura 35.25 Esta fotografía de un arco iris muestra un arco iris secundario distinto con los colores invertidos.

pérdida de luz debido a la refracción de la gota de agua al salir, la intensidad de estos arco iris de orden superior es pequeña en comparación con la intensidad del arco iris primario.

- Examen rápido 35.4** En fotografía, las lentes de una cámara usan refracción para formar una imagen en una superficie sensible a la luz. Lo ideal sería que todos los colores de la luz del objeto que es fotografiado refractaran en la misma cantidad. Entre los materiales que se muestran en la figura 35.21, ¿cuál escogería usted para el lente de una cámara de un solo elemento? (a) Vidrio sin plomo, (b) acrílico, (c) cuarzo fundido, (d) imposible de determinar.

35.8 Reflexión interna total

Un efecto interesante denominado **reflexión interna total** se presenta al dirigir luz desde un medio con un índice de refracción determinado hacia otro que tenga un índice de refracción menor. Considere la figura 35.26a, en la cual un rayo de luz se desplaza en el medio 1 y se encuentra la frontera entre el medio 1 y el medio 2, donde n_1 es mayor que n_2 . En la figura, los niveles 1 al 5 indican varias posibles direcciones del rayo, consistente con el modelo de una onda bajo refracción. Los rayos refractados están doblados alejándose de la normal porque n_1 es mayor que n_2 . En algún ángulo particular de incidencia θ_c , denominado **ángulo crítico**, el rayo de luz refractado se mueve paralelo a la frontera, de modo que $\theta_2 = 90^\circ$ (figura 35.26b). Para ángulos de incidencia mayores a θ_c , el rayo se refleja por completo en la frontera, como lo muestra el rayo 5 de la figura 35.26a.

Use la ley de la refracción de Snell para hallar el ángulo crítico. Cuando $\theta_1 = \theta_c$, $\theta_2 = 90^\circ$ y la ecuación 35.8 da

$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90^\circ = n_2$$

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{para } n_1 > n_2) \quad (35.10)$$

► **Ángulo crítico para la reflexión total interna**

Esta ecuación se usa sólo cuando n_1 es mayor que n_2 . Es decir, la reflexión interna total se presenta sólo cuando la luz se dirige de un medio de índice de refracción conocido hacia un medio de índice de refracción menor. Si n_1 fuera menor que n_2 , la ecuación 35.10 daría $\sin \theta_c > 1$; el cual es un resultado sin sentido porque el seno de un ángulo nunca puede ser mayor a la unidad.

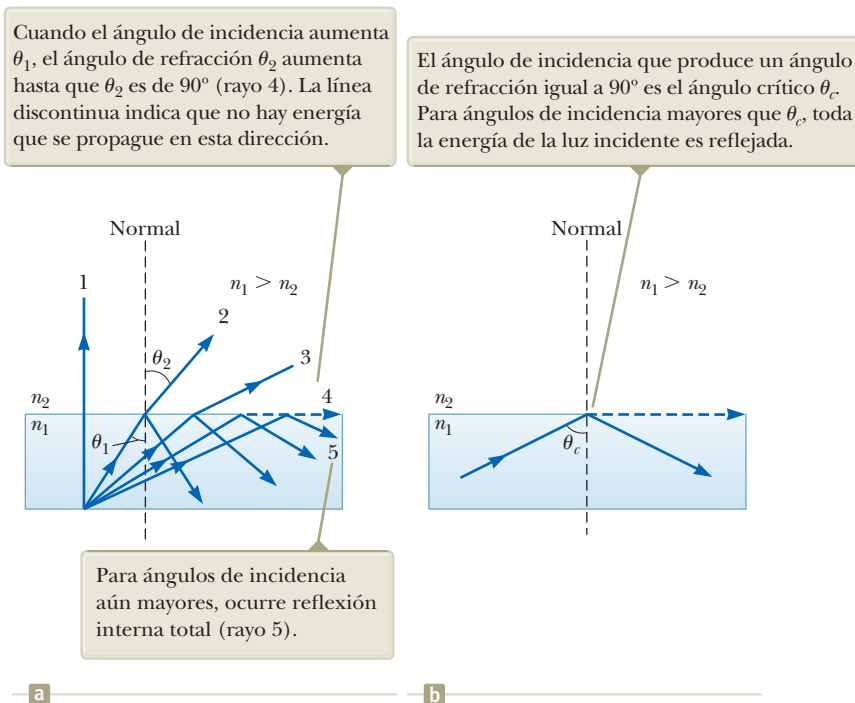


Figura 35.26 (a) Los rayos se desplazan de un medio de índice de refracción n_1 hacia un medio de índice de refracción n_2 , donde $n_2 < n_1$. (b) El rayo 4 apunta hacia fuera.

El ángulo crítico para la reflexión interna total es pequeño cuando n_1 es considerablemente mayor a n_2 . Por ejemplo, el ángulo crítico para un diamante en el aire es de 24° . Cualquier rayo dentro del diamante que se aproxime a la superficie a un ángulo mayor de 24° se refleja por completo de regreso hacia el interior del cristal. Esta propiedad, combinada con un correcto tallado de caras, hace que el diamante brille. Los ángulos de las caras se cortan de modo que la luz sea “atrapada” dentro del cristal por medio de múltiples reflexiones internas. Éstas dan a la luz una trayectoria larga en el medio, y se presenta una dispersión de colores considerable. En el momento en que la luz sale por la superficie superior del cristal, los rayos asociados con diferentes colores ya han sido ampliamente separados unos de otros.

El circonio cúbico también tiene un alto índice de refracción y se puede hacer que brille en forma muy parecida a un diamante legítimo. Si sospecha de una joya sumérjala en jarabe de maíz, la diferencia en n para el circonio cúbico y la del jarabe es pequeña, y por esa razón el ángulo crítico es mayor. Esto significa que más rayos escapan con mayor rapidez, y el resultado es que desaparece por completo el brillo. Un diamante verdadero no pierde todo su brillo cuando se sumerge en jarabe de maíz.

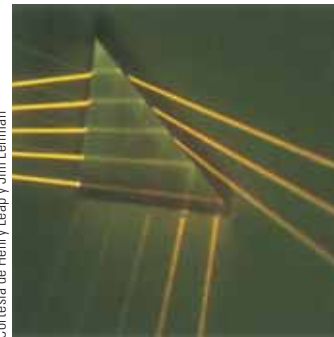


Figura 35.27 (Examen rápido 35.5) Cinco rayos de luz no paralelos entran a un prisma de vidrio desde la izquierda.

- E** **xamen rápido 35.5** En la figura 35.27, cinco rayos de luz entran a un prisma de vidrio desde la izquierda. (i) ¿Cuántos de estos rayos se someten a reflexión interna total en la superficie inclinada del prisma? (a) 1, (b) 2, (c) 3, (d) 4 y (e) 5. (ii) Suponga que el prisma de la figura 35.27 puede hacerse girar en el plano del papel. Para que *los cinco* rayos experimenten reflexión interna total desde la superficie inclinada, ¿el prisma debe girarse (a) en el sentido de las manecillas del reloj o (b) en sentido contrario al de las manecillas del reloj?

Ejemplo 35.6

Vista desde el ojo de un pez

Encuentre el ángulo crítico para una frontera aire-agua. (El índice de refracción del agua es 1.33.)

SOLUCIÓN

Conceptualizar Estudie la figura 35.26 para entender el concepto de reflexión interna total y el significado del ángulo crítico.

Categorizar Al usar los conceptos desarrollados en esta sección, este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Aplique la ecuación 35.10 para la interfaz aire-agua:

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1.00}{1.33} = 0.752$$

$$\theta_c = 48.8^\circ$$

¿QUÉ PASARÍA SI? ¿Si un pez en un estanque tranquilo mira hacia arriba, hacia la superficie del agua a diferentes ángulos en relación con la superficie, como en la figura 35.28? ¿Qué ve?

Respuesta Ya que la trayectoria de un rayo de luz es reversible, la luz que viaja del medio 2 al medio 1 en la figura 35.26a sigue las trayectorias mostradas, pero en la dirección *opuesta*. Un pez que mira hacia arriba, hacia la superficie del agua, como en la figura 35.28, puede ver fuera del agua si mira hacia la superficie a un ángulo menor que el ángulo crítico. Por lo tanto, cuando la línea de visión del pez forma un ángulo $\theta = 40^\circ$ con la normal a la superficie, por ejemplo, la luz proveniente de arriba del agua llega al ojo del pez. A $\theta = 48.8^\circ$, el ángulo crítico para el agua, la luz tiene que pasar rozando la superficie del agua antes de refractarse hacia el ojo del pez; a este ángulo, el pez puede, en principio, ver toda la orilla del estanque. Con ángulos mayores que el ángulo crítico, la luz que alcanza al pez llega mediante una reflexión interna total en la superficie. Por lo tanto, a $\theta = 60^\circ$ el pez ve una reflexión del fondo del estanque.

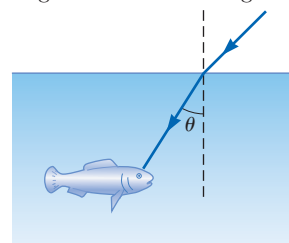


Figura 35.28 (Ejemplo 35.6) ¿Qué pasaría si? Un pez mira hacia arriba, hacia la superficie del agua.

Fibras ópticas

Otra aplicación interesante de reflexión interna total es el uso de varillas de vidrio o plástico transparente para “transportar” luz de un lugar a otro. Como se indica en la figura 35.29 (página 1076), la luz es confinada a moverse dentro de una varilla, incluso alrededor de curvas, como resultado de reflexiones internas totales sucesivas. Este tubo de luz es flexible si se emplean fibras delgadas en lugar de varillas gruesas. Un tubo flexible

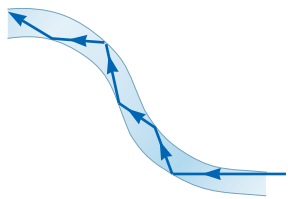


Figura 35.29 La luz se desplaza en una varilla curva transparente por reflexiones internas múltiples.

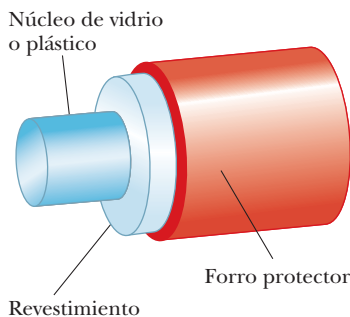


Figura 35.30 Construcción de una fibra óptica. La luz se desplaza en el núcleo que está rodeado por un revestimiento y un forro protector.

de luz se denomina **fibra óptica**. Si se utiliza un cable de fibras paralelas para construir una línea de transmisión óptica, se pueden transmitir imágenes de un punto a otro. Una parte del Premio Nobel de Física de 2009 fue ganado por Charles K. Kao (n. 1933) por su descubrimiento sobre cómo transmitir señales luminosas a largas distancias a través de delgadas fibras de vidrio. Este descubrimiento condujo al desarrollo de una importante industria conocida como *óptica de fibras*.

Una fibra óptica práctica está formada por un núcleo transparente rodeado por un *revestimiento*, material que tiene menor índice de refracción que el núcleo. La combinación puede estar rodeada por un *forro* de plástico para evitar daños mecánicos. La figura 35.30 muestra una vista lateral de esta construcción. Debido a que el índice de refracción del revestimiento es menor que el del núcleo, la luz que se desplaza en éste experimenta reflexión interna total si llega a la interfaz entre el núcleo y el revestimiento a un ángulo de incidencia mayor al ángulo crítico. En este caso, la luz “rebota” a lo largo del núcleo de la fibra óptica, perdiendo muy poco de su intensidad a medida que se desplaza.

Cualquier pérdida de intensidad en una fibra óptica se debe en esencia a reflexiones de los dos extremos y a la absorción por el material de la fibra. Los dispositivos de fibras ópticas son particularmente útiles para ver objetos en lugares inaccesibles. Por ejemplo, los médicos a veces usan estos dispositivos para examinar órganos internos del cuerpo o para realizar cirugía sin necesidad de grandes incisiones. Los cables de fibra óptica hoy en día sustituyen el alambre de cobre y los cables coaxiales para telecomunicaciones debido a que las fibras llevan un volumen mucho mayor de llamadas telefónicas u otras formas de comunicación de lo que pueden hacerlo los alambres eléctricos.

La figura 35.31a muestra un haz de fibras ópticas unidas dentro de un cable óptico que puede ser utilizado para transportar señales de comunicación. La figura 35.31b muestra una luz láser siguiendo las curvas de un manojo enrollado por reflexión interna total. Muchas computadoras y otros equipos electrónicos tienen ahora puertos ópticos así como puertos eléctricos para la transferencia de información.

Figura 35.31 (a) Hebras de fibra óptica de vidrio son utilizadas para llevar señales de voz, video y datos en redes de telecomunicaciones. (b) Cable de fibras ópticas iluminadas por un láser.



Dennis O'Clair/Getty Images

a



Hank Morgan/Photo Researchers, Inc.

b

Resumen

Definición

El **índice de refracción** n de un medio se define mediante la razón

$$n \equiv \frac{c}{v} \quad (35.4)$$

donde c es la rapidez de la luz en el vacío y v es la rapidez de la luz en el medio.

Conceptos y principios

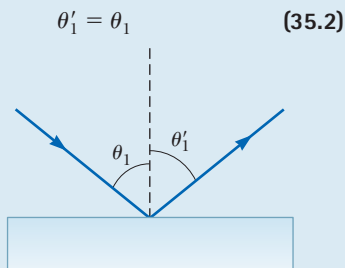
En óptica geométrica se usa la **aproximación de rayo**, en donde una onda viaja a través de un medio uniforme en líneas rectas en la dirección de los rayos.

La **reflexión interna total** se presenta cuando la luz viaja de un medio con alto índice de refracción a uno con menor índice de refracción. El **ángulo crítico** θ_c para el que se presenta la reflexión interna total en una interfaz está dado por

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{para } n_1 > n_2) \quad (35.10)$$

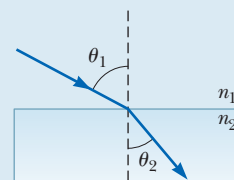
Análisis de modelos para resolver problemas

Onda bajo reflexión. La ley de reflexión afirma que, para un rayo de luz (u otro tipo de onda) incidente sobre una superficie uniforme, el ángulo de reflexión θ'_1 es igual al ángulo de incidencia θ_1 :



Onda bajo refracción. Una onda que cruza una frontera conforme viaja del medio 1 al medio 2 se **refracta**. El ángulo de refracción θ_2 se relaciona con el ángulo incidente θ_1 mediante la relación

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \quad (35.3)$$



donde v_1 y v_2 son las magnitudes de rapidez de la onda en los medios 1 y 2, respectivamente. El rayo incidente, el rayo reflejado, el rayo refractado y la normal a la superficie se encuentran todos en el mismo plano.

Para ondas de luz, la **ley de refracción de Snell** afirma que

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (35.8)$$

donde n_1 y n_2 son los índices de refracción en los dos medios.

Preguntas objetivas

1. indica que la respuesta está disponible en el *Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio*

- En cada una de las siguientes situaciones, una onda pasa a través de una abertura en una pared absorbente. Clasifique las situaciones en orden de aquella donde la onda se describe mejor por la aproximación de rayo, a aquella donde la onda que pasa a través de la abertura se dispersa igual hacia todas las direcciones en el hemisferio más allá de la pared. (a) El sonido de un silbato bajo a 1 kHz pasa a través de un portal de 1 m de ancho. (b) Luz roja que pasa a través de la pupila de su ojo. (c) Luz azul que pasa a través de la pupila de su ojo. (d) La transmisión de onda de una estación de radio AM a través de un portal de 1 m de ancho. (e) Un rayo X a través del espacio entre los huesos en la articulación de su codo.
- Una fuente emite luz monocromática de longitud de onda de 495 nm en el aire. Cuando la luz pasa a través de un líquido, su longitud de onda se reduce a 434 nm. ¿Cuál es el índice de refracción del líquido? (a) 1.26 (b) 1.49 (c) 1.14 (d) 1.33 (e) 2.03
- El disulfuro de carbono ($n = 1.63$) se vierte en un recipiente hecho de vidrio corona ($n = 1.52$). ¿Cuál es el ángulo crítico para la reflexión interna total de un rayo de luz en el líquido cuando incide sobre la superficie del líquido al vaso? (a) 89.2° (b) 68.8° (c) 21.2° (d) 1.07° (e) 43.0°
- Una onda luminosa se mueve entre el medio 1 y el medio 2. ¿Cuáles de los siguientes son enunciados correctos que relacionan su rapidez, frecuencia y longitud de onda en los dos medios, los índices de refracción de los medios y los ángulos de incidencia y refracción? Más de una afirmación puede ser correcta. (a) $v_1/\sin \theta_1 = v_2/\sin \theta_2$, (b) $\csc \theta_1/n_1 = \csc \theta_2/n_2$, (c) $\lambda_1/\sin \theta_1 = \lambda_2/\sin \theta_2$, (d) $f_1/\sin \theta_1 = f_2/\sin \theta_2$, (e) $n_1/\cos \theta_1 = n_2/\cos \theta_2$.
- ¿Qué sucede con una onda de luz cuando viaja por el aire en un vaso? (a) Su rapidez sigue siendo la misma. (b) aumenta su rapidez. (c) Su longitud de onda aumenta. (d) Su longitud de onda sigue siendo la misma. (e) Su frecuencia sigue siendo la misma.
- El índice de refracción para el agua es de aproximadamente $\frac{4}{3}$. ¿Qué ocurre cuando un rayo de luz viaja del aire al agua? (a) Su rapidez aumenta a $\frac{4}{3}c$, y la frecuencia se reduce. (b) Su rapidez disminuye a $\frac{3}{4}c$, y su longitud de onda disminuye por un factor de $\frac{3}{4}$. (c) Su rapidez disminuye a $\frac{3}{4}c$, y su longitud de onda aumenta por un factor de $\frac{4}{3}$. (d) Su rapidez y frecuencia siguen siendo las mismas. (e) Su rapidez disminuye a $\frac{3}{4}c$, y su frecuencia aumenta.
- La luz puede viajar del aire al agua. Algunas trayectorias posibles para el rayo de luz en el agua se muestran en la

figura PO35.7. ¿Qué trayectoria más probable seguirá la luz? (a) A (b) B (c) C (d) D (e) E

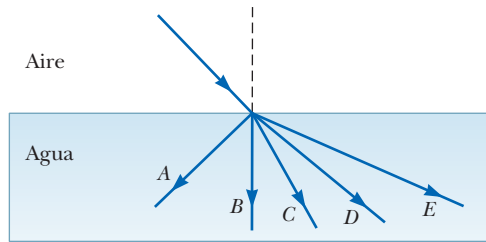


Figura PO35.7

8. ¿Cuál es el orden de magnitud del intervalo de tiempo requerido para que la luz viaje 10 km, como en el intento de Galileo para medir la rapidez de la luz? (a) Varios segundos, (b) varios milisegundos, (c) varios microsegundos, (d) varios nanosegundos.
9. Un rayo de luz que contiene longitudes de onda rojas y azules incide en un ángulo sobre un trozo de vidrio. ¿Cuál de los bocetos de la figura PO35.9 representa el resultado más probable? (a) A (b) B (c) C (d) D (e) ninguno de ellos

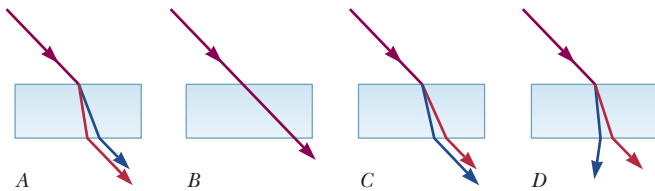


Figura PO35.9

10. Para las preguntas a continuación, elija entre las siguientes posibilidades: (a) Sí, el agua (b) No, el agua (c) Sí, el aire (d) No, el aire. (i) ¿La luz puede experimentar reflexión interna total en una interfaz lisa entre el aire y el agua? Si es así, ¿en qué medio debe viajar inicialmente? (ii) El sonido puede someterse a reflexión interna total en una

interfaz lisa entre el aire y el agua? Si es así, ¿en qué medio debe viajar inicialmente?

11. Un rayo de luz viaja desde el vacío hacia una losa de material con índice de refracción n_1 incidente en ángulo θ con respecto a la superficie. Posteriormente pasa a un segundo bloque de material con un índice de refracción n_2 antes de pasar el vacío otra vez. Las superficies de los diferentes materiales son todas paralelas entre sí. Cuando la luz sale de la segunda placa, ¿qué se puede decir del ángulo ϕ final que la luz de salida hace con la normal? (a) $\phi > \theta$ (b) $\phi < \theta$ (c) $\phi = \theta$. (d) El ángulo depende de las magnitudes de n_1 y n_2 . (e) El ángulo depende de la longitud de onda de la luz.
12. Suponga que usted encuentra experimentalmente que dos colores de luz, A y B, que originalmente viajan en la misma dirección en aire, se envían a través de un prisma de vidrio y A cambia de dirección más que B. ¿Cuál viaja más lentamente en el prisma, A o B? Alternativamente, ¿hay suficiente información para determinar cuál se mueve más lentamente?
13. El núcleo de una fibra óptica transmite luz con pérdida mínima si está rodeada de qué. (a) Agua, (b) diamante, (c) aire, (d) vidrio, (e) cuarzo fundido.
14. ¿Qué color refracta más la luz al entrar en vidrio corona desde aire con un cierto ángulo de incidencia θ con respecto a la normal? (a) Violeta (b) azul (c) verde (d) amarillo (e) rojo
15. La luz que viaja en un medio con índice de refracción n_1 es incidente en otro medio que tiene un índice de refracción n_2 . ¿En cuál de las siguientes condiciones puede producirse una reflexión interna total en la interfaz de los dos medios? (a) Los índices de refracción tienen las relaciones $n_2 > n_1$. (b) Los índices de refracción tienen la relación $n_1 > n_2$. (c) La luz viaja más lento en el segundo medio que en el primero. (d) El ángulo de incidencia es menor que el ángulo crítico. (e) El ángulo de incidencia debe ser igual al ángulo de refracción.

Preguntas conceptuales

1. indica que la respuesta está disponible en el *Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio*

1. El nivel de agua en un vaso incoloro y transparente se puede observar fácilmente a simple vista. El nivel de helio líquido en un recipiente de vidrio transparente es extremadamente difícil de ver a simple vista. Explique.
2. A veces es posible que el círculo completo de un arco iris pueda verse desde un avión. Con una escalera de tijera, un aspersor de prado y un día soleado, ¿cómo podría mostrarle el círculo completo a un niño?
3. Una persona lleva a una niña a dar un paseo por su vecindario. A ella le gusta escuchar los ecos en las casas cuando grita o aplaude con fuerza. Una casa con fachada plana y grande produce un eco si una persona está directamente frente a ella y a una distancia razonable. (a) Haga un rápido dibujo de esta situación para explicar cómo se produce el eco; sombree el área donde usted debe estar ubicado para escuchar el eco. Para los incisos (b) hasta (d), explique sus respuestas con diagramas. (b) ¿Qué pasaría

si? La niña descubre que una casa con un diseño de piso en forma de L produce ecos si alguien se coloca en diversos puntos. Usted puede estar en un lugar razonablemente distante desde el cual es posible ver la esquina interior. Explique el eco en este caso y compárelo con su diagrama del inciso (a). (c) ¿Qué pasaría si? Las dos alas de la casa no están perpendiculares entre sí. ¿La persona y la niña, de pie juntas, escuchan los ecos? (d) ¿Qué pasaría si? Una casa rectangular y su cochera tienen paredes perpendiculares que formarían una esquina interna pero tienen un pasaje abierto y techado entre ellas de tal modo que las paredes no se unen. Esta estructura, ¿producirá ecos intensos si las personas se colocan en una amplia variedad de lugares?

4. El avión caza furtivo F-117A (figura PC35.4) está específicamente diseñado para *no* retroreflektarse en un radar. ¿Qué aspectos de su diseño sirven para lograr esto?



Cortesía U.S. Air Force



Figura PC35.4

5. La retrorreflexión por esferas transparentes que se mencionó en el texto de la sección 35.4 se puede observar con gotas de rocío; para hacerlo, observe la sombra de su cabeza sobre césped con rocío. El despliegue óptico alrededor de la sombra de su cabeza se denomina *heiligshein*, que en alemán significa *halo de luz*. El artista del Renacimiento Benvenuto Cellini describió el fenómeno y su reacción en su *Autobiografía*, al final de la primera parte. El filósofo norteamericano Henry David Thoreau hizo lo mismo en *Walden*, “Baker Farm”, párrafo dos. Investigue un poco en Internet para encontrar más acerca del *heiligshein*.
6. Las ondas sonoras tienen mucho en común con las ondas de luz, incluyendo las propiedades de reflexión y refracción. Dé un ejemplo para cada uno de estos fenómenos para las ondas de sonido.
7. La reflexión interna total se aplica en el periscopio de un submarino para permitir que los marineros “vean alrededor de las esquinas”. En este aparato se colocan dos prismas, como se ve en la figura PC35.7, de modo que un rayo de luz incidente sigue la trayectoria mostrada. Podrían usarse espejos plateados paralelos inclinados, pero los prismas de vidrio que no tengan superficies plateadas darán una luz de salida intensa. Proponga una explicación para esta mayor eficiencia.
8. Explique por qué un diamante brilla más que un cristal de vidrio de la misma forma y tamaño.
9. Un rayo láser que pasa por una solución azucarada no homogénea sigue una trayectoria curva. Explique por qué.
10. Los escaparates de algunas tiendas de departamentos están ligeramente inclinados hacia adentro en la parte baja. Esto es para reducir el reflejo del alumbrado público o del Sol, que haría difícil que los compradores vieran lo que se exhibe dentro. Haga un bosquejo de un rayo de luz reflejándose en un escaparate para mostrar cómo es que funciona este diseño.
11. En un restaurante, un trabajador usa gis de colores para escribir las especialidades diarias en un pizarrón iluminado

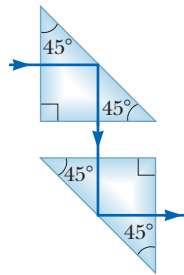


Figura PC35.7

con un reflector. En otro restaurante, un trabajador escribe con crayones de colores sobre una hoja plana y uniforme de plástico acrílico transparente con un índice de refracción 1.55. El panel cuelga enfrente de un trozo de fieltro negro. A lo largo de los bordes de la hoja, dentro de un canal opaco, se instalan pequeñas luces eléctricas brillantes. La figura



Figura PC35.11

- Figura PC35.11 muestra un corte de la señal. (a) Explique por qué los observadores en ambos restaurantes ven brillar las letras contra un fondo negro. (b) Explique por qué la señal en el segundo restaurante puede usar menos energía de la compañía eléctrica que el pizarrón iluminado en el primer restaurante. (c) ¿Cuál sería una buena elección para el índice de refracción del material en los crayones?
12. (a) ¿Bajo qué condiciones se forma un espejismo? Mientras conduce en un día caliente, algunas veces ve agua en el camino adelante a lo lejos. Sin embargo, cuando usted llega al sitio donde aparece el agua, el camino está perfectamente seco. Explique este fenómeno. (b) El espejismo llamado *fata morgana* a menudo se produce sobre el agua o en las regiones frías cubiertas de nieve o hielo. Puede causar que a veces islas se hagan visibles, a pesar de que normalmente no lo son porque están por debajo del horizonte debido a la curvatura de la Tierra. Explique este fenómeno.
 13. La figura PC35.13 muestra un lápiz parcialmente sumergido en una taza de agua. ¿Por qué el lápiz parece estar doblado?



© Cengage Learning/Charles D. Winters

Figura PC35.13

14. Un catálogo de ofertas científicas anuncia un material que tiene un índice de refracción de 0.85. ¿Es un buen producto para comprar? ¿Por qué sí o por qué no?
15. ¿Por qué los astrónomos que observan galaxias distantes hablan de ver hacia atrás en el tiempo?

16. Pruebe este sencillo experimento por su cuenta. Tome dos tazas opacas, coloque una moneda en el fondo de cada taza cerca del borde y llene una taza con agua. A continuación vea las tazas en ángulo desde un lado de manera que la moneda que está en el agua sea apenas visible, como se muestra a la izquierda en la figura PC35.16. Tenga en cuenta que la moneda en el aire no es visible, como se muestra a la derecha en la figura PC35.16. Explique esta observación.



© Cengage Learning/Ed Dodd

Figura PC35.16

17. La figura PC35.17a muestra un adorno de escritorio en forma de globo que contiene una fotografía. La fotografía plana está en el aire, dentro de una ranura vertical

situada detrás de un compartimiento lleno con agua que tiene forma de la mitad de un cilindro. Suponga que usted mira al centro de la fotografía y luego hace girar el globo alrededor de un eje vertical; descubre que el centro de la fotografía desaparece cuando hace girar el globo más allá de cierto ángulo máximo (figura PC35.17b). (a) Tome en cuenta este fenómeno y calcule el ángulo máximo. (b) Describa brevemente lo que vería si hiciera girar el globo más allá de este ángulo.



Courtesy of Edwin Lo

a

b

Figura PC35.17

Problemas

1. sencillo; 2. intermedio; 3. retador

1. solución completa disponible en el *Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio*

Sección 35.1 Naturaleza de la luz

Sección 35.2 Mediciones de la rapidez de la luz

- Encuentre la energía de (a) un fotón que tiene una frecuencia de 5.00×10^{17} Hz y (b) un fotón que tiene una longitud de onda de 3.00×10^2 nm. Exprese sus respuestas en unidades de electrón-volts, considerando que $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$.
- Los astronautas del *Apollo 11* colocaron un panel de retroreflectores de esquinas cúbicas eficientes en la superficie de la Luna (figura 35.8a). La rapidez de la luz se deduce al medir el intervalo de tiempo necesario para que un láser se dirija desde la Tierra, se refleje en el panel y regrese a la Tierra. Suponga que la medición de este intervalo es 2.51 s a la estación cuando la Luna está en su cenit. Considere la distancia de centro a centro de la Tierra a la Luna en 3.84×10^8 m. (a) ¿Cuál es la rapidez medida de la luz? (b) Explique si es necesario tomar en cuenta los tamaños de la Tierra y de la Luna en sus cálculos.
- En un experimento para medir la rapidez de la luz usando el aparato de Fizeau (véase la figura 35.2), la distancia entre la fuente de luz y un espejo fue de 11.45 km y la rueda tenía 720 ranuras. El experimento determinó el valor de c en 2.998×10^8 m/s cuando la luz emitida pasa a través de

una ranura y luego regresa a través de otra. Calcule la rapidez angular mínima de la rueda para este experimento.

- Como resultado de sus observaciones, Roemer concluyó que los eclipses de Io por Júpiter se retardaban 22 minutos, durante un periodo de seis meses, a medida que la Tierra se movía del punto en su órbita, en donde está más cerca de Júpiter, al punto diametralmente opuesto, donde está más lejos. Con 1.50×10^8 km como el radio promedio de la órbita de la Tierra alrededor del Sol, calcule la rapidez de la luz a partir de estos datos.

Sección 35.3 Aproximación de un rayo en óptica geométrica

Sección 35.4 Análisis de modelo: la onda bajo reflexión

Sección 35.5 Análisis de modelo: la onda bajo refracción

Notas: Usted puede buscar índices de refracción en la tabla 35.1. A menos que se indique lo contrario, suponga que el medio que circunda a una pieza de material es aire con $n = 1.000\,293$.

- La longitud de onda de la luz láser roja de helio-neón en el aire es de 632.8 nm. (a) ¿Cuál es la frecuencia? (b) ¿Cuál es la longitud de onda en un vidrio que tiene un índice de refracción de 1.50? (c) ¿Cuál es su rapidez en el vidrio?

6. Un buceador con equipo autónomo ve el Sol a un ángulo aparente de 45.0° sobre el horizonte. ¿Cuál es el verdadero ángulo de elevación del Sol sobre el horizonte?
7. Un rayo de luz incide sobre la superficie plana de un bloque de vidrio sin plomo que está rodeado de agua. El ángulo de refracción es de 19.6° . Encuentre el ángulo de reflexión.
8. El haz de luz refractado que se muestra en la figura P35.8 forma un ángulo $\phi = 20.0^\circ$ con la línea normal NN' en aceite de linaza. El índice de refracción del aceite de linaza es 1.48. Determine los ángulos (a) θ y (b) θ' .

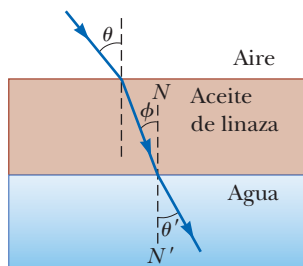


Figura P35.8

9. Determine la rapidez de la luz en (a) cristal de roca, (b) agua y (c) circonia cúbica.
10. Un salón de baile se construye sin columnas y con un plafón horizontal a 7.20 m sobre el piso. Un espejo plano se sujeta contra una sección del plafón. Después de un temblor, el espejo sigue en su lugar y no está roto. Un ingeniero hace una rápida revisión del plafón para ver si está hundido, dirigiendo un rayo láser vertical en el espejo y observando su reflexión en el piso. (a) Demuestre que si el espejo gira para formar un ángulo ϕ con la horizontal, la normal al espejo forma un ángulo ϕ con la vertical. (b) Demuestre que la luz láser reflejada forma un ángulo de 2ϕ con la vertical. (c) Si la luz láser reflejada forma un punto en el piso a 1.40 cm de distancia del punto vertical debajo del láser, encuentre el ángulo ϕ .

11. Un rayo de luz viaja del aire a otro medio, formando un ángulo $\theta_1 = 45.0^\circ$ con la normal, como en la figura P35.11. Encuentre el ángulo de refracción θ_2 si el segundo medio es (a) cuarzo fundido, (b) disulfuro de carbono y (c) agua.

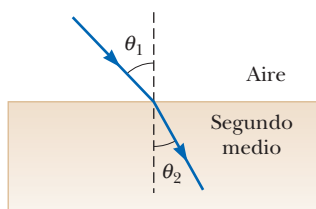


Figura P35.11

12. Un rayo de luz incide sobre un bloque plano de vidrio ($n = 1.50$) de 2.00 cm de grueso en un ángulo de 30.0° con la normal. Trace el rayo de luz a través del vidrio y encuentre los ángulos de incidencia y refracción en cada superficie.
13. Un prisma que tiene un ángulo de punta de 50.0° está hecho de óxido de circonia cúbica. ¿Cuál es su ángulo mínimo de desviación?
14. Una onda sonora plana en aire a 20°C , con longitud de 589 mm, incide sobre una superficie uniforme de agua a 25°C a un ángulo de incidencia de 13.0° . Determine (a) el ángulo de refracción para la onda sonora y (b) la longitud de onda del sonido en el agua. Un angosto rayo de luz

amarilla de sodio, con longitud de onda de 589 nm en el vacío, incide desde el aire sobre una superficie uniforme de agua a un ángulo de incidencia de 13.0° . Determine (c) el ángulo de refracción y (d) la longitud de onda de la luz en el agua. (e) Compare y contraste el comportamiento del sonido en este problema.

15. Un rayo de luz inicialmente en agua entra en una sustancia transparente en un ángulo de incidencia de 37.0° y el rayo transmitido se refracta en un ángulo de 25.0° . Calcule la velocidad de la luz en el fondo transparente.
16. Un haz láser incide en un ángulo de 30.0° respecto a la vertical sobre una solución de jarabe de maíz en agua. El haz se refracta a 19.24° respecto a la vertical. (a) ¿Cuál es el índice de refracción de la solución de jarabe de maíz? Suponga que la luz es roja, con longitudes de onda en el vacío de 632.8 nm. Encuentre su (b) longitud de onda, (c) la frecuencia y (d) la rapidez en la solución.
17. Un rayo de luz incide en el punto medio de una de las caras de un prisma de vidrio equiangular ($60^\circ-60^\circ-60^\circ$) ($n = 1.5$) con un ángulo de incidencia de 30° . (a) Trace la trayectoria del rayo de luz a través del vidrio y encuentre los ángulos de incidencia y refracción en cada superficie. (b) Si una pequeña fracción de la luz se refleja en cada superficie, ¿cuáles son los ángulos de reflexión en las superficies?
18. Las superficies reflectantes de dos espejos planos que se intersecta se encuentran en un ángulo θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) como se muestra en la figura P35.18. Para un rayo de luz que incide sobre el espejo horizontal, muestran que el rayo emergente cruzará el rayo incidente en un ángulo $\beta = 180^\circ - 2\theta$.

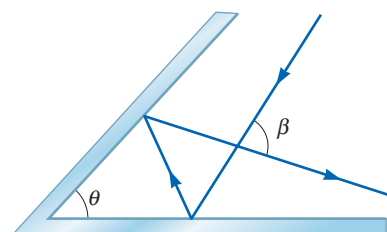


Figura P35.18

19. Cuando mira por una ventana, ¿cuánto se tarda la luz que ve en pasar por vidrio en lugar de aire? Haga una estimación del orden de magnitud con base en los datos que usted especifique. ¿Cuántas longitudes de onda se retrasa?
20. Dos espejos rectangulares planos, ambos perpendiculares a una hoja de papel horizontal, se colocan borde a borde, con sus superficies reflectoras perpendiculares entre sí. (a) Un rayo de luz en el plano del papel incide en uno de los espejos a un ángulo arbitrario de incidencia θ_1 . Demuestre que la dirección final del rayo, después de la reflexión desde ambos espejos, es opuesta a su dirección inicial. (b) ¿Qué pasaría si? El papel es sustituido por un tercer espejo plano que toca los bordes de los otros dos y se coloca perpendicular a ambos creando un retrorreflector de esquina de cubo (figura 35.8a). Un rayo de luz incide desde cualquier dirección dentro del octante del espacio limitado por las superficies reflectoras. Demuestre que el rayo se reflejará una vez desde cada espejo y que su dirección final

será opuesta a su dirección original. Los astronautas del *Apollo 11* colocaron un panel de retrorreflectores de esquina de cubo en la Luna. El análisis de los datos de sincronización tomados con ese panel revela que el radio de la órbita de la Luna está aumentando en una proporción de 3.8 cm/año, dado que pierde energía cinética debido a la fricción de las mareas.

21. Los dos espejos que se ilustran en la figura P35.21 forman un ángulo recto. El rayo de luz en el plano vertical indicado por las rectas punteadas incide en el espejo 1, como se muestra. (a) Determine la distancia que el rayo reflejado recorre antes de incidir en el espejo 2. (b) ¿En qué dirección se mueve el rayo de luz después de ser reflejado desde el espejo 2?

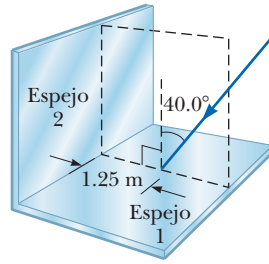


Figura P35.21

22. Cuando la luz que se ve en la figura P35.22 pasa por el bloque de vidrio con índice de refracción $n = 1.50$, se desplaza lateralmente una distancia d . (a) Encuentre el valor de d . (b) Encuentre el intervalo de tiempo necesario para que la luz pase por el bloque de vidrio.

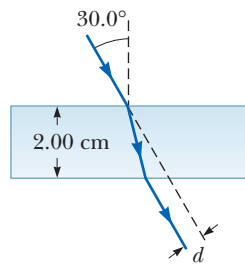


Figura P35.22

23. Dos pulsos de luz son emitidos simultáneamente desde una fuente. Ambos viajan a un detector, pero unos espejos desvían un pulso a lo largo de una trayectoria que lo lleva a través de 6.20 m de hielo a lo largo del camino. Determine la diferencia en los tiempos de llegada de los pulsos al detector.
24. La luz pasa del aire al cristal de roca en un ángulo de incidencia distinto de cero. (a) ¿Es posible que la componente de la velocidad perpendicular a la interfaz se mantenga constante? Explique su respuesta. (b) ¿Qué pasaría si? ¿La componente de velocidad paralela a la interfaz puede permanecer constante durante la refracción? Explique su respuesta.
25. Un haz láser con longitud de onda en el vacío de 632.8 nm incide desde aire en un bloque de lucite, como se muestra en la figura 35.10b. La línea de visión del fotógrafo es perpendicular al plano donde se mueve la luz. Encuentre (a) la rapidez, (b) la frecuencia y (c) la longitud de onda de la luz en el lucite. *Sugerencia:* use un transportador.

26. Un estrecho haz de ondas ultrasónicas se refleja del tumor hepático que se ilustra en la figura P35.26. La rapidez de la onda es 10.0% menor en el hígado que en el medio circundante. Determine a qué profundidad se encuentra el tumor.

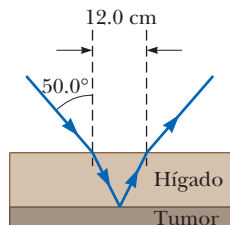


Figura P35.26

27. Un tanque cilíndrico opaco con la parte superior abierta tiene un diámetro de 3.00 m y está completamente lleno con agua. Cuando el Sol de la tarde llega a un ángulo de 28.0° sobre el horizonte, la luz solar deja de iluminar cualquier parte del fondo del tanque. ¿Cuál es la profundidad del tanque?

28. Un prisma triangular de vidrio con ángulo de punta de 60.0° tiene un índice de refracción de 1.50. (a) Demuestre que si su ángulo de incidencia sobre la primera superficie es $\theta_1 = 48.6^\circ$, la luz pasará simétricamente por el prisma, como se muestra en la figura 35.17. (b) Encuentre el ángulo de desviación $\delta_{\min}$ para $\theta_1 = 48.6^\circ$. (c) ¿Qué pasaría si? Encuentre el ángulo de desviación si el ángulo de incidencia sobre la primera superficie es de 45.6° . (d) Encuentre el ángulo de desviación si $\theta_1 = 51.6^\circ$.

29. Una luz de 700 nm de longitud de onda incide sobre la cara de un prisma de cuarzo fundido ($n = 1.458$ a 700 nm) a un ángulo de incidencia de 75.0° . El ángulo de punta del prisma es de 60.0° . Calcule el ángulo (a) de refracción en esta primera superficie, (b) de incidencia en la segunda superficie, (c) de refracción en la segunda superficie y (d) entre los rayos incidente y emergente.

30. La figura P35.30 muestra un rayo de luz incidente en una serie de placas que tienen diferentes índices de refracción, donde $n_1 < n_2 < n_3 < n_4$. Observe que la trayectoria del rayo se inclina hacia la normal. Si la variación en n fuera continua, la ruta podría formar una curva suave. Use esta idea y un diagrama de rayos para explicar por qué se puede ver el Sol al atardecer después de que ha caído por debajo del horizonte.

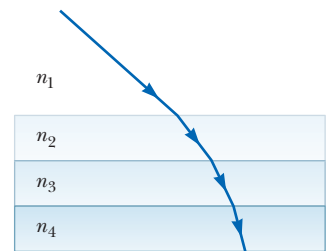


Figura P35.30

31. Tres láminas de plástico tienen índices de refracción desconocidos. La lámina 1 está colocada sobre la lámina 2 y un rayo láser es dirigido sobre las láminas desde arriba, de modo que incide en la interfase a un ángulo de 26.5° con la normal. El rayo refractado en la lámina 2 forma un ángulo de 31.7° con la normal. El experimento se repite con la lámina 3 colocada sobre la lámina 2, y con el mismo ángulo de incidencia, el rayo refractado forma un ángulo de 36.7° con la normal. Si el experimento se repite de nuevo con la lámina 1 sobre la lámina 3, ¿cuál es el ángulo de refracción esperado en la lámina 3?
32. Una persona que mira en un recipiente vacío es capaz de ver el extremo más alejado de la parte inferior del contenedor como se muestra en la figura P35.32a. La altura del contenedor es h y su anchura es d . Cuando el recipiente está completamente lleno de un fluido con índice de refracción n y visto desde el mismo ángulo, la persona puede ver el centro de una moneda en el centro de la

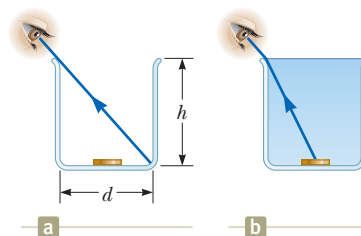


Figura P35.32

parte inferior del recipiente, como se muestra en la figura P35.32b. (a) Demuestre que la razón h/d está dada por

$$\frac{h}{d} = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{4 - n^2}}$$

(b) Suponga que el contenedor tiene una anchura de 8.00 cm y está lleno con agua, use la expresión anterior para encontrar la altura del recipiente. (c) ¿Para qué rango de valores de n la moneda no será visible para cualquier valor de h y d ?

33. Un haz de láser incide en un prisma $45^\circ-45^\circ-90^\circ$ perpendicular a una de sus caras, como se muestra en la figura P35.33. El haz transmitido que sale de la hipotenusa del prisma forma un ángulo de $\theta = 15.0^\circ$ con la dirección del haz incidente. Encuentre el índice de refracción del prisma.

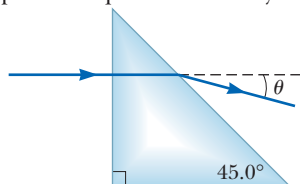


Figura P35.33

34. Un submarino está a 300 m de distancia de la orilla de un lago de agua dulce y a 100 m por debajo de la superficie del agua. Desde el submarino se envía un rayo láser de tal manera que el haz incide en la superficie del agua a 210 m de la costa. Hay un edificio en la orilla y el haz láser incide en un objetivo en la parte superior del edificio. Encuentre la altura del objetivo sobre el nivel del mar. (a) Dibuje un diagrama de la situación, identificando los dos triángulos que son importantes en la búsqueda de la solución. (b) Encuentre el ángulo de incidencia del rayo golpeando la interfaz agua-aire. (c) Encuentre el ángulo de refracción. (d) ¿Qué ángulo forma el rayo refractado con la horizontal? (e) Determine la altura del objetivo sobre el nivel del mar.

35. Un haz de luz se refleja y se refracta en la superficie entre el aire y el vidrio, como se muestra en la figura P35.35. Si el índice de refracción del vidrio es n_g , encuentre el ángulo de incidencia θ_1 en el aire, tal que el rayo reflejado y el rayo refractado sean perpendiculares entre sí.

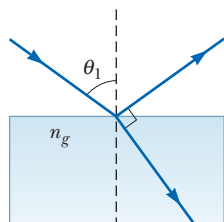


Figura P35.35

Sección 35.6 Principio de Huygens

Sección 35.7 Dispersión

36. El índice de refracción de la luz roja en el agua es de 1.331 y el de la luz azul es 1.340. Si un rayo de luz blanca entra en el agua con un ángulo de incidencia de 83.0° , ¿cuáles son los ángulos de refracción bajo el agua para los componentes (a) rojo y (b) azul de la luz?
37. Un haz de luz que contiene longitudes de onda roja y violeta incide sobre una losa de cuarzo en un ángulo de incidencia de 50.0° . El índice de refracción de cuarzo es de 1.455 a 600 nm para la luz roja y de 1.468 a 410 nm para la luz violeta. Encuentre la dispersión de la losa, que se define como la diferencia entre los ángulos de refracción para las dos longitudes de onda.

38. La rapidez de una ola de agua se describe por $v = \sqrt{gd}$, donde d es la profundidad del agua, que se supone pequeña en comparación con la longitud de la ola. Ya que cambia su rapidez, las olas se refractan cuando se mueven en una región de profundidad diferente. (a) Trace el mapa de la playa de un océano en el lado oriente de la masa de tierra. Muestre las líneas de contorno de profundidad constante bajo el agua si se trata de una pendiente razonablemente uniforme. (b) Suponga que las olas se aproximan a la costa desde una tormenta situada a lo lejos hacia el norte-noreste. Demuestre que las olas se moverán en forma casi perpendicular a la orilla cuando lleguen a la playa. (c) Trace un mapa de una costa con bahías y puntas alternadas, como se sugiere en la figura P35.38. Calcule de nuevo la forma de las líneas de contorno de profundidad constante. (d) Suponga olas que se aproximan a la costa, que llevan energía con densidad uniforme a lo largo de frentes de onda originalmente rectos. Demuestre que la energía que llega a la orilla se concentra en los cabos y tiene menos intensidad en las bahías.



Figura P35.38

39. El índice de refracción para luz violeta en vidrio de piedra sílice es 1.66 y el de luz roja es 1.62. ¿Cuál es la dispersión angular de la luz visible que pasa por un prisma con ángulo de punta de 60.0° si el ángulo de incidencia es de 50.0° ? (Véase la figura P35.39.)

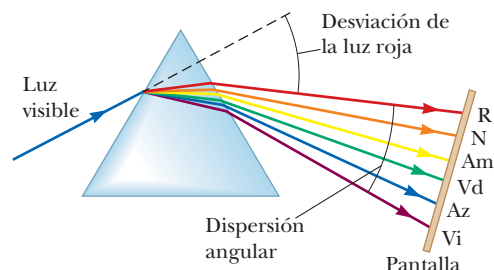


Figura P35.39 Problemas 39 y 40.

40. El índice de refracción para luz violeta en vidrio de piedra sílice es n_v y el de luz roja es n_r . ¿Cuál es la dispersión angular de la luz visible que pasa por un prisma con ángulo de punta Φ si el ángulo de incidencia es de θ ? (Véase la figura P35.39.)

Sección 35.8 Reflexión interna total

41. Una fibra óptica ($n = 1.50$) es sumergida en agua ($n = 1.33$). ¿Cuál es el ángulo crítico para que la luz permanezca dentro de la fibra óptica?

42. Para una luz de 589 nm, calcule el ángulo crítico para los siguientes materiales rodeados por aire: (a) circonia cúbica, (b) cristal de roca y (c) hielo.

43. Un prisma triangular de vidrio con ángulo de punta $\Phi = 60.0^\circ$ tiene un índice de refracción de $n = 1.50$ (figura P35.43). ¿Cuál es el ángulo de incidencia mínimo θ_1 en el que un rayo de luz puede emerger desde el otro lado?

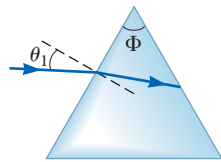


Figura P35.43

Problemas 43 y 44.

44. Un prisma triangular de vidrio con ángulo de punta Φ tiene un índice de refracción n (véase la figura P35.43). ¿Cuál es el ángulo de incidencia mínima θ_1 en el que un rayo de luz puede emerger desde el otro lado?

45. Considere una barra transparente de diámetro $d = 2 \mu\text{m}$ que tiene un índice de refracción de 1.36. Determine el ángulo máximo θ en el que rayos de luz, que inciden sobre el extremo de la barra de la figura P35.45, están sometidos a reflexión interna total a lo largo de las paredes de la barra. Su respuesta define el tamaño del *cono de aceptación* para la barra.

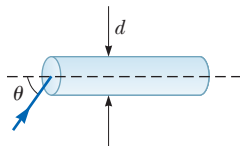


Figura P35.45

46. Considere un rayo de luz que viaja entre el aire y un corte diamante en la forma mostrada en la figura P35.46. (a) Encuentre el ángulo crítico para la reflexión interna total de la luz incidente en el diamante en la interfaz entre el diamante y el aire exterior. (b) Considere que el rayo de luz incide normalmente en la superficie superior del diamante, como se muestra en la figura P35.46. Demuestre que la luz que viaja hacia el punto P en el diamante es reflejada totalmente. ¿Qué pasaría si? Suponga que el diamante se sumerge en agua. (c) ¿Cuál es el ángulo crítico en la interfaz diamante-agua? (d) Cuando el diamante se sumerge en agua, ¿el rayo de luz que entra en el superficie superior de la figura P35.46 se somete a una reflexión interna total en P ? Explique. (e) Si el rayo de luz que entra en el diamante sigue siendo vertical, como se muestra en la figura P35.46, ¿en qué dirección debe rotarse el diamante en el agua alrededor de un eje perpendicular a la página a través de O para que la luz salga del diamante en P ? (f) ¿Con qué ángulo de rotación en el inciso (e) la luz saldrá primero del diamante en el punto P ?

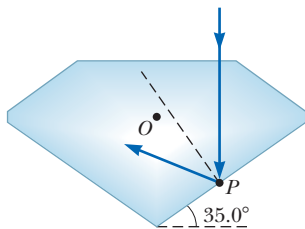


Figura P35.46

47. Considere un espejismo común formado por aire sobrecalentado en una carretera. El conductor de un camión, cuyos ojos están a 2.00 m sobre el pavimento, donde $n = 1.000\ 293$, mira hacia delante. Percibe la ilusión de un charco de agua adelante en el camino, donde su línea de

vista forma un ángulo de 1.20° bajo la horizontal. Encuentre el índice de refracción del aire que está apenas por encima de la superficie del camino.

48. Una habitación, en la cual la rapidez del sonido es 343 m/s, contiene aire. Las paredes están hechas de concreto, en el que la rapidez del sonido es 1 850 m/s. (a) Encuentre el ángulo crítico para la reflexión interna total del sonido en la frontera entre el concreto y el aire. (b) ¿En qué medio debe moverse el sonido para someterse a una reflexión interna total? (c) “Una pared de concreto desnudo es un espejo altamente eficiente para el sonido.” Dé argumentos a favor o en contra de este enunciado.

49. Una fibra óptica tiene un índice de refracción n , un diámetro d , y está rodeada por el vacío. Se envía luz por la fibra a lo largo de su eje, como se ve en la figura P35.49. (a) Encuentre el mínimo radio exterior $R_{\text{mín}}$ permitido para una curva en la fibra si no ha de escapar luz. (b) ¿Qué pasaría si? El resultado del inciso (a), ¿pronostica un comportamiento razonable cuando d se aproxima a cero. Este comportamiento es razonable? Explique. (c) ¿Cuando n aumenta?, (d) ¿cuando n se aproxima a 1? (e) Evalúe $R_{\text{mín}}$ si el diámetro de la fibra es $100 \mu\text{m}$ y su índice de refracción es 1.40.

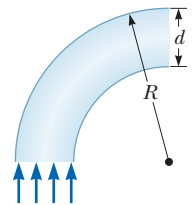


Figura P35.49

50. Hacia 1968, Richard A. Thorud, un ingeniero de la Toro Company, inventó un medidor de gasolina para motores pequeños, que se muestra en forma de diagrama en la figura P35.50. El medidor no tiene partes móviles. Está formado por una placa plana de material plástico transparente que se ajusta verticalmente en una ranura en el tapón del tanque de gasolina. Ninguna parte del plástico tiene recubrimiento reflector. El plástico se proyecta de la parte superior horizontal, hacia abajo, casi al fondo del tanque opaco. Su borde inferior está cortado con facetas que forman ángulos de 45° con la horizontal. El operador de una podadora de jardín observa desde arriba una frontera entre brillante y oscuro en el medidor. La ubicación de la frontera, de un lado a otro del ancho del plástico, indica la cantidad de gasolina del tanque. (a) Explique cómo funciona el medidor. (b) Explique los requisitos del diseño, si los hay, para el índice de refracción del plástico.

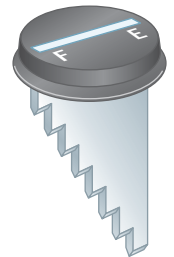


Figura P35.50

Problemas adicionales

51. Un haz de luz incide desde el aire en la superficie de un líquido. Si el ángulo de incidencia es 30.0° y el ángulo de refracción es 22.0° , encuentre el ángulo crítico para la reflexión interna total del líquido cuando está rodeado por aire.
52. Considere una interfase horizontal entre el aire por encima de un vidrio de índice 1.55. (a) Trace un rayo de luz que incide desde el aire a un ángulo de incidencia de 30.0° . Determine los ángulos de los rayos reflejado y refractado e indíquelos en el diagrama. (b) ¿Qué pasaría si? Ahora suponga que el rayo de luz incide desde el vidrio a un ángulo de incidencia de 30.0° . Determine los ángulos de los rayos

reflejado y refractado, y señale los tres rayos en un nuevo diagrama. (c) Para rayos que inciden desde el aire sobre la superficie de aire-vidrio, determine y tabule los ángulos de reflexión y refracción para todos los ángulos de incidencia a intervalos de 10.0° desde 0° hasta 90.0° . (d) Haga lo mismo para rayos de luz que suben a la interfase a través del vidrio.

53. La pequeña luz subacuática de una piscina está a 1.00 m por debajo de la superficie. La luz que emerge del agua forma un círculo sobre la superficie. ¿Cuál es el diámetro de este círculo?

54. ¿Por qué es imposible la siguiente situación? Desde el fondo de un lago de agua dulce en calma un buzo ve el Sol en un ángulo aparente de 38.0° por encima de la horizontal.

55. Un videodisco digital (DVD) registra información en una pista espiral de aproximadamente $1\ \mu\text{m}$ de ancho. La pista consiste en una serie de fosos (pits) en la capa de información (figura P35.55a) que dispersan la luz de un haz láser que se enfoca con precisión sobre ellos. El láser brilla a través del plástico transparente de grosor $t = 1.20\ \text{mm}$ e índice de refracción 1.55 (figura P35.55b). Suponga que el ancho del haz láser en la capa de información debe ser $a = 1.00\ \mu\text{m}$ para leer sólo desde una pista y no desde sus vecinas; suponga que el ancho del haz cuando entra en el plástico transparente desde abajo es $w = 0.700\ \text{mm}$. Una lente hace que el haz converja en un cono con un ángulo de punta $2\theta_1$ antes de ingresar en el DVD. Encuentre el ángulo de incidencia θ_1 de la luz en el borde del haz cónico. Este diseño es relativamente inmune a pequeñas partículas de polvo que degradan la calidad del video.

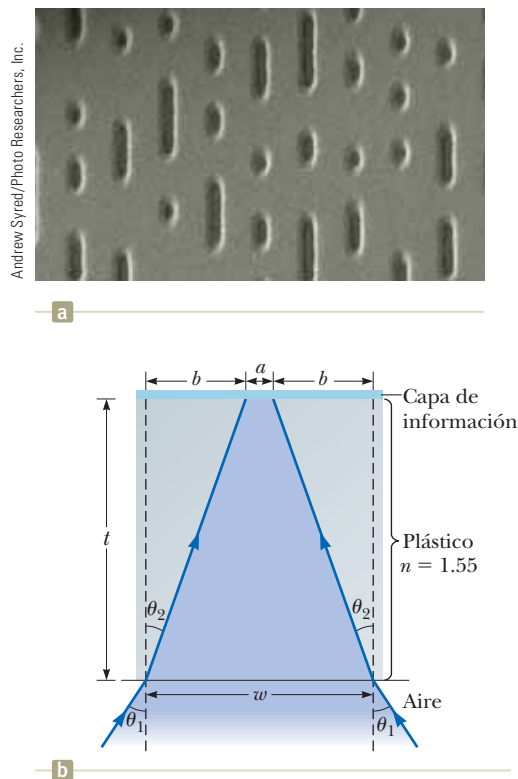


Figura P35.55

56. ¿Cuántas veces es reflejado el haz incidente que se muestra en la figura P35.56 por cada uno de los espejos paralelos?

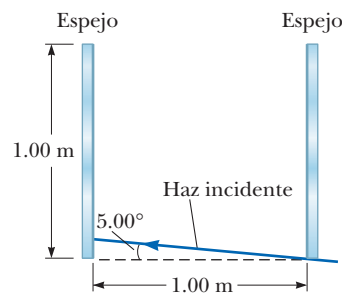


Figura P35.56

57. Cuando la luz incide normalmente en la interfaz entre dos medios ópticos transparentes, la intensidad de la luz reflejada está dada por la expresión

$$S'_1 = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 S_1$$

En esta ecuación, S_1 representa la magnitud media del vector de Poynting en la luz incidente (la intensidad incidente), S'_1 es la intensidad reflejada, y n_1 y n_2 son los índices de refracción de los dos medios. (a) ¿Qué fracción de la intensidad incidente de luz reflejada de 589 nm incide normalmente en una interfaz entre el aire y el vidrio corona? (b) ¿Tiene importancia en el inciso (a) si la luz está en el aire o en el cristal cuando incide en la interfaz?

58. Consulte el problema 57 para la descripción de la intensidad de la luz incidente que se refleja normalmente en una interfaz entre dos medios transparentes. (a) Para luz normalmente incidente en una interfaz entre el vacío y un medio transparente de índice n , demuestre que la intensidad S_2 de la luz transmitida viene dada por $S_2/S_1 = 4n/(n+1)^2$. (b) La luz viaja perpendicularmente a través de una losa de diamante, rodeada de aire, con superficies paralelas de entrada y salida. Aplique la fracción de la transmisión en el inciso (a) para encontrar la transmisión global aproximada a través de la placa de diamante, en forma de porcentaje. No haga caso de la luz reflejada de ida y vuelta dentro de la losa.

59. Un rayo de luz entra a la atmósfera de la Tierra y desciende verticalmente a la superficie que está a una distancia $h = 100\ \text{km}$ hacia abajo. El índice de refracción donde la luz entra a la atmósfera es de 1.00 y aumenta linealmente con la distancia a la superficie del planeta, donde tiene un valor de $n = 1.000\ 293$ en la superficie de la Tierra. (a) ¿Cuánto tarda el rayo en recorrer esta trayectoria? (b) ¿En qué porcentaje es mayor el intervalo que el necesario en la ausencia de la atmósfera de la Tierra?

60. Un rayo de luz entra a la atmósfera de un planeta y desciende verticalmente a la superficie que está a una distancia h hacia abajo. El índice de refracción donde la luz entra a la atmósfera es de 1.00 y aumenta linealmente con la distancia a la superficie, donde tiene un valor de n . (a) ¿Cuánto tarda el rayo en recorrer esta trayectoria? (b) ¿En qué porcentaje es mayor el intervalo que el necesario en la ausencia de una atmósfera?

61. Un angosto rayo de luz incide desde el aire sobre la superficie de vidrio con un índice de refracción de 1.56. Encuentre el ángulo de incidencia en que el correspondiente

ángulo de refracción es la mitad del ángulo de incidencia. (*Sugerencia:* usted puede usar la identidad trigonométrica $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$.)

62. Una técnica para medir el ángulo de punta de un prisma se muestra en la figura P35.62. Dos rayos paralelos de luz se dirigen hacia la punta del prisma de manera que los rayos se reflejan en las caras opuestas del prisma. Se puede medir la separación angular γ de los dos rayos reflejados. Demuestre que $\phi = \frac{1}{2}\gamma$.

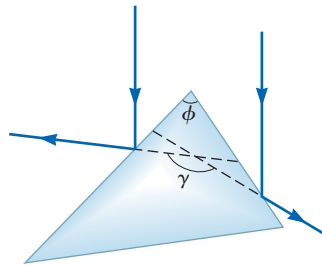


Figura P35.62

63. Un ladrón se esconde una joya preciosa, colocándola en el fondo de una piscina pública. Se coloca una balsa circular sobre la superficie del agua directamente por encima y centrada sobre la joya, como se muestra en la figura P35.63. La superficie del agua está en calma. La balsa, de diámetro $d = 4.54$ m, impide que la joya sea vista por cualquier observador por encima del agua, ya sea en la balsa o en un lado de la piscina. ¿Cuál es la máxima profundidad h de la piscina para que la joya permanezca invisible?

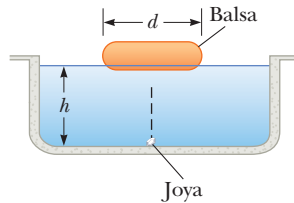


Figura P35.63

64. **Problema de repaso.** Con frecuencia un espejo se “platea” con aluminio. Al ajustar el grosor de la película metálica, uno puede convertir una hoja de vidrio en un espejo que refleje cualquier cosa entre, por decir, 3% y 98% de la luz incidente y transmita el resto. Pruebe que es imposible construir un “espejo de una sola vía” que reflejaría 90% de las ondas electromagnéticas incidentes de un lado y reflejaría 10% de las incidentes del otro lado. *Sugerencia:* use el enunciado de Clausius de la segunda ley de la termodinámica.

65. El rayo de luz de la figura P35.65 incide sobre la superficie 2 en el ángulo crítico. Determine el ángulo de incidencia θ_1 .

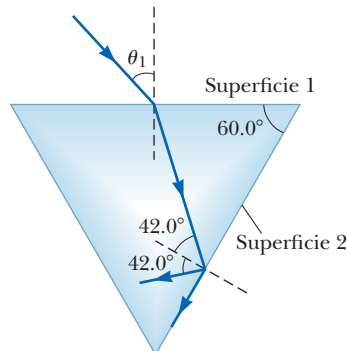


Figura P35.65

66. ¿Por qué es imposible la siguiente situación? Un haz láser golpea un extremo de una losa de material de longitud $L = 42.0$ cm y espesor $t = 3.10$ mm, como se muestra en la figura P35.66 (no a escala). El haz entra en el material por el centro del extremo izquierdo, golpeándolo con un ángulo de incidencia de $\theta = 50.0^\circ$. El índice de refracción de la losa es $n = 1.48$. La luz hace 85 reflexiones internas desde la parte superior y la parte inferior de la losa antes de salir por el otro extremo.

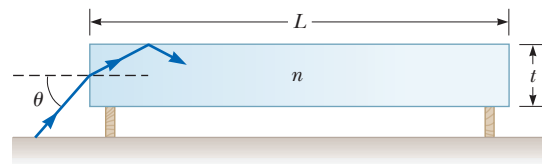


Figura P35.66

67. Un poste de 4.00 m de largo está colocado verticalmente en un lago que tiene una profundidad de 2.00 m. El Sol está a 40.0° sobre la horizontal. Determine la longitud de la sombra del poste en el fondo del lago.

68. Un rayo de luz de 589 nm de longitud de onda incide a un ángulo θ sobre la superficie superior de un bloque de poliestireno, como se observa en la figura P35.68. (a) Encuentre el valor máximo de θ para el cual el rayo refractado experimenta reflexión interna total en el punto P sobre la cara vertical izquierda del bloque.

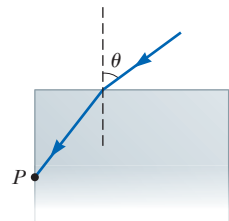


Figura P35.68

- ¿Qué pasaría si? Repita el cálculo para el caso en que el bloque de poliestireno se encuentre inmerso en (b) agua y (c) disulfuro de carbono. Explique sus respuestas.

69. Un rayo de luz que viaja en el aire incide sobre una cara de un prisma recto con índice de refracción $n = 1.50$, tal como se muestra en la figura P35.69, y sigue la trayectoria que se muestra en la figura. Suponga $\theta = 60.0^\circ$ y que la base del prisma es espejeada, determine el ángulo ϕ formado por el rayo saliente con la normal a la cara derecha del prisma.

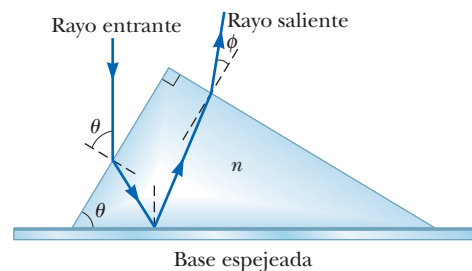


Figura P35.69

70. Conforme la luz solar entra a la atmósfera de la Tierra cambia de dirección debido a la pequeña diferencia entre las rapidez de la luz en el vacío y en el aire. La duración de un día *óptico* se define como el intervalo de tiempo entre el instante en que la parte superior del Sol naciente es apenas visible sobre el horizonte y el instante en que la parte superior del Sol apenas desaparece bajo el plano horizontal. La duración del día *geométrico* se define como el intervalo de tiempo entre el instante en que una línea matemáticamente recta entre un observador y la parte superior del Sol apenas clarea el horizonte y el instante en que esta línea apenas se hunde bajo el horizonte. (a) Explique cuál es más largo: un día óptico o un día geométrico. (b) Encuentre la diferencia entre estos dos intervalos de tiempo. Modele la atmósfera de la Tierra como uniforme, con índice de refracción 1.000 293, una superficie superior definida con precisión y 8 614 m de profundidad. Supon-

ga que el observador está en el Ecuador de la Tierra, de modo que la trayectoria aparente del Sol naciente y poniente es perpendicular al horizonte.

71. Un material que tiene un índice de refracción n está rodeado por vacío y tiene la forma de un cuarto de círculo de radio R (figura P35.71). Un rayo de luz paralelo a la base del material incide desde la izquierda a una distancia L por encima de la base y emerge desde el material a un ángulo θ . Determine una expresión para θ en términos de n , R y L .

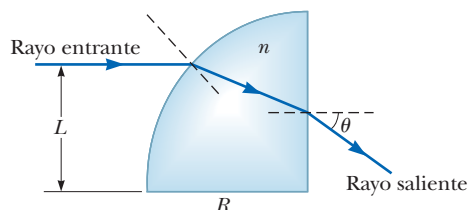


Figura P35.71

72. Un rayo de luz pasa de aire a agua. Para que su ángulo de desviación $\delta = |\theta_1 - \theta_2|$ sea de 10.0° , ¿cuál debe ser su ángulo de incidencia?
73. Como se muestra en la figura P35.73, un rayo de luz incidente es normal a una cara de un bloque de vidrio flint (un prisma) $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ que se sumerge en el agua. (a) Determine el ángulo de salida θ_3 del rayo. (b) Una sustancia se disuelve en el agua para aumentar el índice de refracción n_2 . ¿Qué valor de n_2 hace que la reflexión total interna cese en el punto P ?

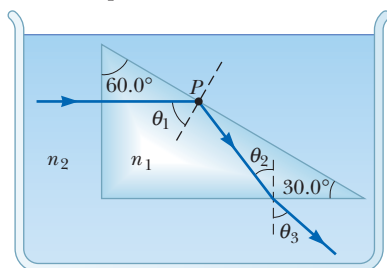


Figura P35.73

74. Un cilindro transparente con un radio $R = 2.00$ m tiene una superficie de espejo en su mitad derecha, como se muestra en la figura P35.74. Un rayo de luz que se desplaza en el aire incide sobre el lado izquierdo del cilindro. El rayo de luz incidente y el rayo de luz saliente son paralelos y $d = 2.00$ m. Determine el índice de refracción del material.

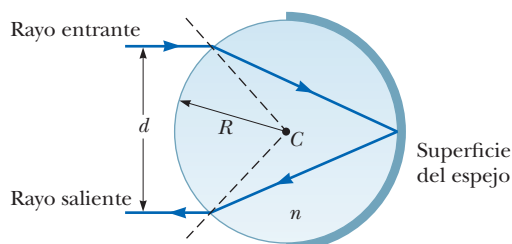


Figura P35.74

75. La figura P35.75 muestra la trayectoria de un haz de luz a través de varias losas con diferentes índices de refracción. (a) Si $\theta_1 = 30.0^\circ$, ¿cuál es el ángulo θ_2 del haz emergente?

(b) ¿Cómo debe ser el ángulo incidente θ_1 para tener reflexión interna total en la superficie entre el medio con $n = 1.20$ y el medio con $n = 1.00$?

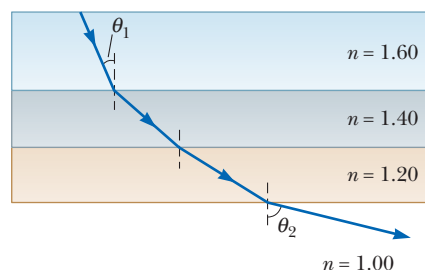


Figura P35.75

76. El método de A. H. Pfund para medir el índice de refracción de un vidrio se ilustra en la figura P35.76. Una de las caras de una placa de grosor t se pinta de blanco y un pequeño agujero perforado transparente en el punto P sirve como fuente de rayos divergentes cuando la placa se ilumina desde abajo. El rayo PBB' incide en la superficie transparente con ángulo crítico y se refleja en su totalidad, así como los rayos PCC' . Los rayos PAA' emergen de la superficie transparente. En la superficie pintada aparece un círculo oscuro de diámetro d , rodeado por una región iluminada o halo. (a) Deduzca una ecuación para hallar n en términos de las cantidades medidas d y t . (b) ¿Cuál es el diámetro del círculo oscuro si $n = 1.52$ para una placa de 0.600 cm de espesor? (c) Si se usa luz blanca, la dispersión ocasiona que el ángulo crítico dependa del color. El borde interior del halo blanco, ¿está teñido de luz roja o de luz violeta? Explique.

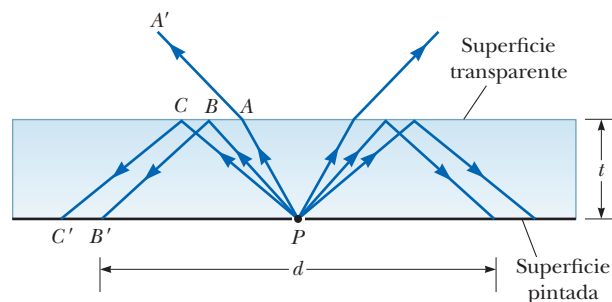


Figura P35.76

77. Un rayo de luz entra a un bloque rectangular de plástico en un ángulo $\theta_1 = 45.0^\circ$ y emerge a un ángulo $\theta_2 = 76.0^\circ$, como se ilustra en la figura P35.77. (a) Determine el índice de refracción del plástico. (b) Si el rayo de luz entra al plástico en un punto $L = 50.0$ cm del borde del fondo, ¿cuánto tarda en pasar por el plástico?

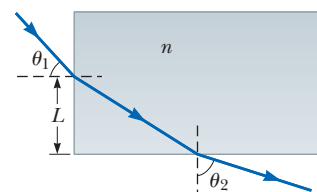


Figura P35.77

78. Unos estudiantes permiten que un rayo de luz láser incida sobre una superficie de agua. Se las ingenian para medir el ángulo de refracción para ángulos de incidencia seleccionados y registran los datos que se muestran en la tabla siguiente. (a) Utilice los datos para comprobar la ley de la refracción de Snell graficando el seno del ángulo de

incidencia contra el seno del ángulo de refracción. (b) Explique qué demuestra la forma de la gráfica. (c) Utilice la gráfica resultante para deducir el índice de refracción del agua, explique cómo lo hizo.

Ángulo de incidencia (grados)	Ángulo de refracción (grados)
10.0	7.5
20.0	15.1
30.0	22.3
40.0	28.7
50.0	35.2
60.0	40.3
70.0	45.3
80.0	47.7

79. Las paredes de la celda de una prisión están perpendiculares a las cuatro direcciones cardinales de la brújula. En el primer día de primavera, la luz del Sol naciente entra a una ventana rectangular en la pared oriente. La luz recorre 2.37 m horizontalmente para aparecer en forma perpendicular en la pared opuesta a la ventana. Un joven prisionero observa el área iluminada que se mueve en esta pared poniente. (a) ¿Con qué rapidez se mueve el rectángulo iluminado? (b) El prisionero sostiene un pequeño espejo cuadrado contra la pared en una esquina del rectángulo de luz. El espejo refleja luz directamente hacia su origen a un lugar en la pared oriente muy cerca de la ventana. ¿Con qué rapidez se mueve el cuadrado de luz de menor tamaño en esa pared? (c) Visto desde una latitud de 40.0° al Norte, el Sol naciente se traslada en el cielo a lo largo de una línea que forma un ángulo de 50.0° con el horizonte del sureste. ¿En qué dirección se mueve el rectángulo de luz en la pared poniente de la celda del prisionero? (d) ¿En qué dirección se mueve el cuadrado de luz más pequeño en la pared oriente?

80. La figura P35.80 muestra una vista superior de un cerco cuadrado. Las superficies interiores son espejos planos. Un rayo de luz entra por un pequeño agujero en el centro de un espejo. (a) ¿A qué ángulo θ debe entrar el rayo para salir por el agujero después de ser reflejado una vez por cada uno de los otros tres espejos? (b) ¿Qué pasaría si? ¿Existen otros valores de θ en los cuales el rayo pueda salir después de reflexiones múltiples? Si es así, dibuje la trayectoria de uno de los rayos.

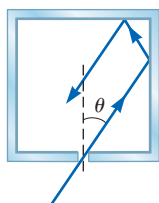


Figura P35.80

Problemas de desafío

81. Un montañista está de pie en el pico de una montaña aislada cerca de la hora de la puesta de Sol y observa un arco iris causado por gotitas de agua en el aire a 8.00 km de distancia. El valle está 2.00 km abajo del pico de la montaña y es enteramente plano. ¿Qué fracción del arco completo del arco iris es visible para el montañista? (Véase la figura 35.24.)
82. ¿Por qué es imposible la siguiente situación? La distancia perpendicular de una lámpara a partir de un gran espejo plano es el doble de la distancia perpendicular de una persona al espejo. La luz de la lámpara llega a la persona por

dos trayectorias: (1) se desplaza hacia el espejo y se refleja desde el espejo a la persona, y (2) viaja directamente a la persona sin que se refleje del espejo. La distancia total recorrida por la luz en el primer caso es 3.10 veces la distancia recorrida por la luz en el segundo caso.

83. La figura P35.83 muestra una vista desde arriba de una habitación de área de piso cuadrada y de lado L . En el centro de la habitación hay un espejo situado en un plano vertical y que gira sobre un eje vertical a rapidez angular ω alrededor de un eje que sale de la página. Un rayo láser de color rojo brillante entra desde el punto central

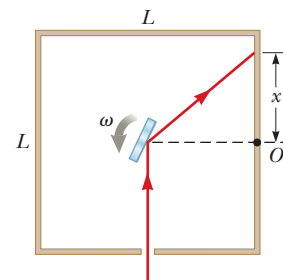


Figura P35.83

en una pared de la habitación y golpea el espejo. Como el espejo gira, el rayo láser reflejado crea una mancha roja que barre a través de las paredes de la habitación. (a) Cuando el punto de luz en la pared está a una distancia x desde el punto O , ¿cuál es su rapidez? (b) ¿Qué valor de x se corresponde con el valor mínimo de la rapidez? (c) ¿Cuál es el valor mínimo de la rapidez? (d) ¿Cuál es la rapidez máxima de la mancha en la pared? (e) ¿En qué intervalo de tiempo la mancha cambia de su mínima a su máxima rapidez?

84. Pierre de Fermat (1601-1665) demostró que siempre que la luz viaja desde un punto a otro su trayectoria real es la que requiere el intervalo de tiempo más pequeño. Este enunciado se conoce como *principio de Fermat*. El ejemplo más simple es para la luz que se propaga en un medio homogéneo; ahí la luz se mueve en una línea recta porque una línea recta es la distancia más corta entre dos puntos. Deduzca la ley de refracción de Snell a partir del principio de Fermat. Proceda del modo siguiente: en la figura P35.84 un rayo de luz viaja del punto P en el medio 1 al punto Q en el medio 2. Los dos puntos están respectivamente a las distancias perpendiculares a y b de la interfaz. El desplazamiento de P a Q tiene la componente d paralela a la interfaz y se considera que x representa la coordenada del punto donde el rayo entra al segundo medio. Sea $t = 0$ el instante cuando la luz parte de P . (a) Demuestre que el tiempo cuando la luz llega a Q es

$$t = \frac{r_1}{v_1} + \frac{r_2}{v_2} = \frac{n_1 \sqrt{a^2 + x^2}}{c} + \frac{n_2 \sqrt{b^2 + (d-x)^2}}{c}$$

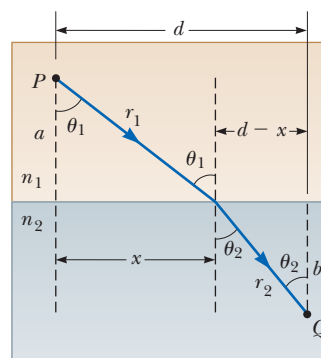


Figura P35.84 Problemas 84 y 85.

(b) Para obtener el valor de x para el que t tiene su valor mínimo, derive t respecto a x e iguale la derivada a cero. Demuestre que el resultado implica

$$\frac{n_1 x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{n_2 (d - x)}{\sqrt{b^2 + (d - x)^2}}$$

(c) Demuestre que esta expresión, a su vez, da la ley de Snell

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

85. Consulte el problema 84 para el enunciado del principio de Fermat de tiempo mínimo. Deduzca la ley de reflexión (ecuación 35.2) a partir del principio de Fermat.

86. Suponga que una esfera luminosa de radio R_1 (por ejemplo el Sol) está rodeada por una atmósfera uniforme de radio $R_2 > R_1$ y un índice de refracción n . Cuando la esfera se observa desde lejos en el vacío, ¿cuál es su radio aparente? (a) Cuando $R_2 > nR_1$ y (b) cuando $R_2 < nR_1$.

87. Este problema se basa en los resultados de los problemas 57 y 58. La luz viaja perpendicularmente a través de una losa de diamante, rodeada de aire, con superficies paralelas de entrada y salida. La intensidad de la luz transmitida, ¿qué fracción es de la intensidad incidente? Incluya los efectos de la luz reflejada de ida y vuelta dentro de la losa.

Formación de las imágenes

- 36.1 Imágenes formadas por espejos planos
- 36.2 Imágenes formadas por espejos esféricos
- 36.3 Imágenes formadas por refracción
- 36.4 Imágenes formadas por lentes delgadas
- 36.5 Aberraciones de las lentes
- 36.6 La cámara fotográfica
- 36.7 El ojo
- 36.8 La lupa simple
- 36.9 El microscopio compuesto
- 36.10 El telescopio



Los rayos luminosos provenientes de las hojas que están en segundo plano de esta escena no forman una imagen enfocada sobre el plano de la película de la cámara con que se tomó esta fotografía. En consecuencia, el fondo se ve extremadamente borroso. Sin embargo, los rayos de luz que pasan a través de la gota de lluvia han sido modificados para formar sobre la película una imagen enfocada de las hojas del segundo plano. En este capítulo se analiza la formación de imágenes cuando los rayos de luz se reflejan de los espejos y se refractan al pasar por lentes. (Don Hammond Photography Ltd. RF)

El presente capítulo se ocupa de las imágenes que resultan cuando los rayos luminosos inciden sobre superficies planas o curvas entre dos medios. Las imágenes se forman ya sea por reflexión o por refracción, y es posible diseñar espejos y lentes para formar imágenes que tengan las características que desee. También continuamos con el uso de la aproximación de rayo y el supuesto de que la luz viaja en línea recta. En primer lugar, estudiamos la formación de imágenes por espejos y lentes y las técnicas para la localización de una imagen y la determinación de su tamaño. Luego investigamos cómo combinar estos elementos en varios instrumentos ópticos útiles, tales como microscopios y telescopios.

36.1 Imágenes formadas por espejos planos

Es posible comprender la formación de imágenes en los espejos a partir del análisis de los rayos de luz que siguen el modelo de onda bajo reflexión. Empecemos con la consideración del espejo más simple posible: el espejo plano. Imagine una fuente puntual de luz colocada en O en la figura 36.1, a una distancia p frente a un espejo plano. La distancia p se conoce como **distancia objeto**. Los rayos luminosos divergentes que salen de la fuente son reflejados por el espejo. Después de reflejarse, los rayos siguen un proceso de divergencia. Las

líneas discontinuas de la figura 36.1 son extensiones de los rayos divergentes hacia atrás, hasta un punto de intersección en I . Para el observador parece que los rayos divergentes surgen del punto I detrás del espejo. El punto I , que está a una distancia q detrás del espejo, se conoce como **imagen** del objeto en O . A la distancia q se le llama **distancia imagen**. Independientemente del sistema en estudio, siempre localizará las imágenes extendiendo hacia atrás los rayos divergentes, hasta el punto en que hacen intersección. Las imágenes están localizadas ya sea en un punto a partir del cual los rayos luminosos *realmente* divergen o en un punto a partir del cual *parece* que divergen.

Las imágenes se clasifican en *reales* o *virtuales*. Una **imagen real** es la que se forma cuando los rayos luminosos pasan a través y divergen del punto de imagen; una **imagen virtual** es la que se forma cuando los rayos luminosos *no* pasan a través del punto de imagen sino que sólo parecen divergir de dicho punto. La imagen formada por el espejo en la figura 36.1 es virtual. En la ubicación de la imagen no existen rayos de luz desde el objeto detrás del espejo, por lo que los rayos de luz delante del espejo sólo parecen ser divergentes de I . La imagen de un objeto vista en un espejo plano *siempre* es virtual. Es posible desplegar imágenes reales sobre una pantalla (como en el cine), pero no se puede desplegar imágenes virtuales en una pantalla. En la sección 36.2 encontrará un ejemplo de una imagen real.

La geometría simple de la figura 36.2 sirve para examinar las propiedades de las imágenes de objetos extensos formadas por espejos planos. A pesar de que existe un número infinito de posibles direcciones hacia las cuales los rayos luminosos pueden salir de cada punto del objeto (representado por la flecha gris), sólo es necesario elegir dos rayos para determinar dónde se formará la imagen. Uno de esos rayos parte de P , sigue una trayectoria perpendicular al espejo hasta Q y se refleja sobre sí mismo. El segundo rayo sigue la trayectoria oblicua PR y se refleja como se muestra en la figura 36.2, de acuerdo con las leyes de la reflexión. Un observador frente al espejo extendería los dos rayos reflejados de regreso hacia el punto en el cual parecen haberse originado, es decir, el punto P por detrás del espejo. Continuar con este proceso para puntos diferentes de P sobre el objeto da como resultado una imagen virtual (representada por la flecha rosa) del objeto completo detrás del espejo. Ya que los triángulos PQR y $P'QR$ son congruentes, $PQ = P'Q$. Por lo tanto, la imagen formada por un objeto colocado frente a un espejo plano está tan lejos detrás del espejo como lo está el objeto frente a él.

La geometría en la figura 36.2 también revela que la altura del objeto h es igual a la altura de la imagen h' . El **aumento lateral** M de una imagen se define como sigue

$$M = \frac{\text{Altura de la imagen}}{\text{Altura del objeto}} = \frac{h'}{h} \quad (36.1)$$

Esta definición general del aumento lateral para una imagen a partir de cualquier tipo de espejo también es válida para imágenes formadas por lentes, que se estudiarán en la sección 36.4. Para un espejo plano, $M = +1$ para cualquier imagen porque $h' = h$. El valor positivo de la amplificación significa que la imagen es vertical. (Por vertical se entiende que si la flecha objeto apunta hacia arriba, como en la figura 36.2, igual lo hace la flecha imagen.)

Observe que un espejo plano produce una imagen con una inversión *aparente* de izquierda a derecha. Es posible detectar esta inversión al colocarse delante del espejo y levantar la mano derecha como se observa en la figura 36.3. La imagen que ve levanta la mano izquierda. De igual manera, la raya de su peinado parece separar el cabello en el lado opuesto al verdadero, y un lunar sobre su mejilla derecha parece estar colocado en su mejilla izquierda.

Esta inversión no es *realmente* una inversión de izquierda a derecha. Imagine, por ejemplo, que usted descansa sobre su lado izquierdo acostado en el piso y que su cuerpo está paralelo a la superficie del espejo. Ahora su cabeza aparece a la izquierda y sus pies a la derecha. Si mueve los pies, ¡la imagen no mueve la cabeza! Si levanta la mano derecha, no obstante, la imagen otra vez levantará la mano izquierda. Por lo tanto, otra vez el espejo parece producir una inversión de izquierda a derecha, ¡pero en dirección de arriba hacia abajo!

De hecho, esta inversión es realmente una *inversión de adelante hacia atrás*, causada por los rayos luminosos que se mueven hacia el espejo y después se reflejan de nuevo desde

El punto de imagen I está localizado por detrás del espejo a una distancia perpendicular q de éste. La imagen es virtual.

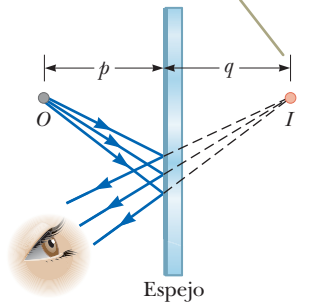


Figura 36.1 Imagen formada por reflexión en un espejo plano.

Debido a que los triángulos PQR y $P'QR$ son congruentes, $|p| = |q|$ y $h = h'$.

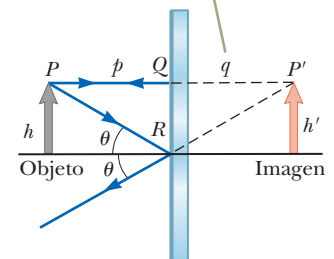


Figura 36.2 Construcción geométrica utilizada para localizar la imagen de un objeto colocado frente a un espejo plano.

Observe que el pulgar está del lado izquierdo de las manos verdaderas y del lado izquierdo de la imagen. El hecho de que el pulgar no aparezca del lado derecho de la imagen indica que no existe una inversión de izquierda a derecha.



Figura 36.3 La imagen de la mano derecha de una persona en el espejo aparece invertida de adelante hacia atrás, por lo cual se ve como mano izquierda.

él. Un ejercicio interesante es colocarse de pie frente a un espejo mientras sujeta un acetato al frente de forma que pueda leer lo que hay escrito en él. También podrá leerlo en la imagen del acetato. Posiblemente haya tenido una experiencia similar al fijar una calcomanía transparente con palabras impresas en el vidrio trasero de su automóvil. Si es posible leer la calcomanía desde afuera del vehículo, también será posible leerlo si lo observa en su espejo retrovisor desde el interior.

- Ejercicio rápido 36.1** Imagine que está de pie a aproximadamente 2 m de un espejo, y que éste tiene gotas de agua sobre su superficie. Verdadero o falso: es posible ver
- simultáneamente en foco las gotas de agua, así como su propia imagen.

Ejemplo conceptual 36.1

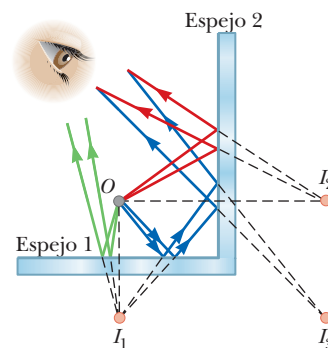
Imágenes múltiples formadas por dos espejos

Dos espejos planos han sido colocados en forma perpendicular entre sí como se observa en la figura 36.4 y se coloca un objeto en el punto O . En esta situación se forman varias imágenes. Localice las posiciones de dichas imágenes.

SOLUCIÓN

La imagen del objeto está en I_1 en el espejo 1 (rayos verdes) y en I_2 en el espejo 2 (rayos rojos). Además, se forma una tercera imagen en I_3 (rayos azules). Esta tercera imagen es la imagen de I_1 que se forma en el espejo 2 o, de manera equivalente, la imagen de I_2 que se forma sobre el espejo 1. Es decir, la imagen en I_1 (o en I_2) sirve como objeto para I_3 . Para formar esta imagen en I_3 , los rayos tienen que reflejarse dos veces después de salir del objeto en O .

Figura 36.4 (Ejemplo conceptual 36.1) Cuando se coloca un objeto frente a dos espejos mutuamente perpendiculares, como se muestra en la figura, se forman tres imágenes. Siga los rayos de luz de colores para comprender la formación de cada imagen.



Ejemplo conceptual 36.2

Espejo retrovisor ajustable

La mayor parte de los espejos retrovisores en los automóviles tienen una posición diurna y una nocturna. La posición nocturna disminuye de manera importante la intensidad de la imagen para que los faros de los vehículos detrás del automóvil no afecten la visibilidad del conductor. ¿Cómo funciona este espejo?

SOLUCIÓN

La figura 36.5 muestra una sección transversal de un espejo retrovisor en cada una de sus posiciones. La unidad tiene una cuña de vidrio con un recubrimiento reflejante en su parte trasera. En la posición diurna (figura 36.5a), la luz proveniente de un objeto detrás del automóvil incide en la cuña de vidrio en el punto 1. La mayor parte de la luz entra en la cuña, refractándose al cruzar la superficie delantera y se refleja en la superficie trasera para volver a la superficie delantera, donde es refractada de nuevo cuando pasa otra vez al aire como rayo B (brillante). Además, una pequeña porción de la luz se refleja en la superficie delantera del vidrio, como se observa en el rayo D (opaco).

Esta luz opaca reflejada es responsable de la imagen que se ve cuando el espejo está en la posición nocturna (figura 36.5b). En este caso la cuña es girada de manera que la trayectoria que sigue la luz brillante (rayo B) no se dirija al ojo. Más bien, la que sigue esta dirección es la luz opaca reflejada de la superficie delantera de la cuña, y la brillantez de los faros de los vehículos de atrás no representa un riesgo.

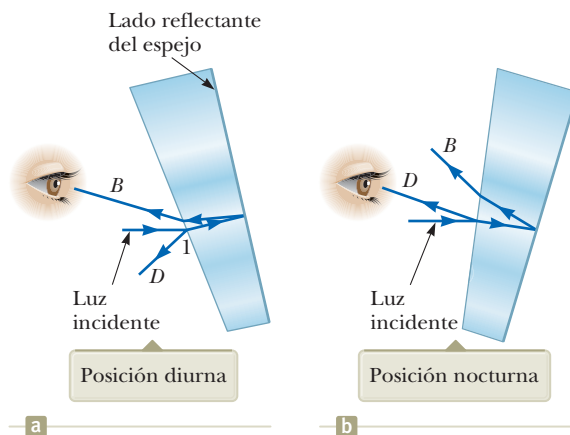


Figura 36.5 (Ejemplo conceptual 36.2) Vista de sección transversal de un espejo retrovisor.

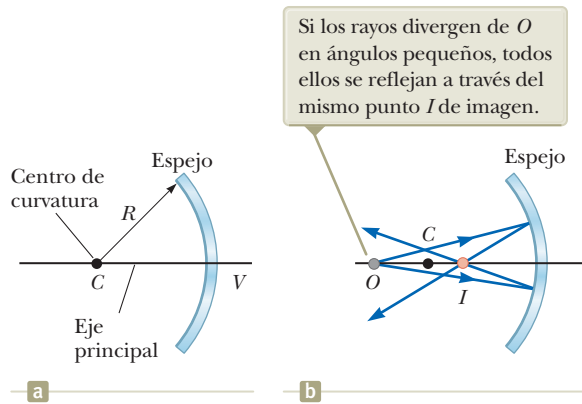


Figura 36.6 (a) Espejo cóncavo de radio R . El centro de la curvatura C está ubicado sobre el eje principal. (b) Un objeto puntual colocado en O frente a un espejo esférico cóncavo de radio R , donde O es cualquier punto a lo largo del eje principal alejado una distancia mayor que R de la superficie del espejo, forma una imagen real en I .

36.2 Imágenes formadas por espejos esféricos

En la sección anterior se consideraron imágenes formadas a partir de espejos planos. Ahora se estudiarán las imágenes formadas por espejos curvos. Aunque son posibles varias curvaturas, la investigación se restringirá a espejos esféricos. Como su nombre implica, un **espejo esférico** tiene la forma de una sección de una esfera.

Espejos cóncavos

Primero se considera la reflexión de luz desde la superficie interior cóncava de un espejo esférico, como se muestra en la figura 36.6. Este tipo de superficie reflectora se llama **espejo cóncavo**. La figura 36.6a muestra que el espejo tiene un radio de curvatura R , y su centro de curvatura es el punto C . El punto V es el centro de la sección esférica, y una línea a través de C y V se llama **eje principal** del espejo. La figura 36.6a muestra una sección transversal de un espejo esférico, con su superficie representada por la línea curva sólida azul oscuro. (La banda azul claro representa el soporte estructural de la superficie especular, como puede ser un trozo curvo de vidrio sobre el que se depositó una superficie plateada.) Este tipo de espejo enfoca los rayos paralelos entrantes en un punto, como se demuestra por los rayos de luz amarilla en la figura 36.7.

Ahora considere una fuente de luz puntual colocada en el punto O de la figura 36.6b, donde O es cualquier punto sobre el eje principal, a la izquierda de C . En la figura se muestran dos rayos divergentes que se originan en O . Después de reflejarse en el espejo, estos rayos convergen y se cruzan en la imagen que aparece en el punto I . Después continúan divergiendo alejándose de I como si en ese punto existiera un objeto. Como resultado, la imagen en el punto I es real.

En esta sección sólo considerará rayos que divergen del objeto formando un ángulo pequeño con el eje principal. Estos rayos se conocen como **rayos paraxiales**. Todos los rayos paraxiales se reflejan a través del punto imagen, como se muestra en la figura 36.6b. Aquellos rayos que están lejos del eje principal, como los que se muestran en la figura 36.8, convergen en otros puntos del eje principal y producen una imagen borrosa. Este efecto, que se conoce como *aberración esférica*, está presente en mayor o menor grado en cualquier espejo esférico y se analiza en la sección 36.5.

Si conoce la distancia objeto p y el radio de curvatura R , puede calcular la distancia de la imagen q utilizando la figura 36.9 (página 1094). Por convención, estas distancias se miden a partir del punto V . La figura 36.9 muestra dos rayos que salen de la punta del objeto. El rayo rojo pasa a través del centro de curvatura C del espejo e incide en el espejo, perpendicular a la superficie del mismo, reflejándose de regreso sobre sí mismo. El rayo azul incide en el espejo en su centro (punto V) y se refleja como se muestra, obedeciendo la ley de la reflexión. La imagen de la punta de la flecha se localiza en el

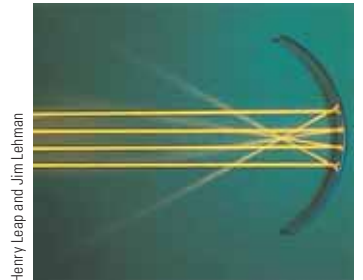


Figura 36.7 Reflexión de rayos paralelos desde un espejo cóncavo.

Los rayos reflejados intersectan al eje principal en diferentes puntos.

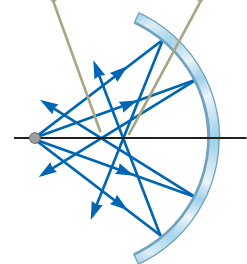


Figura 36.8 Un espejo esférico cóncavo presenta aberración esférica cuando los rayos de luz forman grandes ángulos con el eje principal.

Prevención de riesgos ocultos 36.1

Amplificación no necesariamente implica aumento Para elementos ópticos diferentes de los espejos planos, el aumento definido en la ecuación 36.2 puede dar como resultado un número con magnitud mayor o menor que 1. Por lo tanto, a pesar del uso cultural de la palabra *aumento* con el significado de *amplificación*, la imagen puede resultar menor que el objeto.

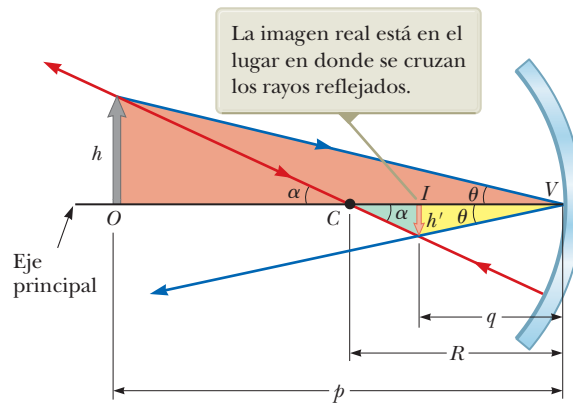


Figura 36.9 Imagen formada por un espejo esférico cóncavo cuando el objeto O yace fuera del centro de curvatura C . Ésta es la construcción geométrica utilizada para deducir la ecuación 36.4.



© iStockphoto.com/Maria Barski

Una antena parabólica para satélite es un reflector cóncavo para señales de televisión de un satélite en órbita alrededor de la Tierra. Puesto que el satélite está tan alejado, las señales son transportadas por microondas que resultan paralelas cuando llegan a la antena parabólica. Estas ondas se reflejan del plato y se enfocan en el receptor.

punto donde se cruzan ambos rayos. Del triángulo rectángulo grande de color rojo de la figura 36.9 puede ver que $\tan \theta = h/p$, y del triángulo rectángulo amarillo se ve que $\tan \theta = -h'/q$. Se introduce el signo negativo porque la imagen está invertida, por lo que h' se considera negativa. Por lo tanto, de la ecuación 36.1 y por estos resultados, encontramos que el aumento de la imagen es igual a

$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p} \quad (36.2)$$

Además, observe del triángulo verde en la figura 36.9 y del pequeño triángulo rojo que

$$\tan \alpha = \frac{-h'}{R - q} \quad \text{y} \quad \tan \alpha = \frac{h}{p - R}$$

de donde surge

$$\frac{h'}{h} = -\frac{R - q}{p - R} \quad (36.3)$$

Si compara las ecuaciones 36.2 y 36.3, obtiene

$$\frac{R - q}{p - R} = \frac{q}{p}$$

Por simple álgebra, lo anterior se reduce a

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{R} \quad (36.4)$$

Ecuación del espejo en función del radio de curvatura

que se denomina *ecuación del espejo*. En breve se presentará una versión modificada de esta ecuación.

Si el objeto está muy lejos del espejo —es decir, si p es mucho más grande que R de forma que se puede decir que p tiende a infinito— entonces $1/p \approx 0$, y por la ecuación 36.4 $q \approx R/2$. Es decir, cuando el objeto está muy lejos del espejo, el punto imagen está a la mitad del camino entre el centro de curvatura y el punto central sobre el espejo, como se observa en la figura 36.10. Los rayos incidentes del objeto son esencialmente paralelos en esta figura porque se supone que la fuente está muy lejos del espejo. En este caso en especial, al punto de imagen se le llama **foco** F y a la distancia de imagen **distancia focal** f , donde

$$f = \frac{R}{2} \quad (36.5)$$

Distancia focal

El foco está a una distancia f a partir del espejo, como se observa en la figura 36.10. En la figura 36.7 los rayos viajan en forma paralela al eje principal y el espejo refleja todos los haces hacia el foco.

Cuando el objeto está muy lejos, la distancia imagen $q \approx R/2 = f$, donde esta última es la distancia focal del espejo.

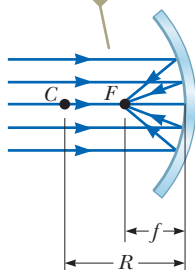


Figura 36.10 Rayos de luz de un objeto distante ($p \rightarrow \infty$) se reflejan de un espejo cóncavo a través del foco F .

Prevención de riesgos ocultos 36.2

El foco no es el punto de enfoque Por lo general, el foco no es el punto en el cual los rayos luminosos se enfocan para formar una imagen. El foco está determinado sólo por la curvatura del espejo, no depende de la posición del objeto. Por lo común, la imagen se forma en un punto distinto del foco de un espejo (o de una lente). La *única* excepción es cuando el objeto está localizado infinitamente lejos del espejo.

Debido a que la distancia focal es un parámetro particular de un espejo determinado, puede ser utilizada para comparar un espejo con otro. Al combinar las ecuaciones 36.4 y 36.5 la **ecuación del espejo** se expresa en función de la distancia focal:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

(36.6)

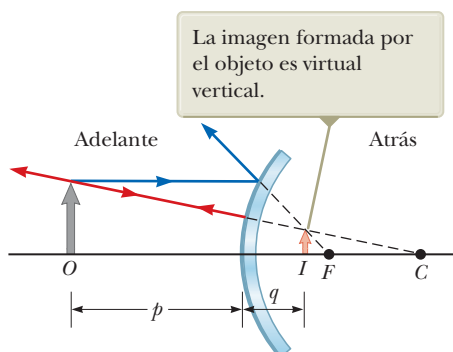
◀ Ecuación del espejo en función de la distancia focal

Observe que la distancia focal de un espejo depende sólo de su curvatura y no del material con que esté fabricado, porque la formación de la imagen es el resultado de rayos que se reflejan de la superficie del material. La situación es distinta en el caso de las lentes en que la luz realmente atraviesa el material y la distancia focal depende del tipo de material con que fueron fabricadas. (Véase la sección 36.4.)

Espejos convexos

La figura 36.11 muestra la formación de una imagen en un **espejo convexo**, es decir, ploteado de forma que la luz sea reflejada en la superficie exterior convexa. A veces éste se conoce como **espejo divergente** porque los rayos de cualquier punto de un objeto divergen después de haberse reflejado, como si vinieran de algún punto de detrás del espejo. La imagen de la figura 36.11 es virtual porque los rayos reflejados sólo dan la impresión de originarse en el punto imagen, como se indica mediante las líneas discontinuas. Además, la imagen siempre es vertical y es menor que el objeto. Este tipo de espejo se utiliza con frecuencia en las tiendas para desanimar a los ladrones. Es posible utilizar un solo espejo para obtener una amplia visibilidad, ya que forma una imagen más pequeña del interior de la tienda.

No deduciré ecuaciones para los espejos esféricos convexos, porque puede utilizar las ecuaciones 36.2, 36.4 y 36.6 tanto para espejos cóncavos como convexos, siempre y cuando siga el procedimiento siguiente: identifique la región en la cual los rayos luminosos se mueven hacia el espejo como *cara frontal* del mismo y el otro lado como *cara*



La imagen formada por el objeto es virtual vertical.

Figura 36.11 Formación de una imagen en un espejo esférico convexo.

Prevención de riesgos ocultos 36.3

Cuide sus signos El éxito en la solución de problemas de espejos (así como problemas con superficies de refracción y lentes delgadas) depende de la correcta elección de signos al sustituir en las ecuaciones. La mejor manera de habituarse a esto es resolviendo por sí mismo una gran cantidad de problemas.

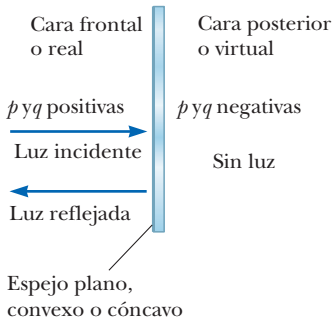


Figura 36.12 Signos de p y de q para espejos convexos y cóncavos.

Prevención de riesgos ocultos 36.4

Se elige un número pequeño de rayos De cada uno de los puntos de un objeto se emite un número enorme de rayos luminosos (que pasan a través de cada uno de los puntos de la imagen). En un diagrama de rayos, que despliega las características de la imagen, escoja sólo unos cuantos rayos que siguen las leyes simplemente enunciadas. La localización de la imagen mediante el cálculo complementa el diagrama.

Tabla 36.1 Reglas para los signos de los espejos

Cantidad	Positivo cuando . . .	Negativo cuando . . .
Localización del objeto (p)	el objeto está delante de espejo (objeto real).	el objeto está detrás del espejo (objeto virtual).
Localización de la imagen (q)	la imagen está delante del espejo (imagen real).	la imagen está detrás del objeto (imagen virtual).
Altura de la imagen (h')	la imagen está vertical.	la imagen está invertida.
Distancia focal (f) y radio (R)	el espejo es cóncavo.	el espejo es convexo.
Aumento (M)	la imagen está vertical.	la imagen está invertida.

posterior; por ejemplo, en las figuras 36.9 y 36.11 el lado a la izquierda de los espejos es el delantero y el lado a la derecha el trasero. La figura 36.12 presenta las reglas para los signos de las distancias objeto e imagen y la tabla 36.1 resume las convenciones de signos para las distancias objeto e imagen para cualquier tipo de espejo. Un elemento de la tabla, *objeto virtual*, se introduce formalmente en la sección 36.4.

Diagramas de rayos para los espejos

La posición y el tamaño de las imágenes formadas por los espejos se determinan convenientemente mediante *diagramas de rayos*. Estas construcciones gráficas revelan la naturaleza de la imagen y sirven para verificar resultados calculados a partir de las representaciones utilizando las ecuaciones del espejo y el aumento. Para dibujar el diagrama de un rayo es necesario conocer la posición del objeto y la localización del foco, así como el centro de curvatura del espejo. Después dibuje tres rayos principales para localizar la imagen, como se muestra en los ejemplos de la figura 36.13. Estos rayos salen todos del mismo punto objeto y se dibujan como sigue. Puede escoger cualquier punto sobre el objeto; aquí, por simplicidad se ha escogido la parte superior. En el caso de espejos cóncavos (véase las figuras 36.13a y 36.13b), trace los tres rayos principales siguientes:

- El rayo 1 desde la parte superior del objeto, en paralelo al eje principal, y se refleja a través del foco F .
- El rayo 2 desde la parte superior del objeto a través del foco (o como si viniera del foco si $p < f$) y se refleja paralelo al eje principal.
- El rayo 3 desde la parte superior del objeto a través del centro de curvatura C (si $p < 2f$) y se refleja de regreso sobre sí mismo.

La intersección de cualesquiera de estos dos rayos permite ubicar la imagen. El tercero sirve para verificar la construcción. El punto imagen obtenido de esta manera siempre debe concordar con el valor de q calculado a partir de la ecuación del espejo. En el caso de los espejos cóncavos, observe lo que ocurre cuando se acerca el objeto al espejo. La imagen real invertida de la figura 36.13a se mueve hacia la izquierda y se alarga al acercarse el objeto al foco. Cuando el objeto está en este punto la imagen queda infinitamente lejos a la izquierda. Sin embargo, cuando el objeto está entre el foco y la superficie del espejo, como se observa en la figura 36.13b, la imagen está hacia la derecha, detrás del objeto y virtual, vertical y alargada. Esta última situación se da cuando se utiliza un espejo para rasurarse o para maquillarse, ya que ambos son cóncavos. Su cara está más cerca del espejo que el foco y lo que se ve es una imagen vertical y alargada de la cara.

En el caso de los espejos convexos (véase la figura 36.13c), trace los tres rayos siguientes:

- El rayo 1 se dibuja desde la parte superior del objeto paralelo al eje principal y se refleja *alejándose* del foco F .

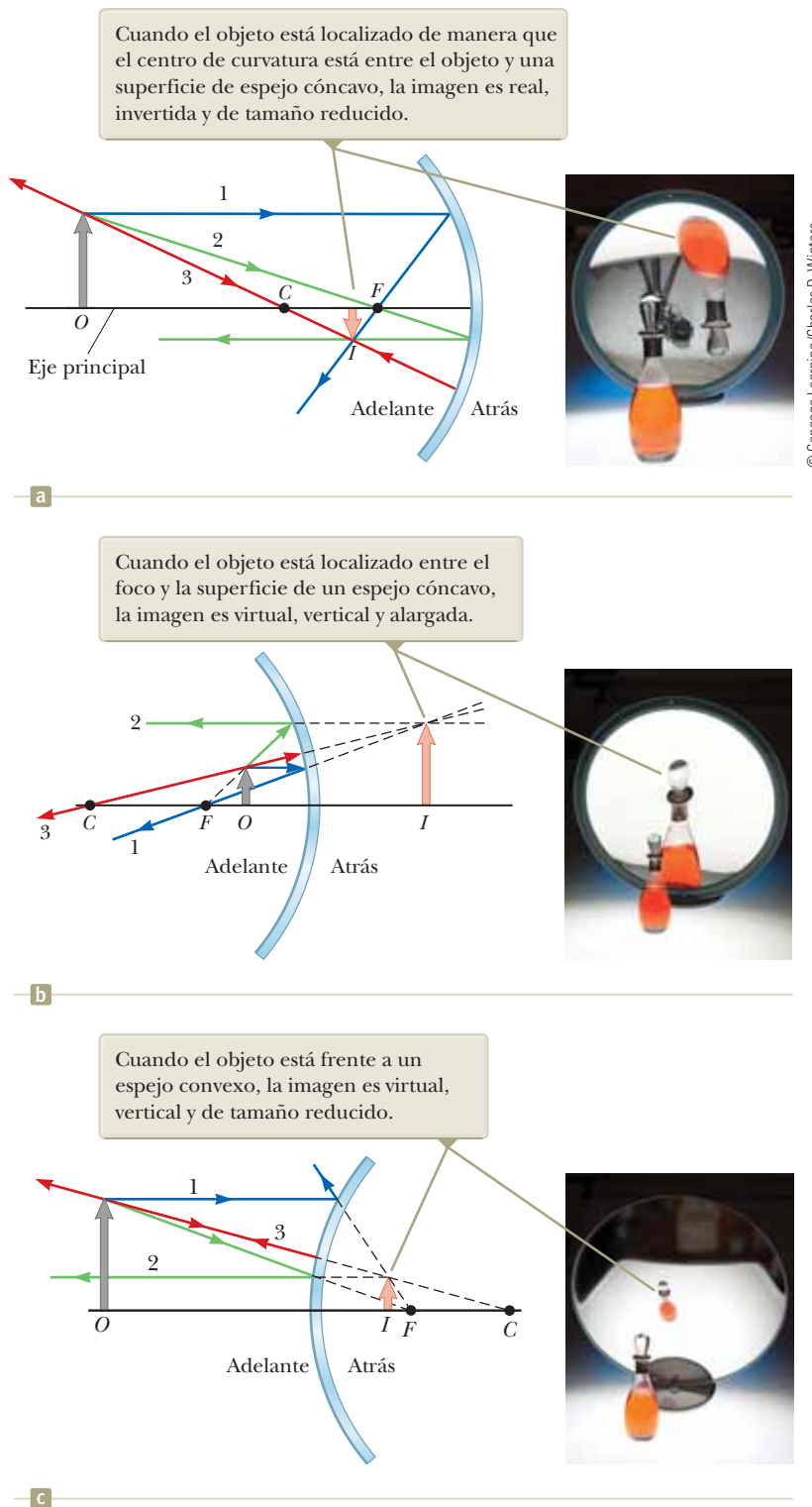


Figura 36.13 Diagramas de rayos para espejos esféricos junto con las correspondientes fotografías de las imágenes de las botellas.

© Cengage Learning/Charles D. Winters

- El rayo 2 se dibuja desde la parte superior del objeto hacia el foco en la cara posterior del espejo y se refleja paralelo al eje principal.
- El rayo 3 se dibuja desde la parte superior del objeto hacia el centro de curvatura C en la cara posterior del espejo y se refleja de regreso sobre sí mismo.



Figura 36.14 (Examen rápido 36.3) ¿Qué tipo de espejo es éste?

En un espejo convexo la imagen de un objeto es siempre virtual, vertical y de tamaño reducido, como se observa en la figura 36.13c. En este caso, conforme disminuye la distancia objeto, la imagen virtual aumenta de tamaño y se aleja del foco hacia el espejo conforme el objeto se acerca al espejo. Es conveniente construir otros diagramas para verificar la manera en que varía la posición de la imagen en relación con la posición del objeto.

Examen rápido 36.2 Desea prender una fogata, con el reflejo de la luz del Sol mediante un espejo sobre papel bajo un cúmulo de madera. ¿Cuál sería la mejor selección del tipo de espejo? (a) Plano, (b) cóncavo o (c) convexo?

Examen rápido 36.3 Considere la imagen en el espejo que se ve en la figura 36.14. De acuerdo con la apariencia de esta imagen, se podría concluir que (a) el espejo es cóncavo y la imagen real, (b) el espejo es cóncavo y la imagen virtual, (c) el espejo es convexo y la imagen real o (d) el espejo es convexo y la imagen virtual.

Ejemplo 36.3 Imagen formada por un espejo cóncavo

Un espejo esférico tiene una distancia focal de +10.0 cm.

(A) Ubique y describa la imagen para una distancia objeto de 25.0 cm.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Puesto que la distancia focal del espejo es positiva, es un espejo cóncavo (véase la tabla 36.1). Piense en las posibilidades de imágenes real y virtual.

Categorizar Ya que la distancia objeto en esta parte del problema es mayor que la distancia focal, se espera que la imagen sea real. Esta situación es análoga a la de la figura 36.13a.

Analizar Encuentre la distancia imagen con la ecuación 36.6:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{10.0 \text{ cm}} - \frac{1}{25.0 \text{ cm}}$$

$$q = 16.7 \text{ cm}$$

Encuentre el aumento de la imagen de la ecuación 36.2:

$$M = -\frac{q}{p} = -\frac{16.7 \text{ cm}}{25.0 \text{ cm}} = -0.667$$

Finalizar El valor absoluto de M es menor que la unidad, así que la imagen es más pequeña que el objeto, y el signo negativo para M dice que la imagen está invertida. Ya que q es positiva, la imagen se ubica en la cara frontal del espejo y es real. Mire en la concavidad de una cuchara pulida o párese lejos de un espejo de afeitarse para ver esta imagen.

(B) Ubique y describa la imagen para una distancia objeto de 10.0 cm.

SOLUCIÓN

Categorizar Ya que el objeto está en el foco, se espera que la imagen esté infinitamente alejada.

Analizar Encuentre la distancia imagen con la ecuación 36.6:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{10.0 \text{ cm}} - \frac{1}{10.0 \text{ cm}}$$

$$q = \infty$$

36.3 continuación

Finalizar Este resultado significa que los rayos que se originan desde un objeto colocado en el foco de un espejo se reflejan de modo que la imagen se forma a una distancia infinita del espejo; es decir, los rayos viajan paralelos después de la reflexión. Tal es la situación en una lámpara de mano o el faro de un automóvil, donde el filamento del bulbo se coloca en el foco de un reflector, lo que produce un haz de luz paralelo.

(C) Ubique y describa la imagen para una distancia objeto de 5.00 cm.

SOLUCIÓN

Categorizar Ya que la distancia objeto es menor que la distancia focal, se espera que la imagen sea virtual. Esta situación es análoga a la de la figura 36.13b.

Analizar Encuentre la distancia imagen con la ecuación 36.6:

$$\begin{aligned}\frac{1}{q} &= \frac{1}{f} - \frac{1}{p} \\ \frac{1}{q} &= \frac{1}{10.0 \text{ cm}} - \frac{1}{5.00 \text{ cm}} \\ q &= -10.0 \text{ cm}\end{aligned}$$

Encuentre el aumento de la imagen a partir de la ecuación 36.2:

$$M = -\frac{q}{p} = -\left(\frac{-10.0 \text{ cm}}{5.00 \text{ cm}}\right) = +2.00$$

Finalizar La imagen es el doble de grande que el objeto y el signo positivo para M indica que la imagen es vertical (véase la figura 36.13b). El valor negativo la distancia imagen dice que la imagen es virtual, como se esperaba. Ponga la cara cerca de un espejo de afeitarse para ver este tipo de imagen.

¿QUÉ PASARÍA SI? Suponga que usted configura el aparato de botella y espejo que se ilustra en la figura 36.13a descrito aquí en el inciso (A). Mientras ajusta el aparato, accidentalmente golpea la botella y comienza a deslizarse hacia el espejo con velocidad v_p . ¿Qué tan rápido se mueve la imagen de la botella?

Respuesta Resuelva la ecuación del espejo, ecuación 36.6, para q :

$$q = \frac{fp}{p - f}$$

Derive esta ecuación respecto al tiempo para encontrar la velocidad de la imagen:

$$(1) \quad v_q = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{fp}{p - f} \right) = -\frac{f^2}{(p - f)^2} \frac{dp}{dt} = -\frac{f^2 v_p}{(p - f)^2}$$

Sustituya los valores numéricos de la parte (A):

$$v_q = -\frac{(10.0 \text{ cm})^2 v_p}{(25.0 \text{ cm} - 10.0 \text{ cm})^2} = -0.444 v_p$$

Por lo tanto, en este caso la rapidez de la imagen es menor que la del objeto.

Se pueden ver dos comportamientos interesantes de la función para v_q en la ecuación (1). Primero, la velocidad es negativa, sin importar el valor de p o f . Por lo tanto, si el objeto se mueve hacia el espejo, la imagen se mueve hacia la izquierda en la figura 36.13, sin importar el lado del foco en donde se ubica el objeto o si el espejo es cóncavo o convexo. Segundo, en el límite de $p \rightarrow 0$ la velocidad v_q tiende a $-v_p$. Conforme el objeto se mueve muy cerca del espejo, el espejo parece como un espejo plano, la imagen está tan lejos detrás del espejo como el objeto está enfrente, y tanto el objeto como la imagen se mueven con la misma rapidez.

Ejemplo 36.4 Imagen formada por un espejo convexo

Un espejo retrovisor, como se muestra en la figura 36.15 (página 1100), muestra la imagen de un camión ubicado a 10.0 m del espejo. La distancia focal del espejo es -0.60 m.

(A) Encuentre la posición de la imagen del camión.

continúa

36.4 continuación

SOLUCIÓN

Conceptualizar Esta situación se muestra en la figura 36.13c.

Categorizar Ya que el espejo es convexo, se espera que forme una imagen virtual reducida y vertical para cualquier posición del objeto.

Analizar Encuentre la distancia de la imagen con la ecuación 36.6:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{-0.60 \text{ m}} - \frac{1}{10.0 \text{ m}}$$

$$q = -0.57 \text{ m}$$

(B) Encuentre el aumento de la imagen.

SOLUCIÓN

Analizar Use la ecuación 36.2:

$$M = -\frac{q}{p} = -\left(\frac{-0.57 \text{ m}}{10.0 \text{ m}}\right) = +0.057$$

Finalizar El valor negativo de q en la parte (A) indica que la imagen es virtual o está detrás del espejo, como se muestra en la figura 36.13c. El aumento en la parte (B) indica que la imagen es mucho más pequeña que el camión y es vertical porque M es positiva. La imagen está reducida en tamaño, de manera que el camión parece estar más lejos de lo que se encuentra en realidad. Debido al tamaño pequeño de la imagen, estos espejos llevan la inscripción: “Los objetos en este espejo están más cerca de lo que parecen”. Observe su espejo retrovisor o la cara posterior de una cuchara brillante para ver una imagen de este tipo.

Figura 36.15 (Ejemplo 36.4) En el espejo convexo del lado derecho de un automóvil se ve un camión que se aproxima. Observe que la imagen del camión está en foco, pero el marco del espejo no lo está, lo que demuestra que la imagen no está en la misma ubicación que la superficie del espejo.



© Bo Zauders/Corbis

36.3 Imágenes formadas por refracción

En esta sección se describe la manera en que se forman las imágenes cuando los rayos luminosos siguen el modelo de onda bajo refracción en la frontera entre dos materiales transparentes. Considere dos medios transparentes con índices de refracción n_1 y n_2 , donde el límite entre los dos medios forma una superficie esférica de radio R (figura 36.16). Suponga que el objeto en O está en el medio cuyo índice de refracción es n_1 . Consideremos los rayos paraxiales que salen de O . Como verá, todos estos rayos se refractan en la superficie esférica y se enfocan en un único punto I , el punto imagen.

La figura 36.17 muestra un rayo simple que sale del punto O y se refracta hacia el punto I . La ley de Snell de la refracción aplicada a este rayo da

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Ya que θ_1 y θ_2 se consideran pequeños, utilice la aproximación para ángulos pequeños $\sin \theta \approx \theta$ (con ángulos en radianes) y escriba la ley de Snell como

$$n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2$$

Sabe que el ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de los dos ángulos interiores opuestos; así que aplique esta regla a los triángulos OPC y PIC de la figura 36.17 para obtener

$$\theta_1 = \alpha + \beta$$

$$\beta = \theta_2 + \gamma$$

Los rayos que forman ángulos pequeños en relación con el eje principal divergen de un punto en el objeto en O y se refractan hasta el punto imagen I .

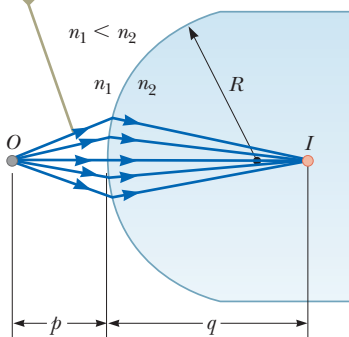


Figura 36.16 Imagen formada por refracción en una superficie esférica.

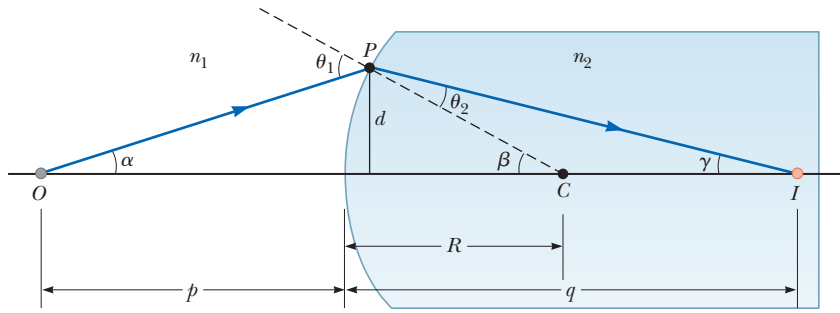


Figura 36.17 Geometría utilizada para deducir la ecuación 36.8, suponiendo que $n_1 < n_2$.

Si combina las tres expresiones y elimina θ_1 y θ_2 , obtiene

$$n_1\alpha + n_2\gamma = (n_2 - n_1)\beta \quad (36.7)$$

La figura 36.17 exhibe tres triángulos rectángulos que tienen un cateto vertical común de longitud d . En el caso de los rayos paraxiales (a diferencia del rayo de ángulo relativamente grande que se muestra en la figura 36.17), los catetos horizontales de estos triángulos son aproximadamente p para el triángulo que contiene el ángulo α , R para el triángulo que contiene el ángulo β y q para el triángulo que contiene el ángulo γ . En la aproximación por ángulos pequeños, $\tan \theta \approx \theta$, por lo que puede escribir las relaciones aproximadas de estos triángulos como sigue:

$$\tan \alpha \approx \alpha \approx \frac{d}{p} \quad \tan \beta \approx \beta \approx \frac{d}{R} \quad \tan \gamma \approx \gamma \approx \frac{d}{q}$$

Reemplace estas expresiones en la ecuación 36.7 y después divida entre d para obtener

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (36.8)$$

◀ **Relación entre distancia objeto y distancia imagen para una superficie refractora**

Para el caso de una distancia objeto p fija, la distancia imagen q es independiente del ángulo que forma el rayo con el eje. Este resultado indica que todos los rayos paraxiales se enfocan en el mismo punto I .

Igual que en el caso de los espejos, es necesario utilizar una convención para los signos si desea aplicar la ecuación 36.8 a diferentes casos. El lado de la superficie en el cual se originan los rayos luminosos se define como la cara frontal. El otro se llama cara posterior. A diferencia de los espejos, donde se forman las imágenes reales en la cara frontal de la superficie reflectante, las imágenes se forman por refracción de los rayos de luz en la cara posterior de la superficie. Debido a la diferencia de ubicación de las imágenes reales, las reglas convencionales para los signos de la refracción para q y R son opuestas a las reglas para los signos de la reflexión. Por ejemplo, en la figura 36.17, q y R son ambas positivas. Las reglas para los signos en superficies refractoras esféricas se resumen en la tabla 36.2.

De la figura 36.17 se deduce la ecuación 36.8, a partir de la hipótesis de que $n_1 < n_2$. Esta hipótesis, sin embargo, no es necesaria. La ecuación 36.8 es válida independientemente de cuál de los índices de refracción es mayor.

Tabla 36.2 Reglas para signos en superficies refractoras

Cantidad	Positivo cuando . . .	Negativo cuando . . .
Ubicación del objeto (p)	el objeto está delante de la superficie (objeto real).	el objeto está detrás de la superficie (objeto virtual).
Ubicación de la imagen (q)	la imagen está detrás de la superficie (imagen real).	la imagen está delante de la superficie (imagen virtual).
Altura de la imagen (h')	la imagen es vertical.	la imagen está invertida.
Radio (R)	el centro de curvatura está detrás de la superficie.	el centro de curvatura está delante de la superficie.

La imagen es virtual y en el mismo lado de la superficie que el objeto.

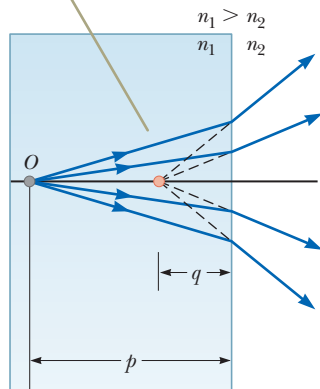


Figura 36.18 La imagen formada por una superficie refractora plana es virtual y aparece del mismo lado de la superficie que el objeto. Todos los rayos se suponen paraxiales.

Superficies refractoras planas

Si una superficie refractora es plana, en tal caso R es infinito y la ecuación 36.8 se reduce a

$$\frac{n_1}{p} = -\frac{n_2}{q}$$

$$q = -\frac{n_2}{n_1}p \quad (36.9)$$

De esta expresión, el signo de q es opuesto al signo de p . Por lo tanto, de acuerdo con la tabla 36.2, la imagen formada por una superficie refractora plana está en el mismo lado de la superficie que el objeto, esto se ilustra en la figura 36.18 para el caso en que el objeto está en el medio de índice n_1 y éste es mayor que n_2 . En este caso se forma una imagen virtual entre el objeto y la superficie. Si n_1 es menor que n_2 , los rayos de la cara posterior divergen entre sí en ángulos más pequeños que los de la figura 36.18. Como resultado, se forma la imagen virtual a la izquierda del objeto.

Ejemplo rápido 36.4 En la figura 36.16, ¿qué le pasa al punto imagen I al mover el punto objeto O hacia la derecha muy lejos o bien muy cerca de la superficie refractora? (a) Siempre estará a la derecha de la superficie. (b) Siempre estará a la izquierda de la superficie. (c) Comienza a la izquierda y, en cierta posición O , I se traslada al lado derecho de la superficie. (d) Comienza a la derecha y, en cierta posición O , I se traslada al lado izquierdo de la superficie.

Ejemplo rápido 36.5 En la figura 36.18, ¿qué le sucede al punto imagen I conforme el punto objeto O se mueve hacia la superficie del lado derecho del material con índice de refracción n_1 ? (a) Permanece siempre entre O y la superficie, llegando a ésta justo en el momento en que lo hace O . (b) Se mueve hacia la superficie con mayor lentitud que O , de forma que en algún momento O se adelanta a I . (c) Se acerca a la superficie y después se mueve hacia la derecha de la misma.

Ejemplo conceptual 36.5

¡A bucear!

Es bien sabido que los objetos que se ven por debajo del agua a simple vista aparecen borrosos y fuera de foco; sin embargo, un buceador que utiliza visor tiene una vista clara de los objetos bajo el agua. Explique cómo funciona esto, los índices de refracción de la córnea, del agua y del aire son 1.376, 1.333 y 1.000 29, respectivamente.

SOLUCIÓN

Debido a que la córnea y el agua tienen índices de refracción casi idénticos, se presenta una refracción muy ligera cuando una persona observa los objetos a simple vista por debajo del agua. En este caso, los rayos luminosos provenientes de un objeto se enfocan por detrás de la retina, lo que da como resultado una imagen borrosa. Sin embargo, cuando se utiliza un visor, el espacio de aire entre el ojo y la superficie del visor proporciona la cantidad de refracción normal en la interfaz ojo-aire; en consecuencia, la luz proveniente de los objetos se enfoca en la retina.

Ejemplo 36.6

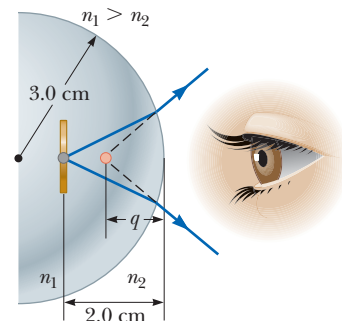
Mire fijamente dentro de la bola de cristal

Un conjunto de monedas está incrustado en un pisapapeles esférico de plástico que tiene un radio de 3.0 cm. El índice de refracción del plástico es $n_1 = 1.50$. Una moneda está colocada a 2.0 cm del borde de la esfera (figura 36.19). Encuentre la posición de la imagen de la moneda.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Debido a que $n_1 > n_2$, donde $n_2 = 1.00$ es el índice de refracción del aire, los rayos que se originan en la moneda de la figura 36.19 se refractan alejándose de la normal en la superficie y divergen hacia fuera. Prolongar los rayos salientes hacia atrás muestra un punto de imagen dentro de la esfera.

Figura 36.19 (Ejemplo 36.6) Los rayos de luz provenientes de una moneda incrustada en una esfera de plástico forman una imagen virtual entre la superficie del objeto y la superficie de la esfera. Ya que el objeto está dentro de la esfera, el frente de la superficie refractante es el interior de la esfera.



36.6 continuación

Categorizar Puesto que los rayos de luz se originan en un material y luego pasan a través de una superficie curva hacia otro material, este ejemplo es de una imagen formada por refracción.

Analizar Aplique la ecuación 36.8 y note, de la tabla 36.2, que R es negativo:

Sustituya valores numéricos para q :

$$\frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} - \frac{n_1}{p}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1.00 - 1.50}{-3.0 \text{ cm}} - \frac{1.50}{2.0 \text{ cm}}$$

$$q = -1.7 \text{ cm}$$

Finalizar El signo negativo de q indica que la imagen está enfrente de la superficie; en otras palabras, está en el mismo medio que el objeto, como se muestra en la figura 36.19. En consecuencia, la imagen debe ser virtual. (Véase la tabla 36.2.) La moneda parece estar más cerca de la superficie del pisapapeles de lo que en realidad está.

Ejemplo 36.7 El que se fue

Un pez pequeño nada a una profundidad d bajo la superficie de un estanque (figura 36.20).

(A) ¿Cuál es la profundidad aparente del pez, visto directamente desde arriba?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Como $n_1 > n_2$, donde $n_2 = 1.00$ es el índice de refracción del aire, los rayos que se originan en el pez en la figura 36.20a se refractan alejándose de la normal en la superficie y divergen hacia fuera. Prolongar los rayos salientes hacia atrás muestra un punto imagen bajo el agua.

Categorizar Ya que la superficie refractante es plana, R es infinito. Por esto, puede usar la ecuación 36.9 para determinar la ubicación de la imagen, con $p = d$.

Analizar Use en la ecuación 36.9 los índices de refracción dados en la figura 36.20a:

$$q = -\frac{n_2}{n_1} p = -\frac{1.00}{1.33} d = -0.752d$$

Finalizar Puesto que q es negativa, la imagen es virtual, como indican las líneas discontinuas en la figura 36.20a. La profundidad aparente es aproximadamente tres cuartos de la profundidad real.

(B) Si su cara está a una distancia d sobre la superficie del agua, ¿a qué distancia aparente sobre la superficie el pez ve su cara?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Los rayos de luz de su cara se muestran en la figura 36.20b. Como los rayos se refractan hacia la normal, su cara parece más grande sobre la superficie de lo que en realidad es.

Categorizar Dado que la superficie refractante es plana, R es infinito. Por esto, puede usar la ecuación 36.9 para determinar la ubicación de la imagen con $p = d$.

Analizar Use la ecuación 36.9 para encontrar la distancia simagen:

$$q = -\frac{n_2}{n_1} p = -\frac{1.33}{1.00} d = -1.33d$$

Finalizar El signo negativo para q indica que la imagen está en el medio desde donde se originó la luz, que es el aire sobre el agua.

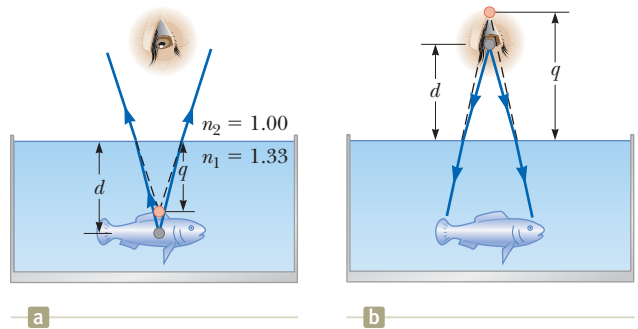


Figura 36.20 (Ejemplo 36.7) (a) La profundidad aparente q del pez es menor que la profundidad verdadera d . Se supone que todos los rayos son paraxiales. (b) Al pez le parece que la cara de usted es más grande de lo que es.

36.7 continuación

¿QUÉ PASARÍA SI? ¿Y si usted observa más cuidadosamente al pez y mide su *altura* aparente desde su aleta superior hasta su aleta inferior? ¿La altura aparente h' del pez es diferente de la altura real h ?

Respuesta Puesto que todos los puntos sobre el pez parecen estar fraccionalmente más cerca del observador, es de esperar que la altura sea más pequeña. Sea d la distancia medida en la figura 36.20a hasta la aleta superior, y $d + h$ la distancia hasta la aleta inferior. En tal caso las imágenes de las partes superior e inferior del pez se ubican en

$$q_{\text{superior}} = -0.752d$$

$$q_{\text{inferior}} = -0.752(d + h)$$

La altura aparente h' del pez es

$$h' = q_{\text{superior}} - q_{\text{inferior}} = -0.752d - [-0.752(d + h)] = 0.752h$$

Por tanto, el pez parece tener aproximadamente tres cuartos de su altura real.

36.4 Imágenes formadas por lentes delgadas

Usualmente las lentes se utilizan para formar imágenes por refracción en los instrumentos ópticos, como es el caso de cámaras fotográficas, telescopios y microscopios. Utilice lo que acaba de aprender sobre las imágenes formadas por superficies de refracción para localizar la imagen formada por una lente. La luz que pasa a través de ella experimenta una refracción en dos superficies. El desarrollo a seguir está en función de la creencia de que la imagen formada por una superficie refractora sirve como el objeto para la segunda superficie. Primero analizará una lente gruesa y posteriormente su espesor será aproximadamente igual a cero.

Considere una lente con un índice de refracción n y dos superficies esféricas con radios de curvatura R_1 y R_2 , como en la figura 36.21. (Observe que R_1 es el radio de curvatura de la superficie de la lente que primero atraviesa la luz que proviene del objeto y que R_2 es el radio de curvatura de la otra superficie de la lente.) Se coloca un objeto en el punto O a una distancia p_1 enfrente de la superficie 1.

Empiece con la imagen formada por la superficie 1. Utilice la ecuación 36.8 y suponga que $n_1 = 1$, porque la lente está rodeada por aire, encontrará que la imagen I_1 formada por la superficie 1 satisface la ecuación

$$\frac{1}{p_1} + \frac{n}{q_1} = \frac{n - 1}{R_1} \quad (36.10)$$

donde q_1 es la posición de la imagen debida a la superficie 1. Si la imagen debida a la superficie 1 es virtual (figura 36.21a), q_1 es negativa, y si la imagen es real, q_1 es positiva (figura 36.21b).

Ahora aplique la ecuación 36.8 a la superficie 2, con $n_1 = n$ y $n_2 = 1$. (Este cambio en el índice se debe a que los rayos luminosos que se acercan a la superficie 2 están en *el material de la lente*, y este material tiene un índice de refracción n .) Si p_2 es la distancia objeto de la superficie 2 y q_2 es la distancia imagen, obtiene

$$\frac{n}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1 - n}{R_2} \quad (36.11)$$

Ahora hay que introducir, en términos matemáticos, el hecho de que la imagen formada por la primera superficie actúa como el objeto para la segunda superficie. Si la imagen en la superficie 1 es virtual como en la figura 36.21a, observe que p_2 , medida desde la superficie 2, está relacionada con q_1 como $p_2 = -q_1 + t$, donde t es el espesor de la lente. Puesto que q_1 es negativa, p_2 es un número positivo. La figura 36.21b muestra el caso de la imagen de la superficie 1 como real. En esta situación, q_1 es positiva y $p_2 = -q_1 + t$, donde la imagen de la superficie 1 actúa como un **objeto virtual**, de modo que p_2 es negativa. Sin importar el tipo de imagen de la superficie 1, la misma ecuación

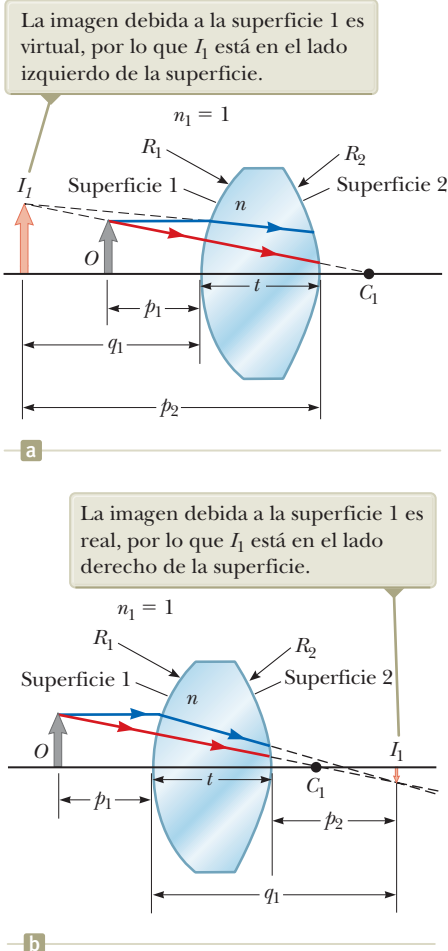


Figura 36.21 Para localizar la imagen formada por una lente, utilice la imagen virtual en I_1 formada por la superficie 1 como el objeto para la imagen formada por la superficie 2. El punto C_1 es el centro de curvatura de la superficie 1.

describe la ubicación del objeto para la superficie 2 según la convención de signos. En el caso de una lente *delgada* (cuyo espesor es menor comparado con el radio de curvatura), desprejice t . En esta aproximación, $p_2 = -q_1$ para cualquiera de los dos tipos de imágenes de la superficie 1. Por esto, la ecuación 36.11 se convierte en

$$-\frac{n}{q_1} + \frac{1}{q_2} = \frac{1-n}{R_2} \quad (36.12)$$

Al sumar las ecuaciones 36.10 y 36.12, se tiene que

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_2} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (36.13)$$

En el caso de una lente delgada, elimine los subíndices de p_1 y q_2 de la ecuación 36.13 e identifique p como la distancia objeto y q como la distancia imagen, como en la figura 36.22. De aquí puede escribir la ecuación 36.13 en la forma

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (36.14)$$

Esta expresión relaciona la distancia imagen q de la imagen formada por una lente delgada con la distancia objeto p y con las propiedades de la lente (índice de refracción y radios de curvatura). Sólo es válida para rayos paraxiales y únicamente cuando el espesor de la lente es mucho menor que R_1 y R_2 .

La **distancia focal** f de una lente delgada es la distancia imagen que corresponde a una distancia objeto infinita, lo mismo que ocurre con los espejos. Si en la ecuación 36.14 hace que p tienda a ∞ y q tienda a f , la inversa de la distancia focal de una lente delgada es igual a

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (36.15)$$

Esta relación se conoce como la **ecuación de los fabricantes de lentes** porque se utiliza para determinar los valores de R_1 y R_2 necesarios para un índice de refracción dado y una distancia focal f deseada. A la inversa, si se conocen tanto el índice de refracción como los radios de curvatura de la lente, esta ecuación permite el cálculo de la distancia focal. Si la lente está sumergida en algo diferente del aire, puede utilizar esta misma ecuación, interpretando n como la *razón* del índice de refracción del material de la lente con el fluido que la rodea.

Mediante la ecuación 36.15 puede escribir la ecuación 36.14 de manera idéntica a la ecuación 36.6 para los espejos:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad (36.16)$$

Esta ecuación, conocida como la **ecuación de las lentes delgadas**, se utiliza para relacionar la distancia imagen con la distancia objeto para una lente delgada.

Puesto que la luz pasa en ambas direcciones a través de una lente, cada lente tiene dos focos, uno para los rayos luminosos que pasan en una dirección y el otro para rayos luminosos que pasan en la otra dirección. Éstos quedan ilustrados en la figura 36.23 para una lente plana convexa (lente convergente) y una lente plana cóncava (lente divergente).

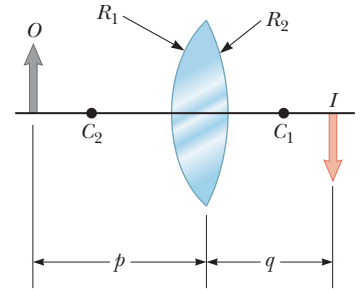
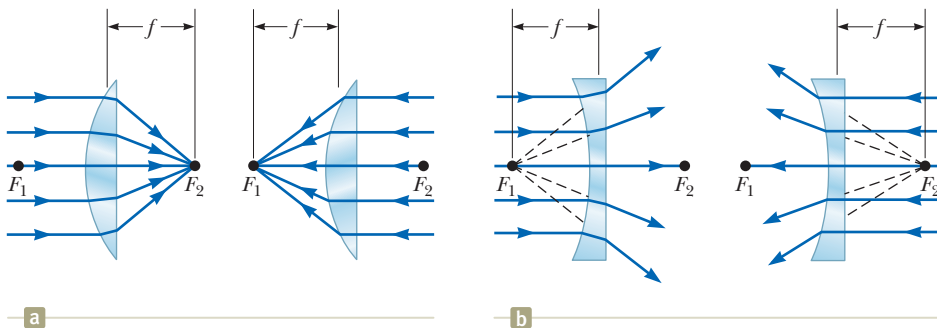


Figura 36.22 Geometría simplificada para el caso de una lente delgada.

◀ Ecuación de los fabricantes de lentes

Prevención de riesgos ocultos 36.5

Una lente tiene dos focos pero sólo una distancia focal Una lente tiene un foco en cada lado, adelante y atrás. Sin embargo, sólo tiene una distancia focal; cada foco está ubicado a la misma distancia de la lente (figura 36.23). Como resultado, la lente forma la imagen de un objeto en el mismo punto si se le da vuelta. Es posible que en la práctica esto no ocurra, ya que las lentes en la realidad no son infinitesimalmente delgadas.

Figura 36.23 Los rayos luminosos paralelos pasan a través de (a) una lente convergente y (b) una lente divergente. La distancia focal es la misma para los rayos luminosos que pasan a través de cierta lente en cualquiera de las direcciones. Los focos F_1 y F_2 están a la misma distancia de la lente.

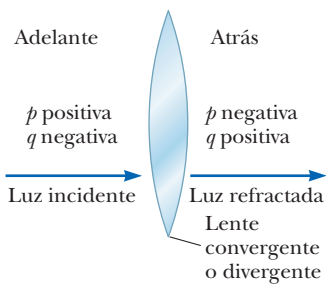


Figura 36.24 Diagrama para obtener los signos de p y de q para lentes delgadas. (Este diagrama también es aplicable a una superficie refractora.)

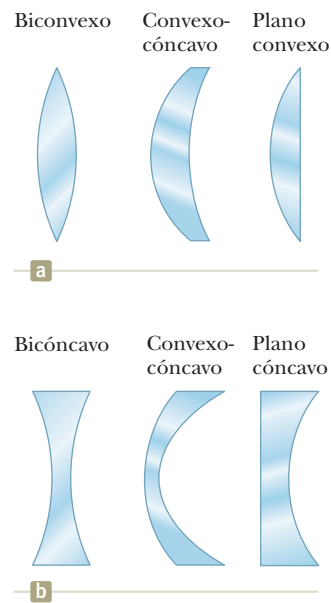


Figura 36.25 Diferentes formas de lentes. (a) Las lentes convergentes tienen una distancia focal positiva y son más gruesas en su parte central. (b) Las lentes divergentes tienen una distancia focal negativa y su parte más gruesa está en los bordes.

Tabla 36.3 Convenciones de signos para lentes delgadas

Cantidad	Positivo cuando ...	Negativo cuando ...
Ubicación del objeto (p)	el objeto está delante de la lente (objeto real).	el objeto está detrás de la lente (objeto virtual).
Ubicación de la imagen (q)	la imagen está detrás de la lente (imagen real).	la imagen está delante de la lente (imagen virtual).
Altura de la imagen (h')	la imagen es vertical.	la imagen está invertida.
R_1 y R_2	el centro de curvatura está detrás de la lente.	el centro de curvatura está delante de la lente.
Distancia focal (f)	la lente es convergente.	la lente es divergente.

La figura 36.24 resulta útil para obtener los signos de p y de q , y la tabla 36.3 contiene las convenciones de signos para lentes delgadas. Observe que estas reglas de signos son las mismas que para las superficies refractoras (véase la tabla 36.2).

En la figura 36.25 se muestran varias formas de lentes. Observe que una lente convergente es más gruesa en su parte central que en los bordes, en tanto que una lente divergente es más delgada en el centro que en los bordes.

Aumento de las imágenes

Considere una lente delgada a través de la cual pasan los rayos luminosos provenientes de un objeto. Igual que con los espejos (ecuación 36.2), la construcción geométrica demuestra que el aumento lateral de la imagen es igual a

$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p} \quad (36.17)$$

Al partir de esta expresión, se deduce que cuando M es positiva, la imagen es vertical y en el mismo lado de la lente que el objeto. Cuando M es negativa, la imagen aparece invertida y en el lado de la lente opuesta al objeto.

Diagramas de rayos para lentes delgadas

Los diagramas de rayos resultan convenientes para localizar las imágenes formadas por lentes o sistema de lentes delgadas. También ayudan a aclarar las reglas para los signos. La figura 36.26 muestra estos diagramas para tres situaciones de una sola lente.

Para localizar la imagen de una lente *convergente* (figuras 36.26a y b), se trazan los tres rayos siguientes a partir de la parte superior del objeto:

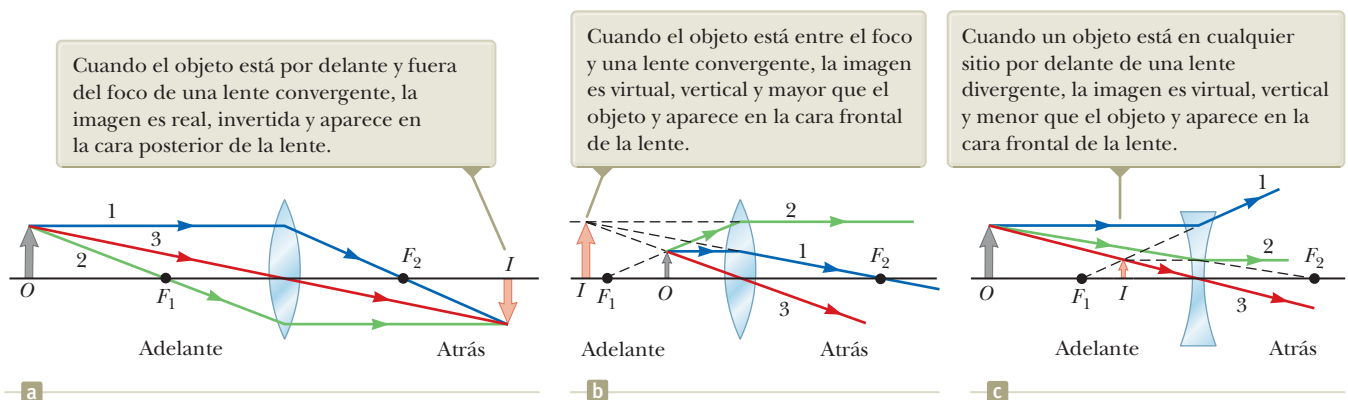


Figura 36.26 Diagramas de rayos para la localización de la imagen formada por una lente delgada.

- El rayo 1 se dibuja paralelo al eje principal. Una vez refractado por la lente, este rayo pasa a través del foco en la cara posterior de la lente.
- El rayo 2 se dibuja a través del foco en la cara frontal de la lente (o como si saliera del foco en el caso de que $p < f$) y emerge de ésta paralelo al eje principal.
- El rayo 3 se dibuja a través del centro de la lente y sigue en línea recta.

Para localizar la imagen de una lente *divergente* (figura 36.26c), se trazan los tres rayos siguientes a partir de la parte superior del objeto:

- El rayo 1 se dibuja paralelo al eje principal. Después de ser refractado por la lente, emerge alejándose desde el foco en la cara frontal de la lente.
- El rayo 2 se dibuja en la dirección hacia el foco en la cara posterior de la lente y emerge de ésta paralelo al eje principal.
- El rayo 3 se dibuja a través del centro de la lente y continúa en línea recta.

Para la lente convergente de la figura 36.26a, donde el objeto está a la izquierda del foco ($p > f$), la imagen es real e invertida. Cuando el objeto está entre el foco y la lente ($p < f$), como en la figura 36.26b, la imagen es virtual y vertical. En este caso las lentes actúan como una lupa, que se estudiará con más detalle en la sección 36.8. Para una lente divergente (figura 36.26c) la imagen siempre es virtual y hacia arriba, sin importar dónde esté colocado el objeto. Estas construcciones geométricas son razonablemente precisas sólo en el caso en que la distancia entre los rayos y el eje principal sea mucho menor que los radios de las superficies de las lentes.

Observe que la refracción se presenta sólo en la superficie de la lente. Un cierto diseño de lentes aprovecha este hecho para producir las *lentes Fresnel*, las cuales son poderosas y muy delgadas. Como únicamente la superficie de la curvatura es importante en las características refractoras de la lente, el material central de una lente Fresnel se retira como se muestra en el corte transversal de las lentes en la figura 36.27. Ya que las orillas de los segmentos curvos provocan algo de distorsión, las lentes Fresnel se utilizan en situaciones en que la calidad de la imagen es menos importante que la ligereza; los proyectores para aulas tienen lentes Fresnel; las orillas circulares entre segmentos de lente pueden apreciarse al ver de cerca la luz proyectada a una pantalla.

Examen rápido 36.6 ¿Cuál es la distancia focal de una hoja de vidrio para ventana?
 • (a) Cero, (b) infinito, (c) el espesor del vidrio, (d) imposible de determinar.

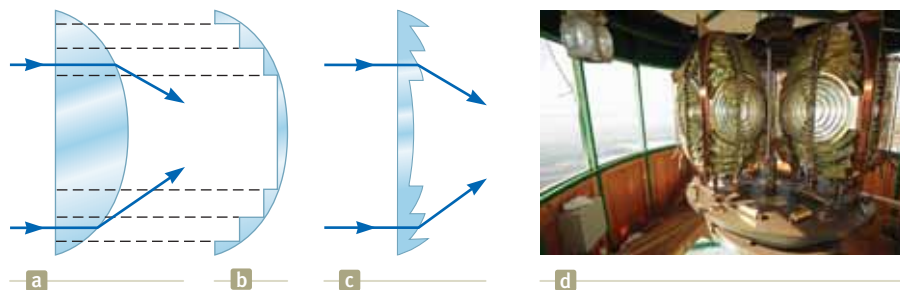


Figura 36.27 Una vista lateral de la construcción de una lente de Fresnel. (a) La lente gruesa refracta un rayo de luz como se muestra. (b) El material en la mayor parte de la lente se corta en distancia, dejando sólo el material cerca de la superficie curva. (c) Los pequeños pedazos de material restante se mueven a la izquierda para formar una superficie plana en el lado izquierdo de la lente de Fresnel con crestas en la superficie derecha. Desde una vista frontal, estas crestas serían de forma circular. Esta nueva lente refracta la luz en la misma manera que la lente en (a). (d) Una lente de Fresnel usada en un faro muestra varios segmentos con las crestas analizadas en (c).

Ejemplo 36.8 Imágenes formadas por una lente convergente

Una lente convergente tiene una distancia focal de 10.0 cm.

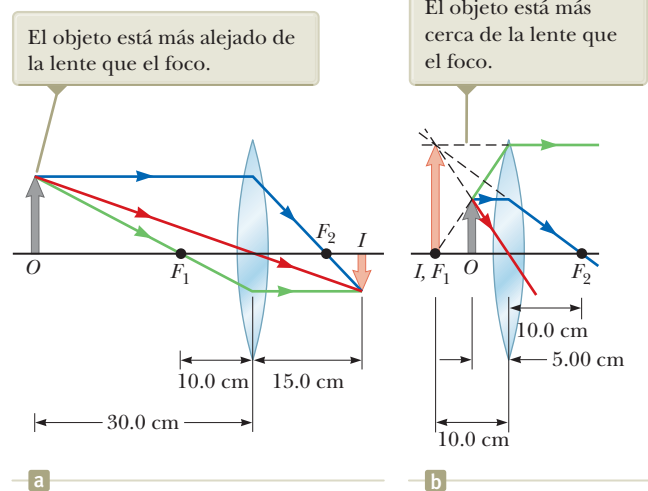
(A) Se coloca un objeto a 30.0 cm de la lente. Construya un diagrama de rayos, encuentre la distancia de la imagen y describa la imagen.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Ya que la lente es convergente, la distancia focal es positiva (véase la tabla 36.3). Espere posibilidades de imágenes real y virtual.

Categorizar Como la distancia objeto es mayor que la distancia focal, se espera que la imagen sea real. El diagrama de rayos para esta situación se muestra en la figura 36.28a.

Figura 36.28
(Ejemplo 36.8) Imagen formada por una lente convergente.



Analizar Encuentre la distancia imagen con la ecuación 36.16:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{10.0 \text{ cm}} - \frac{1}{30.0 \text{ cm}}$$

$$q = +15.0 \text{ cm}$$

Halle el aumento de la imagen a partir de la ecuación 36.17:

$$M = -\frac{q}{p} = -\frac{15.0 \text{ cm}}{30.0 \text{ cm}} = -0.500$$

Finalizar El signo positivo para la distancia imagen dice que la imagen de hecho es real y en la cara posterior de la lente. El aumento de la imagen dice que se reduce en altura a la mitad, y el signo negativo para M dice que la imagen está invertida.

(B) Un objeto se coloca a 10.0 cm de la lente. Encuentre la distancia imagen y describa la imagen.

SOLUCIÓN

Categorizar Puesto que el objeto está en el foco, se espera que la imagen esté infinitamente alejada.

Analizar Encuentre la distancia imagen con la ecuación 36.16:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{10.0 \text{ cm}} - \frac{1}{10.0 \text{ cm}}$$

$$q = \infty$$

Finalizar Este resultado significa que los rayos que se originan desde un objeto colocado en el foco de una lente se refractan de modo que la imagen se forma a una distancia infinita de la lente; es decir: los rayos viajan paralelos entre sí después de la refracción.

(C) Un objeto se coloca a 5.00 cm de la lente. Construya un diagrama de rayos, halle la distancia imagen y describa la imagen.

SOLUCIÓN

Categorizar Como la distancia objeto es menor que la distancia focal, se espera que la imagen sea virtual. El diagrama de rayos para esta situación se muestra en la figura 36.28b.

36.8 continuación

Analizar Encuentre la distancia imagen con la ecuación 36.16:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{10.0 \text{ cm}} - \frac{1}{5.00 \text{ cm}}$$

$$q = -10.0 \text{ cm}$$

Halle el aumento de la imagen a partir de la ecuación 36.17:

$$M = -\frac{q}{p} = -\left(\frac{-10.0 \text{ cm}}{5.00 \text{ cm}}\right) = +2.00$$

Finalizar La distancia imagen negativa dice que la imagen es virtual y se forma en el lado del lente desde el cual incide la luz, la cara frontal. La imagen es agrandada y el signo positivo para M dice que la imagen es vertical.

¿QUÉ PASARÍA SI? ¿Si el objeto se mueve en línea recta hacia la superficie de la lente, de modo que $p \rightarrow 0$? ¿Dónde está la imagen?

Respuesta En este caso, ya que $p \ll R$, donde R es cualquiera de los radios de las superficies de la lente, la curvatura de la lente se ignora. Debe parecer que las lentes tienen el mismo efecto que una pieza plana de material, lo que sugiere que la imagen está justo en la cara frontal de la lente, en $q = 0$. Esta conclusión se verifica matemáticamente al reordenar la ecuación de lente delgada:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

Si se hace $p \rightarrow 0$, el segundo término a la derecha se vuelve muy grande en comparación con el primero y se puede despreciar $1/f$. La ecuación se convierte en

$$\frac{1}{q} = -\frac{1}{p} \rightarrow q = -p = 0$$

Por lo tanto, q está en la cara frontal de la lente (porque tiene el signo opuesto a p) y recto en la superficie de la lente.

Ejemplo 36.9 Imágenes formadas por lentes divergentes

Una lente divergente tiene una longitud focal de 10.0 cm.

(A) Se coloca un objeto a 30.0 cm de la lente. Construya un diagrama de rayos, encuentre la distancia imagen y describa la imagen.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Debido a que la lente es divergente, la distancia focal es negativa (véase la tabla 36.3). El diagrama de rayos para esta situación se muestra en la figura 36.29a.

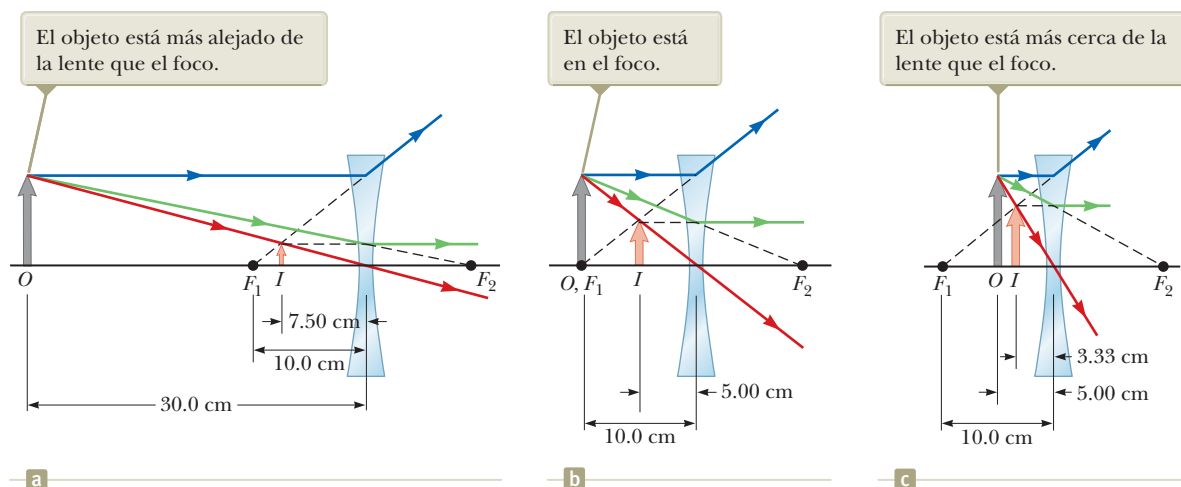


Figura 36.29 (Ejemplo 36.9) Imagen formada por una lente divergente.

continúa

► 36.9 continuación

Categorizar Ya que la lente es divergente, se espera que se forme una imagen virtual, reducida, vertical para cualquier posición del objeto.

Analizar Encuentre la distancia imagen con la ecuación 36.16:

$$\begin{aligned}\frac{1}{q} &= \frac{1}{f} - \frac{1}{p} \\ \frac{1}{q} &= \frac{1}{-10.0 \text{ cm}} - \frac{1}{30.0 \text{ cm}} \\ q &= -7.50 \text{ cm}\end{aligned}$$

Halle el aumento de la imagen a partir de la ecuación 36.17:

$$M = -\frac{q}{p} = -\left(\frac{-7.50 \text{ cm}}{30.0 \text{ cm}}\right) = +0.250$$

Finalizar Este resultado confirma que la imagen es virtual, menor que el objeto y vertical. Vea a través de la lente divergente de una mirilla de puerta para ver este tipo de imagen.

(B) Un objeto se coloca a 10.0 cm del lente. Construya un diagrama de rayos, encuentre la distancia de imagen y describa la imagen.

SOLUCIÓN

El diagrama de rayos para esta situación se muestra en la figura 36.29b.

Analizar Encuentre la distancia imagen con la ecuación 36.16:

$$\begin{aligned}\frac{1}{q} &= \frac{1}{f} - \frac{1}{p} \\ \frac{1}{q} &= \frac{1}{-10.0 \text{ cm}} - \frac{1}{10.0 \text{ cm}} \\ q &= -5.00 \text{ cm}\end{aligned}$$

Halle el aumento de la imagen a partir de la ecuación 36.17:

$$M = -\frac{q}{p} = -\left(\frac{-5.00 \text{ cm}}{10.0 \text{ cm}}\right) = +0.500$$

Finalizar Observe la diferencia entre esta situación y la de la lente convergente. Para una lente divergente, un objeto en el foco no produce una imagen infinitamente alejada.

(C) Se coloca un objeto a 5.00 cm de la lente. Construya un diagrama de rayos, encuentre la distancia imagen y describa la imagen

SOLUCIÓN

El diagrama de rayos para esta situación se muestra en la figura 36.29c.

Analizar Encuentre la distancia imagen con la ecuación 36.16:

$$\begin{aligned}\frac{1}{q} &= \frac{1}{f} - \frac{1}{p} \\ \frac{1}{q} &= \frac{1}{-10.0 \text{ cm}} - \frac{1}{5.0 \text{ cm}} \\ q &= -3.33 \text{ cm}\end{aligned}$$

Halle el aumento de la imagen a partir de la ecuación 36.17:

$$M = -\left(\frac{-3.33 \text{ cm}}{5.00 \text{ cm}}\right) = +0.667$$

Finalizar Para las tres posiciones del objeto, la posición de imagen es negativa y el aumento es un número positivo menor que 1, lo que confirma que la imagen es virtual, menor que el objeto y vertical.

Combinación de lentes delgadas

Si dos lentes delgadas se utilizan para formar una imagen, el sistema se trata de la siguiente manera: primero, la imagen formada por la primera lente se localiza como si no estuviera presente la segunda lente. Después se traza un diagrama de rayos para la

segunda lente, con la imagen formada por la primera lente como objeto para la segunda. La segunda imagen formada es la imagen final del sistema. Si la imagen formada por la primera lente aparece en la cara posterior de la segunda, esa imagen se trata como un objeto virtual para la segunda lente (es decir, en la ecuación de las lentes delgadas, p es negativa). Este mismo procedimiento se extiende a sistemas de tres o más lentes. Ya que el aumento debido a la segunda lente se efectúa sobre la imagen aumentada debida a la primera lente, el aumento general de la imagen causada por la combinación de las lentes es el producto de los aumentos individuales:

$$M = M_1 M_2 \quad (36.18)$$

Esta ecuación sirve para combinaciones de elementos ópticos cualesquiera, como una lente y un espejo. Para más de dos elementos ópticos, los aumentos debidos a todos los elementos se multiplican juntos.

Considere el caso especial de un sistema de dos lentes de distancias focales f_1 y f_2 que están en contacto la una con la otra. Si $p_1 = p$ es la distancia objeto de la combinación, la aplicación de la ecuación de las lentes delgadas (ecuación 36.16) a la primera lente da

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f_1}$$

donde q_1 es la distancia imagen para la primera lente. Si trata esta imagen como objeto de la segunda lente, la distancia objeto para ésta debe ser $p_2 = -q_1$. (Las distancias son iguales porque las lentes están en contacto y se han supuesto infinitesimalmente delgadas. La distancia objeto es negativa porque el objeto es virtual.) Por lo tanto, para la segunda lente

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f_2} \rightarrow -\frac{1}{q_1} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f_2}$$

donde $q = q_2$ es la distancia imagen final desde la segunda lente, que es la distancia de imagen de la combinación de lentes. Si suma las ecuaciones para las dos lentes, elimine q_1 y eso da

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Si la combinación es sustituida con una lente simple que forma una imagen en la misma ubicación, su distancia focal está relacionada con las distancias focales individuales mediante la expresión

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (36.19)$$

Por lo tanto, dos lentes delgadas en contacto entre sí son equivalentes a una lente simple, delgada, de distancia focal conocida por la ecuación 36.19.

◀ Distancia focal para una combinación de dos lentes delgadas en contacto

Ejemplo 36.10 ¿Dónde está la imagen final?

Dos lentes convergentes delgadas, con distancias focales $f_1 = 10.0$ cm y $f_2 = 20.0$ cm, están separadas 20.0 cm, como se ilustra en la figura 36.30. Un objeto se coloca 30.0 cm a la izquierda de la lente 1. Encuentre la posición y la ampliación de la imagen final.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine que los rayos de luz pasan a través de la primera lente y forman una imagen real (ya que $p > f$) en ausencia de una segunda lente. La figura 36.30 muestra estos rayos de luz que forman la imagen invertida I_1 . Una vez que los rayos de luz convergen en el punto imagen, no se detienen. Continúan a través del punto imagen e interactúan con

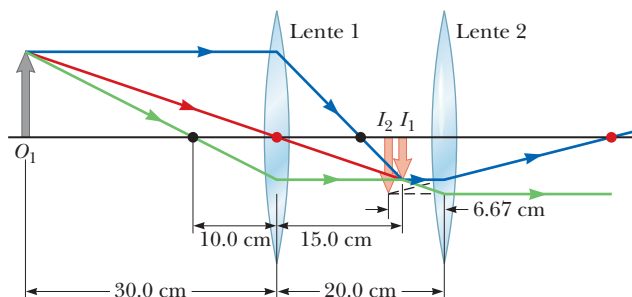


Figura 36.30 (Ejemplo 36.10) Una combinación de dos lentes convergentes. El diagrama de rayos muestra la ubicación de la imagen final (I_2) debida a la combinación de lentes. Los puntos negros son los focos de la lente 1 y los puntos rojos son los focos de la lente 2.

continúa

► 36.10 continuación

la segunda lente. Los rayos que dejan el punto imagen se comportan en la misma forma que los rayos que dejan al objeto. Por lo tanto, la imagen de la primera lente sirve como el objeto de la segunda lente.

Categorizar Este problema se clasifica como uno en el que la ecuación de lente delgada es aplicada de manera gradual a las dos lentes.

Analizar Encuentre la ubicación de la imagen formada por la lente 1 a partir de la ecuación de lente delgada:

$$\frac{1}{q_1} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p_1}$$

$$\frac{1}{q_1} = \frac{1}{10.0 \text{ cm}} - \frac{1}{30.0 \text{ cm}}$$

$$q_1 = +15.0 \text{ cm}$$

Encuentre el aumento de la imagen a partir de la ecuación 36.17:

$$M_1 = -\frac{q_1}{p_1} = -\frac{15.0 \text{ cm}}{30.0 \text{ cm}} = -0.500$$

La imagen formada por esta lente actúa como el objeto para la segunda lente. Debido a eso, la distancia objeto para la segunda lente es $20.0 \text{ cm} - 15.0 \text{ cm} = 5.00 \text{ cm}$.

Encuentre la ubicación de la imagen formada por la lente 2 a partir de la ecuación de la lente delgada:

$$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{20.0 \text{ cm}} - \frac{1}{5.00 \text{ cm}}$$

$$q_2 = -6.67 \text{ cm}$$

Halle el aumento de la imagen a partir de la ecuación 36.17:

$$M_2 = -\frac{q_2}{p_2} = -\frac{(-6.67 \text{ cm})}{5.00 \text{ cm}} = +1.33$$

Halle el aumento global del sistema a partir de la ecuación 36.18:

$$M = M_1 M_2 = (-0.500)(1.33) = -0.667$$

Finalizar El signo negativo en el aumento global indica que la imagen final está invertida respecto al objeto inicial. Ya que el valor absoluto del aumento es menor que 1, la imagen final es menor que el objeto.

Debido a que q_2 es negativa, la imagen final está en el lado de enfrente, o izquierdo, de la lente 2. Estas conclusiones son consistentes con el diagrama de rayos de la figura 36.30.

¿QUÉ PASARÍA SI? Suponga que quiere crear una imagen vertical con este sistema de dos lentes. ¿Cómo debe mover la segunda lente?

Respuesta Ya que el objeto está más lejos de la primera lente que la distancia focal de dicha lente, la primera imagen está invertida. En consecuencia, la segunda lente debe invertir la imagen una vez más de modo que la imagen final esté dere-

cha. Una imagen invertida sólo se forma por una lente convergente si el objeto está fuera del foco. Por lo tanto, la imagen formada por la primera lente debe estar a la izquierda del foco de la segunda lente en la figura 36.30. Para hacer que esto suceda, debe mover la segunda lente al menos tan lejos de la primera lente como la suma $q_1 + f_2 = 15.0 \text{ cm} + 20.0 \text{ cm} = 35.0 \text{ cm}$.

36.5 Aberraciones de las lentes

Este análisis de espejos y de lentes supone que los rayos forman ángulos pequeños con el eje principal y que las lentes son delgadas. En este modelo simple todos los rayos que salen de una fuente puntual se enfocan en un solo punto, produciendo una imagen nítida. Es claro que no siempre sucede así. Cuando las aproximaciones que se utilizan en este análisis ya no son válidas, se forman imágenes imperfectas.

Un análisis preciso de la formación de la imagen requiere trazar cada rayo utilizando la ley de Snell sobre cada superficie de refracción así como las leyes de la reflexión en cada superficie de reflexión. Este procedimiento muestra que los rayos provenientes de un objeto puntual no se enfocan en un solo punto, lo que da como resultado una imagen borrosa. Las desviaciones de imágenes reales respecto del ideal pronosticado en este modelo simplificado se conocen como **aberraciones**.

Aberraciones esféricas

Las **aberraciones esféricas** se presentan debido a que los focos de los rayos alejados del eje principal de una lente (o espejo) esférica son diferentes de los focos de rayos con la misma longitud de onda que pasan cerca del eje. La figura 36.31 muestra la aberración esférica para los rayos paralelos que pasan a través de una lente convergente. Los rayos que pasan a través de puntos cercanos al centro de la lente forman una imagen más lejos de la lente que los rayos que pasan a través de puntos cerca de los bordes. La figura 36.8 mostró una situación similar para un espejo esférico.

Muchas cámaras fotográficas tienen una abertura ajustable para controlar la intensidad de la luz y reducir la aberración esférica. (Una abertura es un orificio que controla la cantidad de luz que pasa a través de la lente.) Conforme el tamaño de la abertura disminuye se producen imágenes más nítidas porque, en el caso de una pequeña abertura, sólo la parte central de la lente queda expuesta a la luz y, debido a eso, un mayor porcentaje de los rayos son paraxiales. Sin embargo, al mismo tiempo, pasa menos luz a través de la lente. Con la finalidad de compensar esta menor intensidad luminosa, se utiliza más tiempo de exposición.

En el caso de los espejos, la aberración esférica se minimiza mediante una superficie reflejante parabólica en lugar de una superficie esférica. De cualquier modo, las superficies parabólicas se utilizan muy poco, ya que aquellas con una óptica de alta calidad resultan muy costosas de fabricar. Los rayos de luz paralelos que inciden en una superficie parabólica se enfocan en un punto común, independiente de su distancia al eje principal. Estas superficies reflectoras parabólicas se utilizan en muchos telescopios astronómicos a fin de mejorar la calidad de la imagen.

Aberraciones cromáticas

En el capítulo 35 se describe la dispersión, por medio de la cual el índice de refracción de un material se modifica en función de la longitud de onda. Debido a este fenómeno, cuando pasa luz blanca a través de una lente, los rayos violeta se refractan más que los rojos (figura 36.32). La figura muestra que la distancia focal de una lente es mayor para la luz roja que para la violeta. Otras longitudes de onda (que no se muestran en la figura 36.32) tienen focos intermedios entre la luz roja y la violeta, lo que causa una imagen borrosa, llamada **aberración cromática**.

Para el caso de una lente divergente, la aberración cromática también da como resultado una distancia focal más corta para la luz violeta que para la luz roja, pero en la cara frontal de la lente. La aberración cromática puede reducirse de manera significativa al combinar una lente convergente fabricada con una clase de vidrio con una lente divergente hecha con otra clase de vidrio.

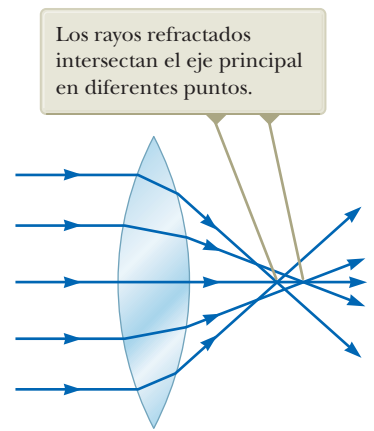


Figura 36.31 Aberración cromática causada por una lente convergente. ¿Una lente divergente causa una aberración esférica?

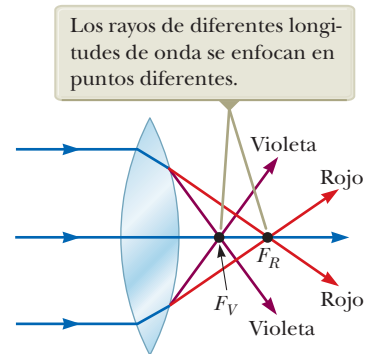


Figura 36.32 Aberración cromática causada por una lente convergente.

36.6 La cámara fotográfica

La **cámara fotográfica** es un instrumento óptico sencillo cuyas características esenciales aparecen en la figura 36.33. Está constituida por una cámara hermética a la luz, una lente convergente que produce una imagen real y un componente sensible a la luz por detrás de la lente en el que se forma la imagen.

La imagen de una cámara digital es formada en un *dispositivo acoplado por carga* (CCD, *charge-coupled device*), que digitaliza la imagen, lo que resulta en un código binario. (El CCD se describe en la sección 40.2.) Esta información digital se guarda después en la memoria para reproducirla en la pantalla de la cámara, o puede ser descargada a una computadora. Las cámaras de cine son similares a las cámaras digitales, excepto porque la luz forma una imagen en una película sensible a la luz en lugar de un CCD. En la siguiente explicación se considera que la cámara es digital.

Una cámara se enfoca al variar la distancia entre la lente y el CCD. Para un enfoque adecuado —que es necesario para la formación de imágenes nítidas— la distancia lente a CCD depende de la distancia objeto así como la distancia focal de la lente.

El obturador, colocado por detrás de la lente, es un dispositivo mecánico que se abre durante intervalos predeterminados de tiempo, conocidos como *tiempo de exposición*. Es posible fotografiar objetos en movimiento utilizando tiempos de exposición breves o fotografiar

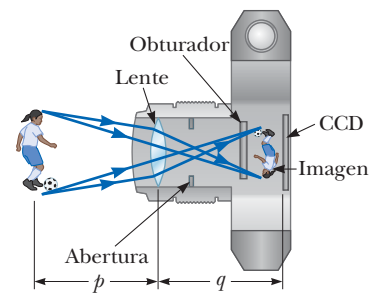


Figura 36.33 Vista de la sección transversal de una cámara digital sencilla. El CCD es el componente sensible a la luz de la cámara. En cámaras no digitales la luz cae sobre la película fotográfica. En realidad, $p \gg q$.

escenas oscuras (con bajos niveles de luminosidad) utilizando tiempos de exposición largos. De no tener este ajuste disponible, resultaría imposible registrar fotografías que detienen el movimiento. Por ejemplo, un vehículo que se desplaza rápidamente puede moverse lo suficiente mientras el obturador está abierto como para producir una imagen borrosa. Otra causa principal de imágenes borrosas es que la cámara se mueve mientras el obturador está abierto. A fin de impedir este movimiento, deberán utilizarse tiempos de exposición breves o un trípode, incluso para objetos inmóviles. Las velocidades características de obturador (es decir, tiempos de exposición) son $\frac{1}{30}$ s, $\frac{1}{60}$ s, $\frac{1}{125}$ s y $\frac{1}{250}$ s. En la práctica, los objetos estacionarios se fotografían normalmente con una velocidad de obturador intermedia de $\frac{1}{60}$ s.

La intensidad I de la luz que llega al CCD es proporcional al área de la lente. En vista de que esta área es proporcional al cuadrado del diámetro D , resulta que I también es proporcional a D^2 . La intensidad de la luz es una medida de la proporción a la cual el CCD recibe energía por cada unidad de área de la imagen. Ya que el área de la imagen es proporcional a q^2 y $q \approx f$ (cuando $p \gg f$, de manera que p puede considerarse aproximadamente como infinita), se concluye que la intensidad también es proporcional a $1/f^2$ y, por lo tanto, $I \propto D^2/f^2$.

La razón f/D se conoce como el **número f** de una lente:

$$\text{número } f \equiv \frac{f}{D} \quad (36.20)$$

Por esto, la intensidad de la luz que incide sobre el CCD varía según la proporcionalidad siguiente:

$$I \propto \frac{1}{(f/D)^2} \propto \frac{1}{(\text{número } f)^2} \quad (36.21)$$

A menudo el número f se utiliza como una descripción de la “rapidez” de una lente. Mientras menor sea el número f , mayor será la abertura y más elevada la rapidez a la cual la energía proveniente de la luz expone el CCD; en consecuencia, una lente con un número f bajo es una lente “rápida”. La notación convencional de un número f es “ $f/$ ” seguida por el número real. Por ejemplo, “ $f/4$ ” significa un número f de 4. ¡No significa que el 4 divide a la f ! Algunas lentes extremadamente rápidas, con números f tan bajos como $f/1.2$, resultan costosas, pues es muy difícil mantener aberraciones razonablemente pequeñas con rayos luminosos que pasan a través de un área considerable de la lente. Los sistemas de lentes de las cámaras fotográficas (es decir, las combinaciones de lentes con aberturas ajustables) a menudo tienen marcados múltiples números f , por lo general $f/2.8$, $f/4$, $f/5.6$, $f/8$, $f/11$ y $f/16$. Para ajustar la abertura se puede seleccionar cualquiera de esas medidas, lo que cambia el valor de D . Si se incrementa el ajuste de un número f al siguiente valor más alto (por ejemplo, de $f/2.8$ a $f/4$), se reduce el área de la abertura en un factor de 2. El ajuste de número f más bajo en la lente de una cámara corresponde a la lente totalmente abierta y el consiguiente uso del máximo posible del área de la lente.

Las cámaras fotográficas sencillas por lo general tienen una lente de distancia focal y abertura fijas, con un número f de aproximadamente $f/11$. Un número f tan elevado consigue una gran **profundidad de campo**, lo que quiere decir que objetos ubicados en una amplia gama de distancias de la lente forman imágenes razonablemente nítidas sobre el CCD. En otras palabras, no es necesario enfocar la cámara.

- Ejercicio rápido 36.7** Es posible modelar o representar una cámara fotográfica como
- una lente convergente simple que enfoca una imagen sobre el CCD, que actúa como
 - pantalla. Inicialmente una cámara se enfoca sobre un objeto lejano. Para enfocar la
 - imagen de un objeto cercano a la cámara, la lente deberá (a) alejarse del CCD,
 - (b) quedarse donde está o (c) acercarse hacia el CCD.

Ejemplo 36.11

Búsqueda del tiempo de exposición correcto

La lente de una cámara digital tiene una distancia focal de 55 mm y una rapidez (número f) de $f/1.8$. El tiempo de exposición correcto para esta rapidez bajo ciertas condiciones se sabe que es $\frac{1}{500}$ s.

(A) Determine el diámetro de la lente.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Recuerde que el número f para una lente relaciona su distancia focal con su diámetro.

36.11 continuación

Categorizar Los resultados se evalúan con ecuaciones desarrolladas en esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Resuelva la ecuación 36.20 para D y sustituya valores numéricos:

$$D = \frac{f}{\text{número } f} = \frac{55 \text{ mm}}{1.8} = 31 \text{ mm}$$

(B) Calcule el tiempo de exposición correcto si el número f cambia a $f/4$ bajo las mismas condiciones de iluminación.

SOLUCIÓN

La energía luminosa total que incide en el CCD es proporcional al producto de la intensidad y el tiempo de exposición. Si I es la intensidad luminosa que llega al CCD, la energía por unidad de área recibida por el CCD en un intervalo de tiempo Δt es proporcional a $I \Delta t$. Al comparar las dos situaciones, se requiere que $I_1 \Delta t_1 = I_2 \Delta t_2$, donde Δt_1 es el tiempo de exposición correcto para $f/1.8$ y Δt_2 es el tiempo de exposición correcto para $f/4$.

Use este resultado y sustituya para I a partir de la ecuación 36.21:

$$I_1 \Delta t_1 = I_2 \Delta t_2 \rightarrow \frac{\Delta t_1}{(\text{número } f_1)^2} = \frac{\Delta t_2}{(\text{número } f_2)^2}$$

Resuelva para Δt_2 y sustituya valores numéricos:

$$\Delta t_2 = \left(\frac{\text{número } f_2}{\text{número } f_1} \right)^2 \Delta t_1 = \left(\frac{4}{1.8} \right)^2 \left(\frac{1}{500} \text{ s} \right) \approx \frac{1}{100} \text{ s}$$

Conforme se reduce el tamaño de abertura, debe aumentarse el tiempo de exposición.

36.7 El ojo

Similar a la cámara fotográfica, un ojo normal enfoca la luz y produce una imagen nítida. Sin embargo, los mecanismos mediante los cuales el ojo controla y ajusta la cantidad de luz admitida para producir imágenes correctamente enfocadas son mucho más complejos, intrincados y efectivos que los de la cámara más avanzada. En todos los aspectos, el ojo es una maravilla fisiológica.

La figura 36.34 muestra los componentes básicos del ojo humano. La luz que entra en el ojo pasa a través de una estructura transparente llamada *córnea* (figura 36.35), por detrás de la cual existen un líquido transparente (el *humor acuoso*), una abertura variable (la *pupila*, que es una abertura dentro del *iris*) y la *lente cristalina*. La mayor parte de la refracción se presenta en la superficie externa del ojo, donde la córnea está siempre cubierta por una película de lágrima. En la lente cristalina existe relativamente poca refracción, porque el humor acuoso en contacto con esta lente tiene un índice de refracción promedio similar al de la lente. El iris, que es la parte de color del ojo, es un diafragma muscular que controla el tamaño de la pupila. El iris regula la cantidad de luz

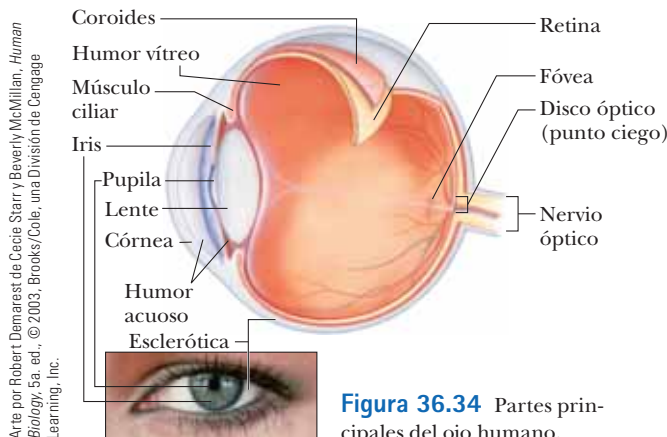


Figura 36.34 Partes principales del ojo humano.



Figura 36.35 Acercamiento a la córnea del ojo.

que entra en el ojo al dilatar o abrir la pupila en condiciones de luz insuficiente y al contraer o cerrar la pupila en condiciones de elevada luminosidad. El intervalo del número f del ojo humano es desde aproximadamente $f/2.8$ a $f/16$.

El sistema córnea-lente enfoca la luz en la superficie posterior del ojo, la *retina*, constituida por millones de receptores sensibles, conocidos como *bastones* y *conos*. Al ser estimulados por la luz, estos receptores envían impulsos por el nervio óptico al cerebro, donde se percibe una imagen. Mediante este proceso se observa una imagen nítida de un objeto cuando su imagen incide en la retina.

El ojo humano enfoca un objeto al variar la forma de la dúctil lente llamada cristalino mediante un proceso maravilloso conocido como **acomodación**. Todos estos ajustes de la lente ocurren con tanta rapidez que ni siquiera es posible darse cuenta del cambio. La acomodación tiene como límite que cuando los objetos están muy cerca del ojo se producen imágenes borrosas. El **punto proximal** es la menor distancia a la cual el ojo puede acomodarse para enfocar la luz en la retina. Esta distancia por lo general aumenta con el transcurso del tiempo y tiene un valor promedio de 25 cm. Por lo general, a los 10 años el punto proximal del ojo es de aproximadamente 18 cm. Aumenta a cerca de 25 cm a los 20 años, a 50 cm a los 40 años y a 500 cm o más a los 60 años. El **punto lejano** del ojo representa la mayor distancia en la cual la lente del ojo relajado enfoca luz sobre la retina. Una persona con visión normal ve objetos muy lejanos y, por lo tanto, tiene un punto lejano que se acerca al infinito.

La retina está cubierta con dos tipos de células sensibles a la luz, llamados **conos** y **bastones**. Los bastones no son sensibles al color, pero son más sensibles a la luz que los conos. Son además responsables de la *visión escotópica* o visión oscura. Los bastones se extienden por toda la retina y permiten una buena visión periférica para todos los niveles de iluminación y detección de movimiento en la oscuridad. Los conos se concentran en la fovea. Estas células son sensibles a diferentes longitudes de onda de la luz. Los tres tipos de células sensibles al color se conocen como conos rojos, verdes y azules, debido al máximo de la escala cromática a la cual responden (figura 36.36). Si se estimulan simultáneamente los conos rojos y los verdes (como ocurriría si fueran iluminados por una luz amarilla), el cerebro interpreta lo que se está viendo como color amarillo. Si todos los tipos de conos se estimulan mediante rayos independientes de color rojo, azul y verde, aparece el color blanco. Si los tres tipos de conos se estimulan por luz que contiene *todos* los colores, como es por ejemplo la luz solar, de nuevo se ve luz blanca.

Las televisiones y los monitores de computadora aprovechan esta ilusión visual utilizando sólo puntos rojos, verdes y azules en la pantalla. Con combinaciones específicas de la brillantez en estos tres colores primarios, se logra que los ojos vean cualquiera de los colores del arco iris. Por lo tanto, el limón amarillo que observa en un anuncio de televisión no es realmente amarillo, ¡es rojo y verde! El papel sobre el cual está impresa esta página está constituido por fibras minúsculas aplastadas y traslúcidas que dispersan la luz en todas las direcciones; la mezcla resultante de colores parece blanca para el ojo. La nieve, las nubes y las canas no son realmente blancas. De hecho, no existe un pigmento blanco. La apariencia de estas cosas es una consecuencia de la dispersión de luz que contiene todos los colores y que el cerebro interpreta como blanco.

Estados del ojo

Cuando el ojo sufre una falta de coincidencia entre el alcance de enfoque del sistema lente-córnea y la longitud real del ojo, con el resultado de que los rayos luminosos provenientes de un objeto cercano llegan a la retina antes de converger para formar una imagen, según se observa en la figura 36.37a, el estado se conoce como **hipermetropía** (o *hiperopía*). Una persona hipermetrope por lo general puede ver objetos lejanos con claridad, pero no los cercanos. A pesar de que el punto proximal de un ojo humano normal es de aproximadamente 25 cm, el punto proximal de una persona hipermetrope está mucho más alejado. La capacidad de refracción en la córnea y en el cristalino es insuficiente para enfocar la luz de todos los objetos de manera satisfactoria, con excepción de los distantes. Este estado puede ser corregido colocando una lente convergente delante del ojo, según se observa en la figura 36.37b. La lente refracta los rayos incidentes acercándolos más al eje principal antes de que entren en el ojo, permitiendo su convergencia y su enfoque en la retina.

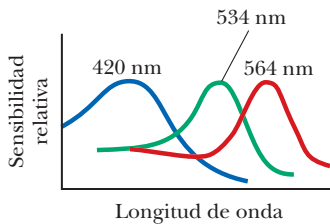


Figura 36.36 Sensibilidad al color aproximada de los tres tipos de conos presentes en la retina.

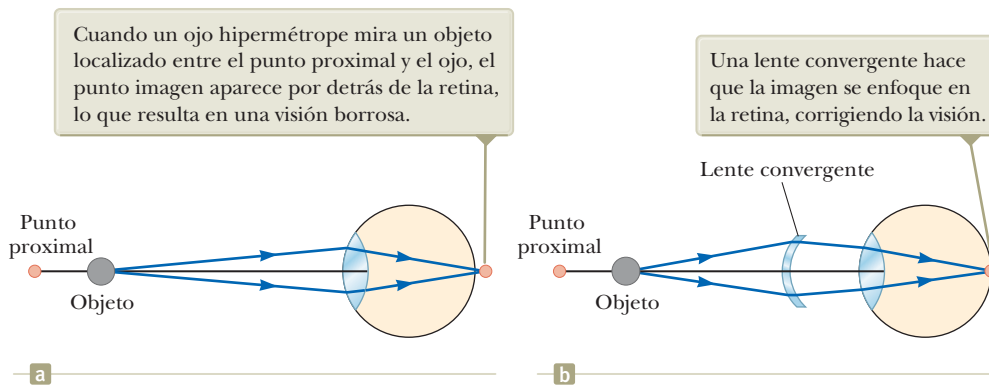


Figura 36.37 (a) Ojo hipermetrope sin corrección. (b) Ojo hipermetrope corregido con una lente convergente.

Una persona con visión corta (o *miopía*), otro estado de falta de coincidencia, puede enfocar objetos cercanos, pero no los lejanos. El punto lejano del ojo miope no es el infinito y puede ser incluso inferior a un metro. La distancia focal máxima del ojo miope es insuficiente para producir una imagen nítida sobre la retina y los rayos provenientes de un objeto distante convergen en un foco por delante de ésta. Después de eso continúan más allá de dicho punto, en divergencia, hasta que finalmente llegan a la retina, lo que causa visión borrosa (figura 36.38a). La miopía puede ser corregida mediante una lente divergente, como se observa en la figura 36.38b. La lente refracta los rayos alejándolos del eje principal antes de que entren en el ojo, lo que permite que se enfoquen sobre la retina.

A partir de una edad media, la mayor parte de las personas pierden parte de su capacidad de acomodación, debido a que el músculo ciliar se debilita y el cristalino se endurece. A diferencia de lo que sucede con la hipermetropía, que es una falta de coincidencia entre el poder de enfoque y la longitud del ojo, la **presbicia** (literalmente llamada “visión de la tercera edad”), se debe a una reducción en la capacidad de acomodación. La córnea y la lente no tienen suficiente poder de enfoque para colocar los objetos cercanos a un foco sobre la retina. Los síntomas son iguales a los de la hipermetropía, y este estado puede ser corregido por medio de lentes convergentes.

En el defecto del ojo humano conocido como **astigmatismo**, la luz proveniente de una fuente puntual produce una imagen lineal sobre la retina. Este estado se presenta cuando la córnea o la lente, o ambos, no son perfectamente simétricos. El astigmatismo puede ser corregido mediante lentes con curvaturas distintas en dos direcciones mutuamente perpendiculares.

Los optometristas y los oftalmólogos por lo general prescriben lentes¹ que se miden en **dioptrías**: la **potencia** P de una lente en dioptrías es igual al inverso de la distancia focal en metros: $P = 1/f$. Por ejemplo, una lente convergente de +20 cm de distancia focal tiene una potencia de +5.0 dioptrías, y una lente divergente de -40 cm de distancia focal tiene una potencia de -2.5 dioptrías.

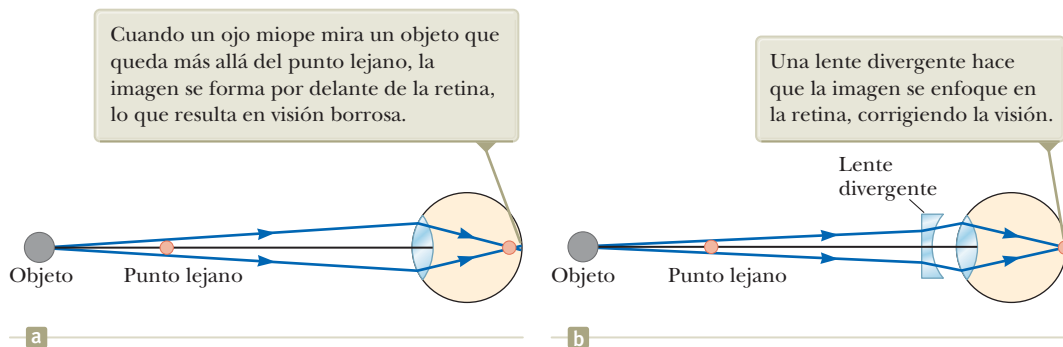


Figura 36.38 (a) Ojo miope sin corrección. (b) Ojo miope corregido con una lente divergente.

¹La palabra *lente* proviene de *lentil*, el nombre de una legumbre italiana. (Posiblemente ya ha comido sopa de lentejas.) Los primeros anteojos se llamaban “lentejas de vidrio” debido a que la forma biconvexa de sus lentes se parecía a la forma de una lenteja. Los primeros lentes para la hipermetropía y la presbicia aparecieron cerca del año 1280; los anteojos cóncavos para la corrección de la miopía no se descubrieron sino hasta más de 100 años después.

- Examen rápido 36.8** Dos excursionistas desean prender una fogata durante el día. Uno de ellos es miope y el otro hipermetrope. ¿Los anteojos de cuál de los dos deberán ser utilizados para enfocar los rayos del Sol sobre papel para iniciar el fuego? (a) De cualquiera de los excursionistas, (b) del excursionista miope, (c) del excursionista hipermetrope.

36.8 La lupa simple

El tamaño de la imagen que se forma sobre la retina depende del ángulo θ subtendido en el ojo.

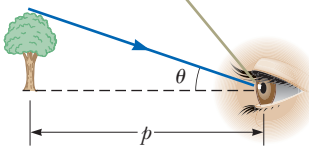


Figura 36.39 Un observador mira un objeto a una distancia p .

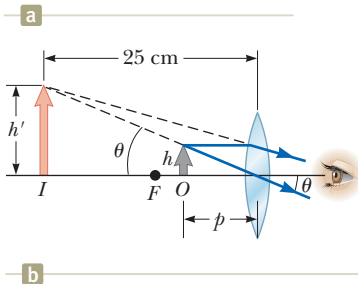
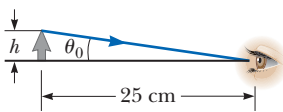


Figura 36.40 (a) Un objeto colocado en el punto proximal del ojo ($p = 25$ cm) subtende en el ojo un ángulo $\theta_0 \approx h/25$. (b) Un objeto colocado cerca del foco de una lente convergente produce una imagen aumentada que en el ojo subtende un ángulo $\theta \approx h'/25$.



Una lente de aumento simple, también conocida como lupa, se utiliza para ver una imagen ampliada de una parte de un mapa.

La lupa simple o amplificador de vidrio está constituida por una única lente convergente. Como el nombre implica, este dispositivo aumenta el tamaño aparente de un objeto.

Suponga que se mira un objeto a cierta distancia p del ojo, según se ilustra en la figura 36.39. El tamaño de la imagen que se forma en la retina depende del ángulo θ subtendido por el objeto en el ojo. Conforme el objeto se acerca al ojo, θ aumenta y se observa una imagen más grande. Sin embargo, un ojo normal promedio no puede enfocar un objeto que esté más cerca de aproximadamente 25 cm, el punto proximal (figura 36.40a). Por lo tanto, θ es máximo en el punto proximal.

A fin de aumentar aún más el tamaño angular aparente de un objeto, se coloca una lente convergente frente al ojo humano, como en la figura 36.40b, estando el objeto en el punto O , justo dentro del foco de la lente. En esa ubicación, la lente forma una imagen virtual, ampliada y vertical. La **amplificación angular** m es la relación del ángulo subtendido por un objeto con la lente que se está usando (ángulo θ de la figura 36.40b) al ángulo subtendido por el objeto cuando está colocado en el punto proximal sin usar lente (ángulo θ_0 de la figura 36.40a):

$$m \equiv \frac{\theta}{\theta_0} \quad (36.22)$$

La amplificación angular es un máximo cuando la imagen aparece en el punto proximal del ojo humano, es decir, cuando $q = -25$ cm. A partir de la ecuación de las lentes delgadas se puede calcular la distancia objeto correspondiente a esta distancia imagen,

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{-25 \text{ cm}} = \frac{1}{f} \rightarrow p = \frac{25f}{25 + f}$$

donde f es la distancia focal de la lupa, en centímetros. Si efectúa las aproximaciones para ángulos pequeños

$$\tan \theta_0 \approx \theta_0 \approx \frac{h}{25} \quad \text{y} \quad \tan \theta \approx \theta \approx \frac{h}{p} \quad (36.23)$$

La ecuación 36.22 se convierte en

$$m_{\text{máx}} = \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{h/p}{h/25} = \frac{25}{p} = \frac{25}{25f/(25 + f)} \quad (36.24)$$

$$m_{\text{máx}} = 1 + \frac{25 \text{ cm}}{f}$$

Aunque el ojo puede enfocar una imagen formada en cualquier posición entre el punto proximal y el infinito, está más relajado cuando la imagen se encuentra en el infinito. Para que una imagen formada por la lupa aparezca en el infinito, el objeto debe estar en el foco de la lupa. En este caso las ecuaciones 36.23 se convierten en

$$\theta_0 \approx \frac{h}{25} \quad \text{y} \quad \theta \approx \frac{h}{f}$$

y la amplificación es igual a

$$m_{\text{mín}} = \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{25 \text{ cm}}{f} \quad (36.25)$$

Con sólo una lente, es posible obtener hasta cuatro amplificaciones angulares sin aberraciones de importancia. Usando una o dos lentes adicionales para corregir las aberraciones, se logran hasta 20 amplificaciones.

Ejemplo 36.12 Amplificación de una lente

¿Cuál es la máxima amplificación que es posible con una lente que tiene una distancia focal de 10 cm y cuál es la amplificación de esta lente cuando el ojo está relajado?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Estudie la figura 36.40b para la situación en que una lente de aumento forma una imagen alargada de un objeto colocado dentro del foco. La máxima amplificación se presenta cuando la imagen se ubica en el punto proximal del ojo. Cuando el ojo está relajado, la imagen está en el infinito.

Categorizar Los resultados se determinan con las ecuaciones desarrolladas en esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Evalúe la amplificación máxima a partir de la ecuación 36.24:

$$m_{\text{máx}} = 1 + \frac{25 \text{ cm}}{f} = 1 + \frac{25 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 3.5$$

Evalúe la amplificación mínima cuando el ojo está relajado a partir de la ecuación 36.25:

$$m_{\text{mín}} = \frac{25 \text{ cm}}{f} = \frac{25 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 2.5$$

36.9 El microscopio compuesto

Una lente de aumento simple proporciona sólo una ayuda limitada en la inspección detallada de un objeto. Se logra una mayor amplificación combinando dos lentes en un dispositivo que se conoce como **microscopio compuesto**, que aparece en la figura 36.41a. El microscopio compuesto está constituido por una lente, el *objetivo*, que tiene una distancia focal muy corta $f_o < 1 \text{ cm}$, y una segunda lente, el *ocular*, que tiene una distancia focal f_e de unos cuantos centímetros. Las dos lentes están separadas una distancia L que es mucho mayor que f_o o que f_e . El objeto, que se coloca justo por fuera del foco de un objetivo, forma una imagen real, invertida en I_1 , y queda localizada en, o cerca, del foco del ocular. El ocular, que sirve como una lente de aumento simple, produce en I_2 una imagen virtual ampliada de I_1 . La amplificación lateral M_1 de la primera imagen es $-q_1/p_1$. Observe, en la figura 36.41a, que q_1 es aproximadamente igual a L y que el

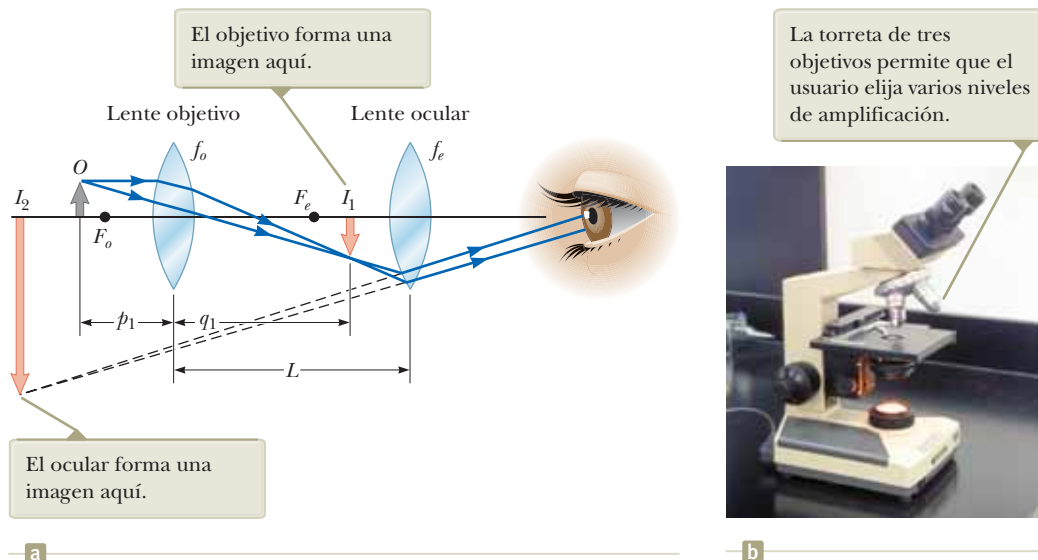


Figura 36.41 (a) Diagrama de un microscopio compuesto, constituido de una lente objetivo y de una lente ocular. (b) Microscopio compuesto.

objeto queda muy cerca del foco del objetivo: $p_1 \approx f_o$. Debido a eso, la amplificación lateral que logra el objetivo es igual a

$$M_o \approx -\frac{L}{f_o}$$

La amplificación angular del ocular para un objeto (correspondiente a la imagen en I_1) colocado en el foco del ocular es, de acuerdo con la ecuación 36.25,

$$m_e = \frac{25 \text{ cm}}{f_e}$$

La amplificación global de la imagen formada por un microscopio compuesto se define como el producto del aumento lateral y la amplificación angular:

$$M = M_o m_e = -\frac{L}{f_o} \left(\frac{25 \text{ cm}}{f_e} \right) \quad (36.26)$$

El signo negativo indica que la imagen está invertida.

El microscopio ha extendido la visión del ser humano hasta el punto en que se pueden observar detalles antes desconocidos de objetos increíblemente pequeños. La capacidad de este instrumento se ha venido incrementando con técnicas mejoradas en el pulido de precisión de las lentes. Una pregunta frecuente en relación con los microscopios es: “¿Si fuera uno extremadamente paciente y cuidadoso, sería posible construir un microscopio que pudiera hacer visible al ojo humano un átomo?” La respuesta es no, siempre que se utilice luz para iluminar el objeto. La explicación es que, para que se vea un objeto bajo un microscopio óptico (que utiliza luz visible), debe ser por lo menos tan grande como la longitud de onda de la luz. Como el diámetro de cualquier átomo es muchas veces menor que las longitudes de onda de la luz visible, los misterios del átomo deberán ser descubiertos mediante otro tipo de “microscopios”.

36.10 El telescopio

Existen básicamente dos tipos diferentes de **telescopios**, ambos están diseñados para poder ver objetos distantes, como los planetas del Sistema Solar. El **telescopio de refracción** usa una combinación de lentes para formar una imagen, y el **telescopio de reflexión** usa un espejo curvo y una lente.

Parecido al microscopio compuesto, el telescopio de refracción que se muestra en la figura 36.42a tiene una lente objetivo y una lente ocular. Las dos lentes están colocadas

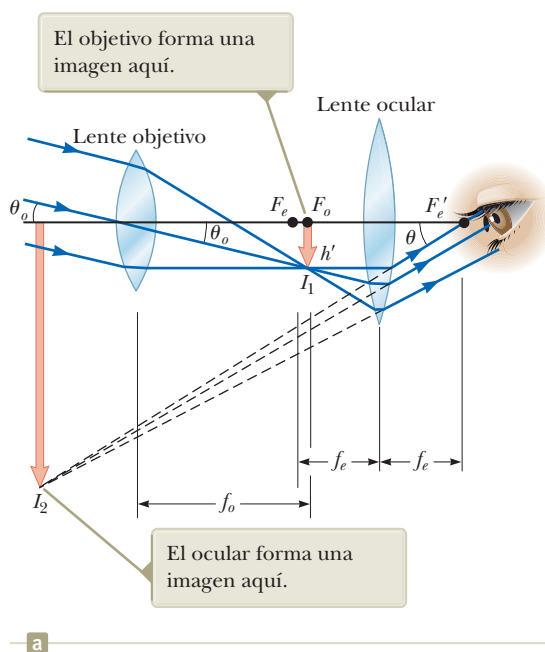


Figura 36.42 (a) Organización de lentes en un telescopio de refracción con el objeto en el infinito. (b) Telescopio de refracción.



© Tony Freeman/Photo Edit

de manera tal que el objetivo forma una imagen real e invertida de un objeto distante muy cerca del foco del ocular. Debido a que el objeto está esencialmente como si estuviera en el infinito, este punto en el cual se forma I_1 es el foco del objetivo. El ocular forma después, en I_2 , una imagen ampliada e invertida de la imagen en I_1 . A fin de obtener la ampliación más grande posible, la distancia imagen para el ocular es infinita. Por lo tanto, la imagen debida a la lente objetivo, que actúa como el objeto para la lente ocular, debe localizarse en el foco de ésta. Así, las dos lentes están separadas una distancia $f_o + f_e$, que corresponde a la longitud del tubo del telescopio.

La ampliación angular del telescopio se conoce por θ/θ_o , donde θ_o es el ángulo subtendido por el objeto en el objetivo y θ el ángulo subtendido por la imagen final en el ojo del observador. Considere la figura 36.42a, en la que el objeto está a una distancia muy grande a la izquierda de la figura. El ángulo θ_o (a la izquierda del objetivo) subtendido por el objeto en el objetivo es el mismo que el ángulo (a la derecha del objetivo) subtendido por la primera imagen en el objetivo. Por lo tanto,

$$\tan \theta_o \approx \theta_o \approx -\frac{h'}{f_o}$$

donde el signo menos indica que la imagen está invertida.

El ángulo θ subtendido por la imagen final en el ojo del observador es el mismo que forma un rayo proveniente desde la punta de I_1 , y que viaja paralelamente al eje principal, con el eje principal después de haber pasado a través de la lente. Por lo tanto,

$$\tan \theta \approx \theta \approx \frac{h'}{f_e}$$

En esta ecuación no hay un signo negativo, porque la imagen final no está invertida; el objeto que crea esta imagen final I_2 es I_1 , y tanto ésta como I_2 apuntan en la misma dirección. En consecuencia, la ampliación angular del telescopio se expresa como

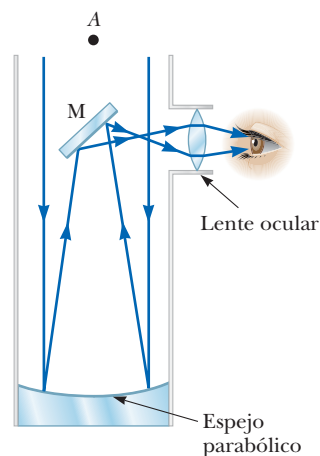
$$m = \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{h'/f_e}{-h'/f_o} = -\frac{f_o}{f_e} \quad (36.27)$$

Este resultado muestra que la ampliación angular de un telescopio es igual a la razón entre la distancia focal del objetivo y la distancia focal del ocular. El signo menos indica que la imagen está invertida.

Cuando observa objetos relativamente cercanos a través de un telescopio, como la Luna y los planetas, la ampliación es significativa. Sin embargo, las estrellas de la galaxia están tan lejos que siempre aparecerán como pequeños puntos de luz, cualquiera que sea la ampliación. Un gran telescopio de investigación que se utilice para estudiar objetos muy distantes debe poseer un diámetro significativo para recolectar toda la luz que sea posible. Las lentes para los telescopios de refracción de gran diámetro son de manufactura difícil y costosa. Otra dificultad con lentes grandes es que su peso crea un pandeo, que es una fuente adicional de aberración.

Estos problemas se superan parcialmente remplazando el objetivo por un espejo cóncavo, lo que da como resultado un segundo tipo de telescopio, el **telescopio de reflexión**. Debido a que la luz es reflejada por el espejo y no pasa a través de una lente, éste puede tener soportes muy rígidos en la cara posterior. Estos soportes eliminan el pandeo.

La figura 36.43a muestra el diseño de un telescopio de reflexión representativo. Los rayos de luz incidentes son reflejados por un espejo parabólico existente en la base. Estos rayos convergen hacia el punto A en la figura, donde debería formarse una imagen. Sin embargo, antes de que se forme esta imagen, un espejo pequeño y plano M refleja la luz dirigiéndola hacia una abertura en el costado del cuerpo o tubo del telescopio, y pasa a un ocular. Este diseño en particular se dice que tiene un enfoque newtoniano porque fue Newton quien lo desarrolló. La figura 36.43b muestra este tipo de telescopio. Observe que en el telescopio de refracción la luz nunca pasa a través de vidrio (sólo a través del pequeño ocular). Como resultado, se eliminan virtualmente todos los problemas asociados con la aberración cromática. El telescopio de reflexión se puede fabricar menos largo con el espejo plano orientado para que refleje la luz de regreso hacia el espejo objetivo y que la luz penetre en un ocular en una perforación en el punto medio del espejo.



a



b

Figura 36.43 (a) Telescopio de reflexión de enfoque newtoniano. (b) Telescopio de reflexión. Este tipo de telescopio es más corto que el de la figura 36.42b.

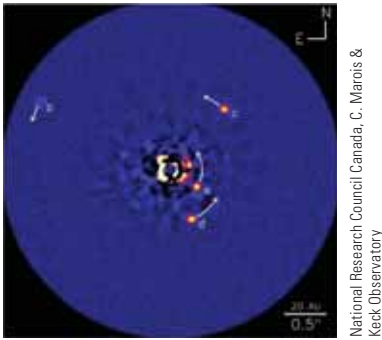


Figura 36.44 Imagen óptica directa de un sistema solar alrededor de la estrella HR8799, desarrollada en el Observatorio Keck en Hawái.

Los telescopios de reflexión más grandes del mundo se encuentran en el Observatorio Keck en Mauna Kea, Hawái. El sitio incluye dos telescopios con diámetro de 10 m, cada uno constituido por 36 espejos de forma hexagonal controlados por computadora para formar una superficie de reflexión muy grande. En suma, los dos telescopios pueden trabajar juntos para proporcionar un telescopio con un diámetro efectivo de 85 m. En comparación, el telescopio de refracción más grande del mundo, el del Observatorio Yerkes en Williams Bay, Wisconsin, tiene un diámetro de apenas un metro.

La figura 36.44 muestra una imagen óptica notable desde el Observatorio Keck de un sistema solar alrededor de la estrella HR8799, situada a 129 años luz de la Tierra. Los planetas marcados b, c y d se observaron en 2008 y el planeta más interior, etiquetado como e, se observó en diciembre de 2010. Esta fotografía representa la primera imagen directa de otro sistema solar y fue posible gracias a la tecnología de óptica adaptativa utilizada en el Observatorio Keck.

Resumen

Definiciones

El **aumento lateral** M de la imagen debida a un espejo o lente se define como la razón de la altura de la imagen h' a la altura del objeto h . Es igual al negativo de la razón de la distancia imagen q a la distancia objeto p :

$$M \equiv \frac{\text{altura de imagen}}{\text{altura de objeto}} = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p} \quad (36.1, 36.2, 36.17)$$

La **amplificación angular** m es la razón del ángulo subtendido por un objeto con el uso de una lente (ángulo θ en la figura 36.40b), al ángulo subtendido por el objeto colocado en el punto cercano sin usar lente (ángulo θ_0 en la figura 36.40a):

$$m \equiv \frac{\theta}{\theta_0} \quad (36.22)$$

La razón de la longitud focal de la lente de una cámara al diámetro de la lente se llama **número f** de la lente:

$$\text{Número } f \equiv \frac{f}{D} \quad (36.20)$$

Conceptos y principios

En la aproximación de rayo paraxial, la distancia objeto p y la distancia imagen q para un espejo esférico de radio R se relacionan mediante la **ecuación del espejo**:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f} \quad (36.4, 36.6)$$

donde $f = R/2$ es la **longitud focal** del espejo.

El inverso de la **distancia focal** f de una lente delgada rodeada por aire está dado por la **ecuación del fabricante de lentes**:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (36.15)$$

Las **lentes convergentes** tienen distancias focales positivas, y las **lentes divergentes** tienen distancias focales negativas.

Una imagen se puede formar por refracción desde una superficie esférica de radio R . Las distancias objeto imagen para refracción desde tal superficie se relacionan mediante

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (36.8)$$

donde la luz es incidente en el medio para el que el índice de refracción es n_1 y se refracta en el medio para el que el índice de refracción es n_2 .

Para una lente delgada, y en la aproximación de rayo paraxial, las distancias objeto imagen se relacionan mediante la **ecuación de lente delgada**:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad (36.16)$$

La amplificación máxima de una lente sencilla con distancia focal f usada como una lupa simple es

$$m_{\text{máx}} = 1 + \frac{25 \text{ cm}}{f} \quad (36.24)$$

La amplificación global de la imagen formada por un microscopio compuesto es:

$$M = -\frac{L}{f_o} \left(\frac{25 \text{ cm}}{f_e} \right) \quad (36.26)$$

Donde f_o y f_e son las distancias de las lentes objetivo y ocular, respectivamente, y L es la distancia entre las lentes.

La amplificación angular de un telescopio de refracción se expresa como

$$m = -\frac{f_o}{f_e} \quad (36.27)$$

Donde f_o y f_e son las distancias focales de las lentes objetivo y ocular, respectivamente. La ampliación angular de un telescopio de refracción está dada por la misma expresión donde f_o es la distancia focal del espejo objetivo.

Preguntas objetivas

1. indica que la respuesta está disponible en el *Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio*

- La pantalla de vidrio de un visor para buceo puede ser una lente correctiva para un buzo que no tenga visión perfecta. El diseño adecuado permite a la persona ver con claridad tanto bajo el agua como en el aire. Los anteojos normales tienen curvadas las superficies frontal y posterior. ¿El lente de un visor para buceo debe estar curvado (a) sólo en la superficie exterior, (b) sólo en la superficie interior o (c) en ambas superficies?
- Lulú observa su imagen en un espejo de maquillaje. Aparece alargada cuando está cerca al espejo. Conforme retrocede, la imagen se vuelve más grande, luego es imposible de identificar cuando ella está a 30 cm del espejo, después se ve de cabeza cuando está más allá de 30 cm y finalmente pequeña, clara y de cabeza cuando está mucho más lejos del espejo. (i) El espejo es, ¿(a) convexo, (b) plano o (c) cóncavo? (ii) ¿Cuál es la magnitud de su distancia focal? (a) 0, (b) 15 cm, (c) 30 cm, (d) 60 cm, (e) ∞ .
- Un objeto se encuentra a 50.0 cm de una lente convergente que tiene una longitud focal de 15.0 cm. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera con respecto a la imagen formada por la lente? (a) Es virtual, vertical y de mayor tamaño que el objeto. (b) Es real, invertida y menor que el objeto. (c) Es virtual, invertida y menor que el objeto. (d) Es real, invertida y mayor que el objeto. (e) Es real, en posición vertical y de mayor tamaño que el objeto.
- (i) Cuando la imagen de un objeto está formada por una lente convergente, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es *siempre* cierta? Más de una afirmación puede ser correcta. (a) La imagen es virtual. (b) La imagen es real. (c) La imagen está en posición vertical. (d) La imagen se invierte. (e) Ninguna de estas afirmaciones es siempre cierta. (ii) Cuando la imagen de un objeto está formada por una lente divergente, ¿cuál de las afirmaciones *siempre* es cierta?
- Una lente convergente en un plano vertical recibe luz desde un objeto y forma una imagen invertida sobre una pantalla. Luego, junto a la lente, se coloca una tarjeta opaca que cubre sólo la mitad superior de la lente. ¿Qué ocurre con la imagen sobre la pantalla? (a) La mitad superior de la imagen desaparece. (b) La mitad inferior de la imagen desaparece. (c) Toda la imagen desaparece. (d) Toda la imagen todavía es visible, pero más difusa. (e) No se presenta cambio en la imagen.
- Si la cara de José, que está 30.0 cm delante de un espejo cóncavo para afeitarse, crea una imagen vertical 1.50 veces más grande que el objeto, ¿cuál es la distancia focal del espejo? (a) 12.0 cm (b) 20.0 cm (c) 70.0 cm (d) 90.0 cm (e) Ninguna de las respuestas.
- Dos lentes delgadas de distancias focales $f_1 = 15.0$ y $f_2 = 10.0$ cm, respectivamente, están separadas por 35.0 cm a lo largo de un eje común. La lente f_1 se encuentra a la izquierda de la lente f_2 . Un objeto se coloca ahora 50.0 cm a la izquierda de la lente f_1 y debido a la luz que pasa a través ambas lentes forma una imagen final. ¿Por qué factor es la última imagen diferente en tamaño al objeto? (a) 0.600 (b) 1.20 (c) 2.40 (d) 3.60 (e) Ninguna de esas respuestas.
- Si aumenta el diámetro de la abertura de la cámara en un factor de 3, ¿cómo es la intensidad de la luz que incide sobre la película afectada? (a) Se incrementa en un factor de 3. (b) Disminuye por un factor de 3. (c) Se aumenta por un factor de 9. (d) Disminuye en un factor de 9. (e) El aumento del tamaño de la abertura no afecta a la intensidad.
- Una persona que pesca con arpón desde un bote ve un pez inmóvil a pocos metros en una dirección aproximadamente 30° bajo la horizontal. Para arponear al pez y suponiendo que el arpón no cambia su dirección cuando entra en el agua, la persona debe ¿(a) apuntar arriba de donde ve al pez, (b) apuntar abajo del pez o (c) apuntar precisamente al pez?
- Modele cada uno de los siguientes dispositivos en uso como si constaran de una sola lente convergente. Clasifique los casos de acuerdo con la razón entre la distancia desde el objeto a la lente y la distancia focal de la lente, de la más grande a la más pequeña. (a) Un proyector de películas que muestra una película, (b) una lupa que se utiliza para examinar un sello, (c) un telescopio refractor astronómico que se utiliza para hacer una imagen nítida de las estrellas en un detector electrónico, (d) un reflector que se utiliza para producir un haz de rayos paralelos desde una fuente puntual, (e) una lente de una cámara que se utiliza para fotografiar un partido de fútbol.
- Una lente convergente de vidrio corona tiene una distancia focal de 15.0 cm cuando se utiliza en el aire. Si la lente se sumerge en agua, ¿cuál es su distancia focal? (a) Negativa, (b) de menos de 15.0 cm, (c) igual a 15.0 cm, (d) mayor que 15.0 cm, (e) ninguna de esas respuestas.

12. Una lente convergente, con distancia focal de 8 cm, forma una imagen nítida de un objeto sobre una pantalla. ¿Cuál es la menor distancia posible entre el objeto y la pantalla? (a) 0, (b) 4 cm, (c) 8 cm, (d) 16 cm, (e) 32 cm.
13. (i) Cuando la imagen de un objeto es formada por un espejo plano, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es *siempre* cierta? Más de una afirmación puede ser correcta. (a) La imagen es virtual. (b) La imagen es real. (c) La imagen está en posición vertical. (d) La imagen se invierte. (e) Ninguna de estas afirmaciones es siempre cierta. (ii) Cuando la imagen de un objeto es formada por un espejo cóncavo, ¿cuál de las declaraciones anteriores *siempre* es verdad? (iii) Cuando la imagen de un objeto es formada por un espejo convexo, ¿cuál de las afirmaciones anteriores *siempre* es cierta?

14. Un objeto, representado por una flecha gris, se coloca enfrente de un espejo plano. ¿Cuál de los diagramas de la figura PO36.14 describe correctamente la imagen, representada por la flecha de color rosa?

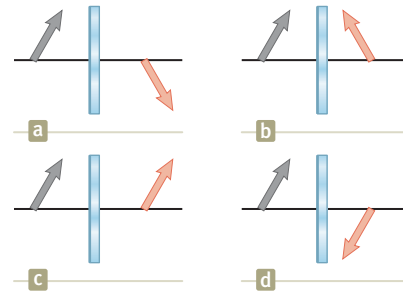


Figura PO36.14

Preguntas conceptuales

1. indica que la respuesta está disponible en el *Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio*

1. Una lente convergente de distancia focal pequeña puede tomar la luz que diverge de una pequeña fuente y refractarla en un haz de rayos paralelos. Para este fin, en los faros de navegación se utilizan lentes Fresnel, como se muestra en la figura 36.27. Un espejo cóncavo puede recibir la luz que diverge de una pequeña fuente y reflejarla en un haz de rayos paralelos. (a) ¿Es posible construir un espejo Fresnel? (b) ¿Se trata de una idea original o ya se ha hecho?
2. Explique este enunciado: “El foco de una lente es la ubicación de la imagen de un objeto puntual en el infinito.” (a) Explique la noción de infinito en términos reales según se aplica a distancias objeto. (b) Basado en esta afirmación, ¿puede pensar en un método simple para determinar la distancia focal de una lente convergente?
3. ¿Por qué algunos vehículos para emergencias tienen escrito en su parte delantera el símbolo $\Sigma\text{NIAJUBMA}$?
4. Explique por qué un espejo no puede provocar aberración cromática.
5. (a) ¿Es posible hacer que una lente convergente diverja la luz si se le coloca en un líquido? (b) ¿Qué pasaría si? ¿Qué piensa respecto a un espejo convergente?
6. Explique por qué un pez en una pecera esférica para carpas japonesas doradas, se ve mayor de lo que realmente es.
7. En la figura 36.26a suponga que la flecha objeto de color azul es remplazada por una mucho más alta que la lente. (a) ¿Cuántos rayos desde la parte superior del objeto incidirán sobre ésta? (b) ¿Cuántos rayos principales pueden ser dibujados en un diagrama de rayos?
8. Las lentes que se utilizan en los anteojos, ya sean convergentes o divergentes, están siempre diseñadas de modo que la parte media de la lente tiene una curva que se aleja del ojo, igual que las lentes centrales de las figuras 36.25a y 36.25b. ¿Por qué?
9. Suponga que usted desea utilizar una lente convergente para proyectar la imagen de dos árboles en una pantalla. Como se muestra en la figura PC36.9, un árbol está a una distancia x de la lente y el otro está a $2x$. Puede ajustar la pantalla para que el árbol cercano esté enfocado. Si desea enfocar ahora el árbol lejano, ¿mueve la pantalla hacia o lejos de la lente?

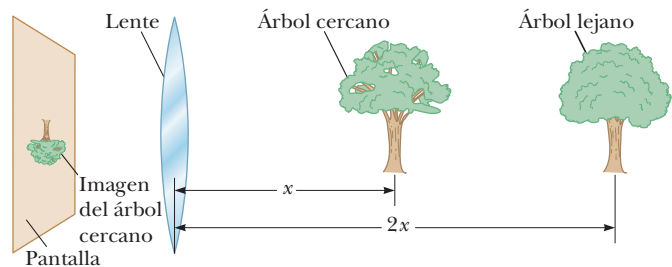


Figura PC36.9

10. Considere un espejo cóncavo esférico con un objeto que se encuentra a la izquierda del espejo más allá del foco. Utilizando diagramas de rayos, demuestre que la imagen se mueve hacia la izquierda conforme el objeto se acerca al foco.
11. En las figuras PC36.11a y PC36.11b, ¿cuál par de anteojos corrige la miopía y cuál la hipermetropía?



Figura PC36.11 Preguntas conceptuales 11 y 12.

12. Un niño se prueba los anteojos de su abuelo hiperópico y los de su hermano miope y se queja de que “ve todo borroso”. ¿Por qué no ven borroso las personas que usan anteojos? (véase la figura PC36.11).

13. En una novela de Julio Verne, un trozo de hielo se talla para formar una lupa que permite enfocar la luz solar e iniciar una fogata. ¿Es esto posible?
14. Con un espejo cóncavo para reflejar y enfocar la luz solar en un horno, es posible construir un horno solar. ¿Qué factores en el diseño del espejo de reflexión garantizarían una temperatura muy elevada?
15. La figura PC36.15 muestra una litografía de M. C. Escher titulada *Mano con una esfera de reflexión (Autorretrato en un espejo esférico)*. Escher dijo en relación con este trabajo: “La imagen muestra un espejo esférico que descansa en una mano izquierda. Pero como un grabado muestra el inverso del dibujo original en piedra, la que se ilustra es mi mano derecha. (Dado que soy zurdo, necesitaba mi mano izquierda para ejecutar el trabajo.) Esta reflexión globular reúne prácticamente todo lo que rodea a la imagen en forma de disco. La totalidad de la habitación, las cuatro paredes, el piso, el techo, todo, aunque distorsionado, queda comprimido en ese pequeño



Figura PC36.15

círculo. Su propia cabeza o más precisamente el punto entre sus ojos, es el centro absoluto. Sin importar que se dé vuelta o se retuerza, no le es posible salirse del punto central. Se ha vuelto sin ninguna posibilidad de cambio, el foco, el núcleo inamovible de su mundo”. Comente la precisión de la descripción hecha por Escher.

16. Si se coloca un cilindro de vidrio sólido o de plástico transparente por encima de las palabras OXIDO DE PLOMO y se ve desde el otro lado, como se muestra en la figura PC36.16, la palabra PLOMO aparece invertida, pero la palabra OXIDO no lo hace. Explique.



Figura PC36.16

17. ¿Las ecuaciones $1/p + 1/q = 1/f$ y $M = -q/p$ se aplican a la imagen formada por un espejo plano? Explique su respuesta.

Problemas

1. sencillo; 2. intermedio; 3. retador

1. solución completa disponible en el *Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio*

Sección 36.1 Imágenes formadas por espejos planos

1. Determine la altura mínima de un espejo plano vertical en el que una persona de 178 cm de altura puede verse de cuerpo entero. (Sugerencia: puede resultar útil dibujar un diagrama de rayos.)
2. En el balcón interior de una iglesia para el coro, dos paredes paralelas están separadas 5.30 m. El grupo coral se coloca contra la pared norte. La organista le da la cara a la pared sur, a 0.800 m de separación. Para que ella pueda ver el coro, se ha instalado un espejo plano de 0.600 m de ancho sobre la pared sur, justo enfrente de ella. ¿Qué ancho de la pared norte alcanza a ver? Sugerencia: dibuje un diagrama desde arriba para justificar su respuesta.
3. (a) ¿El espejo de su cuarto de baño lo hace ver más viejo o más joven de lo que realmente es? (b) Calcule una estimación del orden de magnitud de la diferencia en edad, en función de los datos que especifique.
4. Una persona entra en una habitación que tiene dos espejos planos en paredes opuestas y produce múltiples imágenes de la persona. Considere *sólo* las imágenes formadas en el espejo de la izquierda. Cuando la persona está colocada

a 2.00 m del espejo de la pared izquierda y a 4.0 m del espejo de la pared derecha, determine la distancia que hay de las tres primeras imágenes que se ven en el espejo de la izquierda a la persona.

5. El uso de un periscopio (figura P36.5) es útil para observar objetos que no es posible ver de manera directa. Resulta útil en los submarinos y para observar los torneos de golf o los desfiles entre la muchedumbre. Suponga que un objeto está a una distancia p_1 del espejo superior y que los cen-

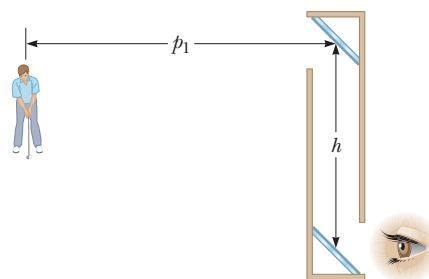


Figura P36.5

- tros de los dos espejos planos están separados una distancia h . (a) ¿Cuál es la distancia de la imagen final al espejo inferior? (b) ¿La imagen final es real o virtual? (c) ¿Está vertical o hacia abajo? (d) ¿Cuál es el aumento? (e) ¿La imagen está invertida de izquierda a derecha?
6. Dos espejos planos tienen sus superficies reflectantes una frente a la otra, con el borde de un espejo en contacto con el borde del otro, de modo que el ángulo entre los espejos es α . Cuando se coloca un objeto entre los espejos, se forman una serie de imágenes. En general, si el ángulo α es tal que $n\alpha = 360^\circ$, donde n es un número entero, el número de imágenes formadas es $n - 1$. Gráficamente, encuentre todas las posiciones de la imagen para el caso $n = 6$ cuando un objeto puntual se encuentra entre los espejos (pero no en la bisectriz del ángulo).
7. Dos espejos planos están uno frente al otro, a 3.00 m de distancia, y una mujer se interpone entre ellos. La mujer se ve en uno de los espejos desde una distancia de 1.00 m y tiene el brazo izquierdo a un lado de su cuerpo con la palma de la mano frente al espejo más cercano. (a) ¿Cuál es la posición aparente de la imagen más cercana de su mano izquierda, medida perpendicularmente desde la superficie del espejo frente a ella? (b) ¿Muestra la palma de la mano o el dorso de la mano? (c) ¿Cuál es la posición de la siguiente imagen más cercana? (d) ¿Muestra la palma de la mano o el dorso de la mano? (e) ¿Cuál es la posición de la tercera imagen más cercana? (f) ¿Muestra la palma de la mano o el dorso de la mano? (g) ¿Cuál de las imágenes es real y cuál es virtual?

Sección 36.2 Imágenes formadas por espejos esféricos

8. Un objeto se coloca a 50.0 cm de un espejo esférico cóncavo con distancia focal de magnitud 20.0 cm. (a) Encuentre la ubicación de la imagen. (b) ¿Cuál es el aumento de la imagen? (c) ¿La imagen es real o virtual? (d) ¿La imagen está en posición vertical o invertida?
9. Un espejo esférico cóncavo tiene un radio de curvatura de 20.0 cm. (a) Determine la localización de la imagen para distancias objeto de (i) 40.0 cm, (ii) 20.0 cm y (iii) 10.0 cm. En cada caso, diga si la imagen es (b) real o virtual y (c) si está vertical o invertida. (d) Determine el aumento para cada caso.
10. Un objeto se coloca a 20.0 cm de un espejo esférico cóncavo que tiene una longitud focal de magnitud 40.0 cm. (a) Use papel cuadriculado para construir un diagrama de rayos preciso de esta situación. (b) A partir de su diagrama de rayos, determine la ubicación de la imagen. (c) ¿Cuál es el aumento de la imagen? (d) Compruebe sus respuestas a los incisos (b) y (c) utilizando la ecuación del espejo.
11. Un espejo esférico convexo tiene un radio de curvatura de 40.0 cm. Determine la posición de la imagen virtual, así como el aumento para distancias objeto de (a) 30.0 cm y (b) 60.0 cm. (c) ¿Las imágenes son verticales o invertidas?
12. En la intersección de los pasillos de un hospital, en la parte superior, sobre la pared, se montó un espejo convexo que ayuda a que las personas eviten chocar con otras. El espejo tiene un radio de curvatura de 0.550 m. (a) Localice la imagen de un paciente a 10.0 m del espejo. (b) Indique si la imagen está vertical o invertida. (c) Determine el aumento de la imagen.
13. Un objeto de 2.00 cm de altura se coloca a 30.0 cm de un espejo esférico convexo de distancia focal de magnitud 10.0 cm. (a) Encuentre la ubicación de la imagen. (b) Indique si la imagen es vertical o invertida. (c) Determine la altura de la imagen.
14. Un dentista usa un espejo para examinar un diente. El diente está 1.00 cm enfrente del espejo y la imagen se forma 10.0 cm detrás del espejo. Determine (a) el radio de curvatura del espejo y (b) el aumento de la imagen.
15. Una sala de gran tamaño en un museo tiene un nicho en una pared. En el plano del museo aparece como una hendidura semicircular con un radio de 2.50 m. Una persona está de pie en la línea central del nicho, a 2.00 m de su punto más profundo, y murmura "Hola". ¿Dónde se concentra el sonido después de haberse reflejado desde la pared del fondo del nicho?
16. ¿Por qué es imposible la siguiente situación? En una esquina oculta en un centro comercial al aire libre, un espejo convexo está montado para que los peatones puedan ver alrededor de la esquina antes de llegar allí y toparse con alguien que viaja en dirección perpendicular. Los instaladores del espejo no tuvieron en cuenta la posición del Sol y el espejo concentra los rayos del Sol en un arbusto cercano y le prende fuego.
17. A fin de ajustar los lentes de contacto a los ojos del paciente es útil un *keratómetro* que mide la curvatura de la superficie frontal del ojo, la córnea. El instrumento coloca un objeto iluminado de tamaño conocido a una distancia p , también conocida de la córnea. Ésta refleja parcialmente la luz del objeto, formando una imagen del mismo. El aumento M de la imagen se mide con un pequeño telescopio ocular que permite comparar la imagen formada por la córnea con una segunda imagen calibrada que se proyecta en el campo visual gracias a un arreglo de prismas. Determine el radio de curvatura de la córnea en el caso de que $p = 30.0$ cm y $M = 0.0130$.
18. Un cierto adorno navideño está constituido por una esfera plateada de 8.50 cm de diámetro. (a) Determine la ubicación de un objeto en donde el tamaño de la imagen reflejada sea tres cuartas partes las dimensiones del objeto. (b) Use un diagrama de rayos principales para describir la imagen.
19. (a) Un espejo cóncavo forma una imagen invertida cuatro veces mayor que el objeto. Determine la distancia focal del espejo si la distancia entre la imagen y el objeto es de 0.600 cm. (b) ¿Qué pasaría si? Suponga que el espejo es convexo. La distancia entre la imagen y el objeto es la misma que en el inciso (a), pero la imagen es 0.500 el tamaño del objeto. Determine la distancia focal del espejo.
20. (a) Un espejo cóncavo forma una imagen invertida diferente en tamaño al objeto por un factor $a > 1$. La distancia entre el objeto y la imagen es d . Determine la distancia focal del espejo. (b) ¿Qué pasaría si? Suponga que el espejo es convexo, la imagen es vertical y $a < 1$. Determine la distancia focal del espejo.
21. Un objeto de 10.0 cm de altura se coloca en la marca cero de un metro de madera. Un espejo esférico, colocado en algún

punto sobre el metro, crea una imagen del objeto que está vertical, tiene 4.00 cm de altura y se encuentra en la marca de los 42.0 cm en el metro. (a) ¿El espejo es convexo o cóncavo? (b) ¿Dónde se encuentra? (c) ¿Cuál es su distancia focal?

22. Un espejo esférico cóncavo tiene un radio de curvatura de magnitud 24.0 cm. (a) Determine la posición del objeto para el que la imagen resultante está en posición vertical y es mayor que el objeto por un factor de 3.00. (b) Dibuje un diagrama de rayos para determinar la posición de la imagen. (c) ¿La imagen es real o virtual?
23. Un entusiasta de los automóviles deportivos pule las superficies interior y exterior de un tapón de rueda que tiene la forma de una sección de esfera. Cuando mira en uno de los lados del tapón, ve una imagen de su cara 30.0 cm detrás del tapón mismo. Ahora hace girar el tapón y entonces ve otra imagen de su cara, a 10.0 cm por detrás de éste. (a) ¿A qué distancia está su cara en relación con el tapón? (b) ¿Cuál es el radio de curvatura del tapón?
24. Un espejo esférico convexo tiene una distancia focal de magnitud 8.00 cm. (a) ¿Cuál es la ubicación de un objeto para el que la magnitud de la distancia de la imagen equivale a un tercio de la magnitud de la distancia del objeto? (b) Encuentre el aumento de la imagen y (c) indique si es vertical o invertida.
25. Un espejo esférico es utilizado para formar una imagen de 5.00 veces el tamaño de un objeto en una pantalla situada a 5.00 m desde el objeto. (a) ¿El espejo que se requiere es cóncavo o convexo? (b) ¿Cuál es el radio de curvatura requerido del espejo? (c) ¿Dónde debe estar colocado el espejo con respecto al objeto?
26. **Problema de repaso.** Se deja caer una pelota en el tiempo $t = 0$ desde el reposo a 3.00 m directamente por encima del vértice de un espejo cóncavo que tiene un radio de curvatura de 1.00 m y que yace en un plano horizontal. (a) Describa el movimiento de la imagen de la pelota en el espejo. (b) ¿En qué momento coinciden la pelota y su imagen?
27. De manera subconsciente, el ser humano estima la distancia a un objeto desde el ángulo que subtiende en su campo visual. Este ángulo θ en radianes está relacionado con la altura lineal h del objeto y la distancia d , de acuerdo con $\theta = h/d$. Suponga que está manejando un automóvil y que otro vehículo de 1.50 m de altura está a 24.0 m detrás de usted. (a) Suponga que su automóvil tiene un espejo retrovisor de tipo plano en el lado del pasajero, a 1.55 m de sus ojos. ¿A qué distancia de sus ojos está la imagen del automóvil que le viene siguiendo? (b) ¿Cuál es el ángulo subtendido por la imagen que aparece en su campo visual? (c) ¿Qué pasaría si? Ahora suponga que su automóvil tiene un espejo retrovisor convexo con un radio de curvatura de 2.00 m (como sugiere la figura 36.15). ¿Qué tan lejos de sus ojos está la imagen del automóvil que viene atrás? (d) ¿Cuál es el ángulo que subtiende la imagen en sus ojos? (e) En términos de su tamaño angular, ¿qué tan lejos parece estar el automóvil que lo viene siguiendo?
28. Un hombre de pie a 1.52 m delante de un espejo para afeitarse produce una imagen invertida a 18.0 cm enfrente del espejo. ¿Qué tan cerca del espejo debe pararse si quiere formar una imagen vertical de su barbilla que tenga dos veces el tamaño real de la barbilla?

Sección 36.3 Imágenes formadas por refracción

29. El extremo de una larga varilla de vidrio ($n = 1.50$) se moldea formando una superficie convexa con un radio de curvatura de 6.00 cm. Un objeto está colocado en el aire a lo largo del eje de la varilla. Determine las posiciones de las imágenes que correspondan a distancias objeto de (a) 20.0 cm, (b) 10.0 cm y (c) 3.00 cm del extremo de la varilla.
30. Un bloque cúbico de hielo de 50.0 cm de lado está colocado sobre un grano de polvo a nivel del piso. Determine la localización de la imagen del grano visto desde arriba. El índice de refracción del hielo es de 1.309.
31. La parte superior de una piscina está a nivel del suelo. Si la piscina tiene 2.00 m de profundidad, ¿qué tan abajo del nivel del suelo parece estar situado el fondo de la piscina cuando (a) la piscina está completamente llena de agua? (b) ¿Cuando se llena hasta la mitad con agua?
32. El aumento de la imagen formada por una superficie de refracción está dada por

$$M = -\frac{n_1 q}{n_2 p}$$

donde n_1 , n_2 , p y q se definen como son para la figura 36.17 y la ecuación 36.8. Un pisapapeles está hecho de un hemisferio de vidrio sólido con índice de refracción 1.50. El radio de la sección transversal circular es 4.00 cm. El hemisferio se coloca sobre su superficie plana, con el centro directamente sobre una línea dibujada de 2.50 mm de longitud en una hoja de papel. ¿Cuál es la longitud de esta línea, cómo es vista por alguien mirando verticalmente hacia abajo en el hemisferio?

33. Una placa de vidrio flint descansa sobre el fondo de un tanque de acuario. La placa es de 8.00 cm de espesor (dimensión vertical) y se cubre con una capa de agua de 12.0 cm de profundidad. Calcule el espesor aparente de la placa recta según se ve desde encima del agua.
34. La figura P36.34 muestra una superficie curva que separa un material con índice de refracción n_1 de un material con índice n_2 . La superficie forma una imagen I del objeto O . El rayo que se muestra en rojo pasa a través de la superficie a lo largo de la línea radial. Sus ángulos de incidencia y refracción son cero, de modo que su dirección no cambia en la superficie. Para el rayo que se muestra en azul, la dirección cambia de acuerdo con $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$. Para rayos paraxiales, se supone que θ_1 y θ_2 son pequeños, así que puede escribir $n_1 \tan \theta_1 = n_2 \tan \theta_2$. El aumento se define como $M = h'/h$. Demuestre que el aumento está dado por $M = -n_1 q / n_2 p$.

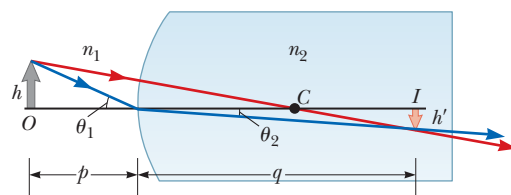


Figura P36.34

35. Una esfera de vidrio ($n = 1.50$) con un radio de 15.0 cm tiene una pequeña burbuja de aire a 5.00 cm por encima de su centro. La esfera se observa mirando hacia abajo a lo largo del

radio que contiene a la burbuja. ¿Cuál es la profundidad aparente de la burbuja por debajo de la superficie de la esfera?

36. Como se muestra en la figura P36.36, Benjamín y Jacobo echan un vistazo a un acuario que tiene un frente curvo de plástico con espesor uniforme y un radio de curvatura de magnitud $R = 2.25$ m. (a) Localice las imágenes de los peces que se encuentran a (i) 5.00 cm y (ii) 25.0 cm de la pared frontal del acuario. (b) Encuentre el aumento de las imágenes (i) y (ii) del inciso (a). (Véase el problema 32 para encontrar una expresión para el aumento de una imagen formada por una superficie refractante.) (c) Explique por qué usted no necesita saber el índice de refracción del plástico para resolver este problema. (d) Si este acuario es muy largo desde el frente hacia atrás, ¿la imagen de un pez pudo estar aún más lejos de la superficie frontal que los peces en sí? (e) En caso negativo, explique por qué no. Si es así, dé un ejemplo y encuentre el aumento.



Chris Candela

Figura P36.36

37. Una carpa japonesa dorada nada a una velocidad de 2.00 cm/s hacia la pared delantera de un acuario rectangular. ¿Cuál es la rapidez aparente del pez medida por un observador que mira al acuario desde el exterior?

Sección 36.4 Imágenes formadas por lentes delgadas

38. Una lente delgada tiene una distancia focal de 25.0 cm. Localice y describa la imagen cuando el objeto se coloca delante de la lente (a) a 26.0 cm y (b) a 24.0 cm.
39. Un objeto localizado a 32.0 cm por delante de una lente forma una imagen en una pantalla a 8.00 cm por detrás de la lente. (a) Determine su distancia focal. (b) Determine su aumento. (c) ¿Es la lente convergente o divergente?
40. Un objeto se encuentra a 20.0 cm a la izquierda de una lente divergente de distancia focal $f = -32.0$ cm. Determine (a) la localización y (b) el aumento de la imagen. (c) Elabore un diagrama de rayos para esta disposición.
41. La lente de proyección de cierto proyector de transparencias es delgada y simple. Debe proyectar una transparencia de 24 mm de altura de forma que su imagen llene una pantalla de 1.80 m de altura. La distancia de la transparencia a la pantalla es de 3.00 m. (a) Determine la distancia focal de la lente de proyección. (b) ¿A qué distancia de la transparencia deberá colocarse la lente a fin de formar la imagen en la pantalla?

42. La distancia de un objeto a partir de una lente convergente es 5.00 veces la distancia focal. (a) Determine la ubicación de la imagen. Exprese la respuesta como una fracción de la distancia focal. (b) Encuentre el aumento de la imagen e indique si está (c) en posición vertical o invertida, y si es (d) real o virtual.
43. Una lente de contacto está hecha de plástico con un índice de refracción de 1.50. La lente tiene un radio de curvatura exterior de +2.00 cm y un radio de curvatura interior de +2.50 cm. ¿Cuál es su distancia focal?
44. Una lente convergente tiene una distancia focal de 10.0 cm. Construya diagramas precisos de rayos para distancias objeto de (i) 20.0 cm y (ii) 5.00 cm. (a) A partir de los diagramas de rayos, determine la ubicación de cada imagen. (b) ¿La imagen es real o virtual? (c) ¿La imagen está en posición vertical o invertida? (d) ¿Cuál es el aumento de la imagen? (e) Compare los resultados con los valores encontrados algebraicamente. (f) Comente las dificultades en la construcción de la gráfica que podrían dar lugar a diferencias entre las respuestas gráficas y algebraicas.
45. Una lente convergente tiene una distancia focal de 10.0 cm. Encuentre el objeto si una imagen real se encuentra a una distancia de la lente de (a) 20.0 cm y (b) 50.0 cm. **¿Qué pasaría si?** Rehaga los cálculos si las imágenes son virtuales y están situadas a una distancia de la lente de (c) 20.0 cm y (d) 50.0 cm.
46. Una lente divergente tiene una distancia focal de 20.0 cm. (a) Localice la imagen para una distancia objeto de (i) 40.0 cm, (ii) 20.0 cm y (iii) 10.0 cm. En cada caso diga si la imagen es (b) real o virtual y (c) si está hacia arriba o invertida. (d) Determine también los aumentos para cada caso.

47. La imagen de la moneda de cinco centavos de la figura P36.47 tiene el doble de diámetro que la moneda en sí y está a 2.84 cm frente a la lente. Determine la distancia focal de ésta.



Figura P36.47

48. Suponga que un objeto tiene un espesor dp de manera que sobresale de la distancia objeto p hasta la distancia $p + dp$. (a) Demuestre que el espesor dq de su imagen se conoce por $(-q^2/p^2)dp$. (b) El aumento longitudinal del objeto es $M_{\text{long}} = dq/dp$, ¿cuál es el aumento lateral M ?
49. La cara izquierda de una lente biconvexa tiene un radio de curvatura de 12.0 cm, y la derecha de 18.0 cm. El índice de refracción del vidrio es de 1.44. (a) Calcule la distancia focal de la lente para una luz que incide desde la izquierda. (b) **¿Qué pasaría si?** Después la lente se gira para intercambiar los radios de curvatura de las dos caras. Calcule la distancia focal de la lente para una luz que incide desde la izquierda.
50. En la figura P36.50, una lente convergente delgada con distancia focal de 14.0 cm forma una imagen del cuadrado $abcd$, que tiene de alto $h_c = h_b = 10.0$ cm y se encuentra entre las distancias de $p_d = 20.0$ cm y $p_a = 30.0$ cm del lente. Sean a' , b' , c' y d' las esquinas respectivas de la imagen. Sea q_a la distancia imagen para los puntos a' y b' , q_d

la distancia imagen para los puntos c' y d' , h'_b la distancia desde el punto b' al eje y h'_c la altura de c' . (a) Determine q_a , q_d , h'_b y h'_c . (b) Elabore un bosquejo de la imagen. (c) El área del objeto es 100 cm^2 . Al realizar las siguientes etapas, evaluará el área de la imagen. Sea q la distancia imagen cualquier punto entre a' y d' para el que la distancia del objeto es p . Sea h' la distancia desde el eje al punto en el borde de la imagen entre b' y c' en la distancia imagen q . Demuestre que

$$|h'| = 10.0q \left(\frac{1}{14.0} - \frac{1}{q} \right)$$

donde h' y q están en centímetros. (d) Explique por qué el área geométrica de la imagen está dada por

$$\int_{q_a}^{q_d} |h'| dq$$

(e) Realice la integración para encontrar el área de la imagen.

51. Un antílope se encuentra a 20.0 m de una lente convergente con una distancia focal de 30.0 cm. La lente forma una imagen del animal. (a) Si el antílope se aleja corriendo de la lente a una rapidez de 5.00 m/s, ¿con qué rapidez se mueve la imagen? (b) ¿La imagen se acerca o se aleja de la lente?
52. ¿Por qué es imposible la siguiente situación? Un objeto luminoso se coloca a una distancia $d = 2.00 \text{ m}$ de una pantalla. Mediante la colocación de una lente convergente de distancia focal $f = 60.0 \text{ cm}$ en dos lugares entre el objeto y la pantalla, se puede formar en la pantalla una imagen nítida y real del objeto. En un lugar de la lente la imagen es más grande que el objeto, y en el otro, la imagen es más pequeña.
53. Un objeto de 1.00 cm de altura se coloca 4.00 cm a la izquierda de una lente convergente de distancia focal 8.00 cm. Una lente divergente de distancia focal -16.00 cm está 6.00 cm a la derecha de la lente convergente. Encuentre la posición y altura de la imagen final. ¿La imagen es invertida o vertical? ¿Real o virtual?

Sección 36.5 Aberraciones de las lentes

54. Las caras de una lente biconcava tienen radios de curvatura de 32.5 cm y 42.5 cm, respectivamente. El vidrio tiene un índice de refracción de 1.53 para la luz violeta y 1.51 para la luz roja. Para un objeto muy distante, localice y describa (a) la imagen formada con luz violeta y (b) la imagen formada con luz roja.
55. Dos rayos que se desplazan en paralelo al eje principal inciden sobre una gran lente plana convexa con un índice de refracción de 1.60 (figura P36.55). Si la cara convexa es esférica, un rayo que pase cerca del borde de la lente no pasa por el foco (se presenta aberración esférica). Suponga que esta cara tiene un radio de curvatura de $R = 20.0 \text{ cm}$ y que ambos rayos se encuentran a $h_1 = 0.500 \text{ cm}$ y $h_2 = 12.0 \text{ cm}$ del eje principal. Encuentre cuál es la diferencia

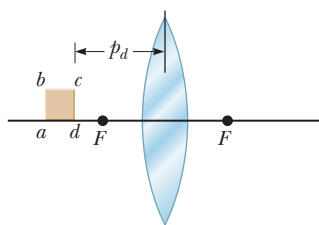


Figura P36.50

Δx en las posiciones en las cuales cada uno de ellos cruza el eje principal.

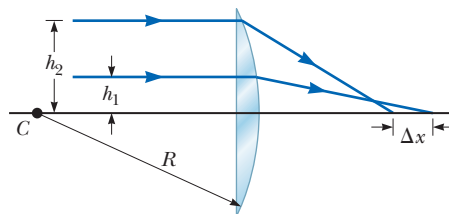


Figura P36.55

Sección 36.6 La cámara fotográfica

56. Una cámara se utiliza con una exposición correcta en $f/4$ y una velocidad de obturador de $\frac{1}{15} \text{ s}$. Además de los números f enumerados en la sección 36.6, esta cámara tiene números f de $f/1$, $f/1.4$ y $f/2$. Con el fin de fotografiar un sujeto en movimiento rápido, se modifica la velocidad del obturador a $\frac{1}{125} \text{ s}$. Determine el nuevo ajuste para el número f necesario para obtener una exposición correcta.
57. La figura 36.33 representa el diagrama de la sección transversal de una cámara, que tiene una lente simple de 65.0 mm de distancia focal, la cual sirve para formar una imagen en el CCD en la parte posterior de la cámara. Suponga que la posición de la lente ha sido ajustada para enfocar la imagen de un objeto distante. ¿Cuánto y en qué dirección debe moverse la lente para formar una imagen nítida de un objeto que está a 2.00 m de distancia?

Sección 36.7 El ojo

58. Una persona miope no puede ver objetos con claridad más allá de 25.0 cm (su punto distante). Si no tiene astigmatismo y se le prescriben lentes de contacto, ¿(a) de cuántas dioptrías y (b) qué tipo de lente se requiere para corregir su visión?
59. El punto cercano de los ojos de una persona es 60.0 cm. Para ver claramente los objetos a una distancia de 25.0 cm, ¿cuál debería ser (a) la distancia focal y (b) la potencia de la lente correctiva apropiada (ignore de la distancia de la lente al ojo).
60. Una persona que ve claramente lleva gafas que tienen una potencia de -4.00 dioptrías, cuando las lentes están 2.00 cm por delante de los ojos. (a) ¿Cuál es la distancia focal de la lente? (b) ¿La persona tiene miopía o hipermetropía? (c) Si la persona quiere cambiar a lentes de contacto que se colocan directamente en los ojos, ¿qué potencia de la lente debe ser prescrita?
61. Los límites de acomodación de los ojos en una persona miope son de 18.0 cm y 80.0 cm. Cuando usa sus anteojos, puede ver lejos con claridad. ¿A qué distancia mínima es capaz de ver los objetos claramente?
62. El punto cercano de un niño está a 10.0 cm, su punto lejano (con los ojos relajados) está a 125 cm. Cada lente del ojo está a 2.00 cm desde la retina. (a) ¿Entre qué límites, medidos en dioptrías, varía el poder de esta combinación lente-córnea? (b) Calcule la potencia de la lente de las gafas que el niño debe utilizar para la visión relajada a distancia. ¿La lente es convergente o divergente?
63. Una persona debe estar equipada con lentes bifocales. Puede ver claramente cuando el objeto está entre 30 cm

y 1.5 m de los ojos.

(a) Las partes superiores de las lentes bifocales (figura P36.63) deben diseñarse para que pueda ver claramente los objetos distantes. ¿Qué potencia deben tener? (b) Las partes inferiores de las lentes bifocales deben permitir que vea objetos situados a 25 cm en la parte frontal del ojo. ¿Qué potencia deben tener?

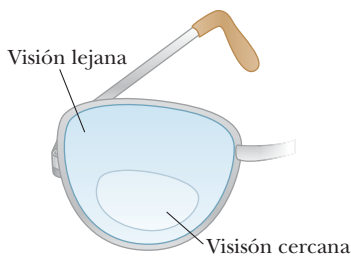


Figura P36.63

64. Un modelo simple del ojo ignora su lente por completo. La mayor parte de lo que el ojo hace es para que pase la luz en la superficie externa de la córnea transparente. Suponga que esta superficie tiene un radio de curvatura de 6.00 mm y que el globo ocular contiene sólo un fluido con un índice de refracción de 1.40. Demuestre que un objeto muy lejano será una imagen sobre la retina, 21.0 mm por detrás de la córnea. Describa la imagen.

65. Un paciente tiene un punto cercano de 45.0 cm y un punto lejano de 85.0 cm. (a) ¿Puede un solo par de gafas corregir la visión del paciente? Explique las opciones del paciente. (b) Calcule la potencia necesaria de la lente para corregir el punto cercano de manera que el paciente pueda ver objetos a 25.0 cm de distancia. Ignore la distancia ojo-lente. (c) Calcule la potencia necesaria de la lente para corregir el punto lejano del paciente, de nuevo ignore la distancia ojo-lente.

Sección 36.8 La lupa simple

66. Una lente con distancia focal de 5.00 cm se utiliza como lupa. (a) Para obtener el máximo aumento y una imagen que pueda ser vista claramente por el ojo normal, ¿dónde deberá colocarse el objeto? (b) ¿Cuál es el valor del aumento?

Sección 36.9 El microscopio compuesto

67. La distancia entre las lentes ocular y objetivo en un microscopio compuesto es de 23.0 cm. La distancia focal del ocular es de 2.50 cm y la del objetivo es de 0.400 cm. ¿Cuál es el aumento global del microscopio?

Sección 36.10 El telescopio

68. El telescopio de refracción del Observatorio Yerkes tiene una lente objetivo de 1.00 m de diámetro y una distancia focal de 20.0 m. Suponga que es utilizado con una lente ocular de 2.5 cm de distancia focal. (a) Determine el aumento del planeta Marte visto a través de este telescopio. (b) ¿Los casquetes polares de Marte están cabeza arriba o cabeza abajo?

69. Cierta telescopio, que tiene un espejo objetivo con una abertura de diámetro de 200 mm y una distancia focal de 2 000 mm, captura la imagen de una nebulosa sobre película fotográfica en su foco principal con un tiempo de exposición de 1.50 min. Para producir la misma energía luminosa por unidad de área sobre la película, ¿cuál es el tiempo de exposición requerido para fotografiar la misma nebulosa con un telescopio más pequeño, con un objetivo de 60.0 mm de diámetro y una distancia focal de 900 mm?

70. Los astrónomos con frecuencia toman fotografías utilizando sólo la lente objetivo o el espejo del telescopio, sin el ocular. (a) Demuestre que el tamaño de la imagen h' de este telescopio se conoce por la expresión $h' = fh/(f - p)$, donde h es el tamaño del objeto, f la distancia focal del objetivo y p la distancia al objeto. (b) ¿Qué pasaría si? Simplifique la expresión del inciso (a) para el caso en el cual la distancia del objeto es mucho más grande que la distancia focal del objetivo. (c) La “envergadura” de la Estación Espacial Internacional es de 108.6 m, que es el ancho total de la configuración de su panel solar. Determine el ancho de la imagen formada por un objetivo de telescopio con una distancia focal de 4.00 m cuando la estación orbita a una altitud de 407 km.

Problemas adicionales

71. La ecuación del fabricante de lentes se aplica a una lente sumergida en un líquido si n en la ecuación se sustituye por n_2/n_1 . En este caso n_2 se refiere al índice de refracción del material de la lente y n_1 es el del medio que rodea a la lente. (a) Cierta lente tiene distancia focal de 79.0 cm en aire e índice de refracción 1.55. Encuentre su distancia focal en agua. (b) Cierta espejo tiene distancia focal de 79.0 cm en aire. Encuentre su distancia focal en agua.

72. Un objeto real se ubica en el extremo cero de una regleta de medir. Un gran espejo cóncavo en la marca de 100 cm del extremo de la regleta forma una imagen del objeto en la posición de 70.0 cm. Un pequeño espejo convexo colocado en la marca de 20.0 cm forma una imagen final en el punto de 10.0 cm. ¿Cuál es el radio de curvatura del espejo convexo?

73. La distancia entre un objeto y su imagen vertical es de 20.0 cm. Si la amplificación es de 0.500, ¿cuál es la distancia focal de la lente que se utiliza para formar la imagen?

74. La distancia entre un objeto y su imagen vertical es d . Si el aumento es M , ¿cuál es la distancia focal de la lente que se utiliza para formar la imagen?

75. Una persona decide utilizar un viejo par de anteojos para hacer algunos instrumentos ópticos. Él sabe que el punto cercano de su ojo izquierdo está a 50.0 cm y el punto cercano de su ojo derecho está a 100 cm. (a) ¿Cuál es el aumento angular máximo que se puede producir en un telescopio? (b) Si se coloca los lentes a 10.0 cm de distancia, ¿cuál es el aumento global máximo que se puede producir en un microscopio? *Sugerencia:* vuelva a lo básico y use la ecuación de la lente delgada para resolver el inciso (b).

76. Se está diseñando un endoscopio para su uso dentro de una cavidad del cuerpo llena de aire. Una lente en el extremo del endoscopio formará una imagen cubriendo el extremo de un haz de fibras ópticas. Entonces, la imagen será llevada por las fibras ópticas a una lente ocular en el extremo exterior del fibroscopio. El radio del haz es de 1.00 mm. La escena dentro el cuerpo que ha de aparecer en la imagen llena un círculo de radio de 6.00 cm. La lente se encuentra a 5.00 cm de los tejidos que desea observar. (a) ¿A qué distancia del extremo del haz de fibra óptica debe situarse la lente? (b) ¿Cuál es la distancia focal de la lente que se requiere?

77. La lente y el espejo de la figura P36.77 están separados por $d = 1.00$ m y tienen distancias focales de $+80.0$ cm y -50.0 cm,

respectivamente. Un objeto se coloca a $p = 1.00$ m a la izquierda de la lente, como se muestra. (a) Ubique la imagen final, formada por la luz que pasa a través de la lente dos veces. (b) Determine el aumento global de la imagen y (c) establezca si la imagen es vertical o invertida.

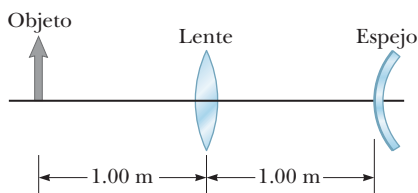


Figura P36.77

78. Dos lentes convergentes que tienen longitudes focales $f_1 = 10.0$ cm y $f_2 = 20.0$ cm se colocan separadas por una distancia $d = 50.0$ cm, como se muestra en la figura P36.78. La imagen debido a la luz que pasa a través de ambas lentes se encuentra entre las lentes en la posición $x = 31.0$ cm indicada. (a) ¿En qué valor de p el objeto debe situarse a la izquierda de la primera lente? (b) ¿Cuál es el aumento de la imagen final? (c) ¿La imagen final está en posición vertical o invertida? (d) ¿La imagen final es real o virtual?

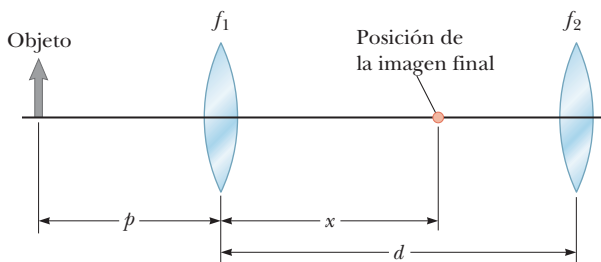


Figura P36.78

79. La figura P36.79 muestra un trozo de vidrio con un índice de refracción $n = 1.50$ rodeado de aire. Los extremos son hemisferios con radios $R_1 = 2.00$ cm y $R_2 = 4.00$ cm, y los centros de los extremos semiesféricos están separados por una distancia $d = 8.00$ cm. Un objeto puntual está en el aire, a una distancia $p = 1.00$ cm desde el extremo izquierdo del cristal. (a) Localice la imagen del objeto debido a la refracción en las dos superficies esféricas. (b) ¿La imagen final es real o virtual?

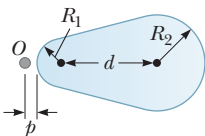


Figura P36.79

80. Un objeto está originalmente en la posición $x_i = 0$ cm de un metro de madera ubicado sobre el eje x . Una lente convergente de 26.0 cm de distancia focal está fija en la posición de 32.0 cm. Después el objeto se desliza gradualmente a la posición $x_f = 12.0$ cm. (a) Encuentre la posición x' de la imagen del objeto como función de la posición del objeto x . (b) Describa el patrón de movimiento de la imagen en referencia a una gráfica o una tabla de valores. (c) Conforme el objeto se mueve 12 cm hacia la derecha, ¿a qué distancia se mueve la imagen? (d) ¿En qué dirección o direcciones?

81. El objeto de la figura P36.81 está a la mitad entre la lente y el espejo, los cuales tienen una separación $d = 25.0$ m.

El radio de curvatura del espejo es de 20.0 cm y la lente tiene una distancia focal de -16.7 cm. (a) Considere únicamente la luz que emana del objeto y que se desplaza primero hacia el espejo, y localice la imagen final formada por este sistema. (b) ¿Esta imagen es real o virtual? (c) ¿Está vertical o invertida? (d) ¿Cuál es el aumento global?

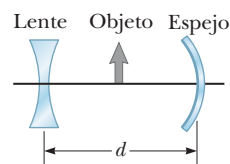


Figura P36.81

82. En muchas aplicaciones resulta necesario aumentar o disminuir el diámetro de un haz de rayos de luz paralelos. Este cambio se lleva a cabo con una combinación de lente convergente y lente divergente. Suponga que tiene una lente convergente con una distancia focal de 21.0 cm y una lente divergente de distancia focal de -12.0 cm. (a) ¿De qué manera puede organizar estas lentes para incrementar el diámetro de un haz de rayos paralelos? (b) ¿En qué factor se incrementará el diámetro?
83. **Problema de repaso.** Una foco de 3.20 cm de diámetro emite luz de manera uniforme en todas direcciones con una potencia de 4.50 W. (a) Determine la intensidad de la luz sobre la superficie del foco. (b) Halle la intensidad de la luz a 7.20 m de distancia del centro del foco. (c) A esta distancia de 7.20 m se coloca una lente con su eje apuntando hacia el foco. Esta lente tiene una cara circular de 15.0 cm de diámetro y una distancia focal de 35.0 cm. Determine el diámetro de la imagen del foco. (d) Determine la intensidad de la luz en la imagen.
84. Un rayo paralelo de luz entra en una semiesfera perpendicular a su cara plana, como se observa en la figura P36.84. La magnitud del radio es $R = 6.00$ cm y tiene un índice de refracción $n = 1.560$. Determine el punto en el cual está enfocado el haz (suponga que se trata de rayos paraxiales).

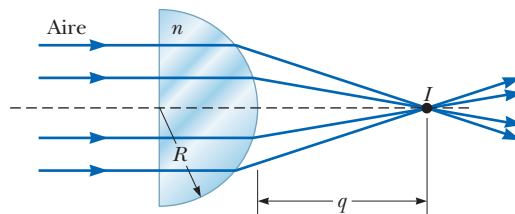


Figura P36.84

85. Dos lentes hechas a partir de vidrios de diferentes índices de refracción n_1 y n_2 se colocan juntas para formar lo que se conoce como un *doblete óptico*. Estos dobletes se utilizan a menudo para corregir aberraciones cromáticas en dispositivos ópticos. La primera lente tiene un lado plano y un lado cóncavo de radio de curvatura R . La segunda tiene dos lados convexos de radios de curvatura R . Demuestre que este doblete puede representarse como una lente única delgada con una distancia focal expresada por

$$\frac{1}{f} = \frac{2n_2 - n_1 - 1}{R}$$

86. ¿Por qué es imposible la siguiente situación? Considere la combinación de lente y espejo que se muestra en la figura P36.86 en la página 1132. La lente tiene una distancia focal $f_L = 0.200$ m y el espejo tiene una distancia focal

$f_M = 0.500$ m. El objetivo y el espejo se colocan separados por una distancia $d = 1.30$ m y un objeto se coloca en $p = 0.300$ m desde la lente. Al mover una pantalla a varias posiciones a la izquierda de la lente, un estudiante encuentra dos posiciones diferentes de la pantalla que producen una imagen nítida del objeto. Una de estas posiciones corresponde a la luz dejando el objeto y desplazándose a la izquierda a través de la lente. La otra posición corresponde a la luz que viaja a la derecha desde el objeto, se refleja desde el espejo y luego pasa a través de la lente.

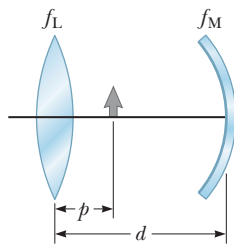


Figura P36.86
Problemas 86 y 97.

- 87.** Un objeto está colocado a 12.0 cm a la izquierda de una lente divergente con una distancia focal de -6.00 cm. Una lente convergente con una distancia focal de 12.0 cm se coloca a una distancia d a la derecha de la lente divergente. Encuentre la distancia d , de manera que la imagen final quede a la derecha en el infinito.
- 88.** Un objeto está colocado a una distancia p a la izquierda de una lente divergente con una distancia focal f_1 . Una lente convergente con una distancia focal f_2 se coloca a una distancia d a la derecha de la lente divergente. Encuentre la distancia d , de manera que la imagen final quede a la derecha en el infinito.
- 89.** Un observador a la derecha de la combinación espejo-lente que se muestra en la figura P36.89 (no a escala) ve dos imágenes reales que son del mismo tamaño y están en el mismo lugar. Una imagen está en posición vertical y la otra invertida. Ambas imágenes son 1.50 veces más grandes que el objeto. La lente tiene una distancia focal de 10.0 cm. El objetivo y el espejo están separados por 40.0 cm. Determine la distancia focal del espejo.

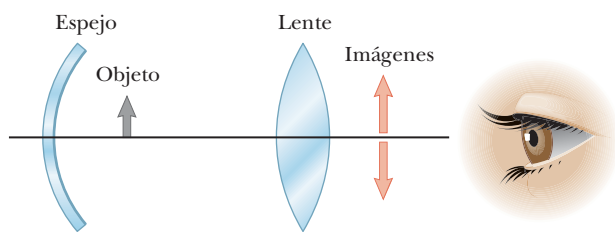


Figura P36.89

- 90.** En un cuarto oscuro, se coloca una vela encendida a 1.50 m de una pared blanca. Entre la vela y la pared se coloca una lente en una posición tal que se forma una imagen mayor e invertida sobre la pared. Cuando la lente está en esta posición, la distancia al objeto es p_1 . Cuando la lente se mueve 90.0 cm hacia la pared, se forma otra imagen. A partir de esta información, deseamos encontrar p_1 y la distancia focal de la lente. (a) A partir de la ecuación de la lente para la primera posición de la lente, escriba una ecuación que relacione la distancia focal f de la lente con la distancia al objeto p_1 , sin otras variables en la ecuación. (b) A partir de la ecuación para la segunda posición de la lente, escriba otra ecuación que relacione la distancia

focal f de la lente con la distancia al objeto p_1 . (c) Resuelva las ecuaciones en los incisos (a) y (b) al mismo tiempo para encontrar p_1 . (d) Utilice el valor del inciso (c) para encontrar la distancia focal f de la lente.

- 91.** El disco solar subtende un ángulo de 0.533° en la Tierra. ¿Cuál es (a) la posición y (b) el diámetro de la imagen solar formada por un espejo esférico cóncavo con un radio de curvatura de 3.00 m?
- 92.** Un objeto de 2.00 cm de alto se coloca a 40.0 cm a la izquierda de una lente convergente de distancia focal 30.0 cm. Una lente divergente con una distancia focal de -20.0 cm se coloca a 110 cm a la derecha de dicha lente. Determine (a) la posición y (b) la amplificación de la imagen final. (c) ¿La imagen está vertical o invertida? (d) **¿Qué pasaría si?** Repita los incisos (a) a (c) para el caso en que la segunda lente sea convergente con una distancia focal de 20.0 cm.

Problemas de desafío

- 93.** Suponga que en una ubicación en particular, la intensidad de la luz solar es de 1.00 kW/m². Es necesario apuntar hacia el Sol un espejo cóncavo muy reflejante si se desea producir una potencia de por lo menos 350 W en el punto imagen. (a) Suponga que el disco del Sol subtende un ángulo de 0.533° en la Tierra y determine el radio R_a requerido por el área de la cara circular del espejo. (b) Ahora suponga que la intensidad luminosa debe ser de por lo menos 120 kW/m² en la imagen. Determine la relación necesaria entre R_a y el radio de curvatura R del espejo.
- 94.** Un sistema de lentes zoom es una combinación de lentes que producen una amplificación variable que mantienen a la vez posiciones fijas del objeto y de la imagen. La amplificación se modifica moviendo una o más lentes a lo largo del eje. Aunque en la práctica se utilizan múltiples lentes para obtener imágenes de alta calidad, el efecto de acercamiento de un objeto se puede demostrar con un sistema simple de dos lentes. Sobre un banco de óptica se montan un objeto, dos lentes convergentes y una pantalla. La primera lente, que queda a la derecha del objeto, tiene una distancia focal $f_1 = 5.00$ cm y la segunda, que está a la derecha de la primera, tiene una distancia focal $f_2 = 10.0$ cm. La pantalla está a la derecha de la segunda lente. Inicialmente, el objeto se sitúa a una distancia de 7.50 cm a la izquierda de la primera lente, y la imagen que se forma en la pantalla tiene una amplificación de $+1.00$. (a) Determine la distancia entre el objeto y la pantalla. (b) Ahora se mueven ambas lentes a lo largo de su eje común hasta que la imagen formada en la pantalla tiene una amplificación de $+3.00$. Determine el desplazamiento de cada una de las lentes desde su posición inicial en el inciso (a). (c) ¿Es posible desplazar las lentes en más de una forma?
- 95.** La figura P36.95 muestra una lente convergente delgada para la cual los radios de curvatura son 9.00 cm y 11.0 cm. La lente está frente a un espejo esférico cóncavo que tiene un radio de curvatura $R = 8.00$ cm. Suponga que sus focos F_1 y F_2 están a 5.00 cm del centro de la lente. (a) Determine el índice de refracción del material. La lente y el espejo están separados 20.0 cm, y se coloca un objeto a 8.00 cm a la izquierda de la lente. Determine

(b) la posición de la imagen final y (c) su amplificación como la ve el ojo en la figura. (d) ¿La imagen final está invertida o vertical? Explique su respuesta.

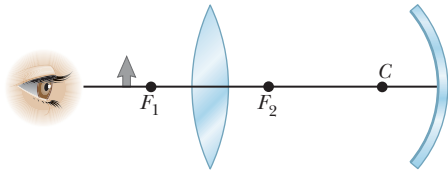


Figura P36.95

96. Se consigue una ilusión óptica de una fresa flotando mediante dos espejos parabólicos, cada uno de ellos con una distancia focal de 7.50 cm, uno frente al otro, de manera que sus centros quedan separados 7.50 cm, como se muestra en la figura P36.96. Si se coloca una fresa en el espejo inferior, se forma una imagen de la misma en el orificio pequeño que existe en el centro del espejo superior a 7.50 cm sobre el punto más bajo del espejo inferior. La posición del ojo en la figura 36.96a corresponde a la vista del aparato en la figura 36.96b. Considere la trayectoria luminosa marcada como A. La trayectoria marcada como B corresponde al ojo viendo la imagen de la fresa que se forma en la abertura en la parte superior de aparato. (a) Demuestre que la imagen final se forma en dicha posición y describa sus características. (b) Un efecto muy impactante se consigue si se hace brillar el haz de una linterna sobre esta imagen. Incluso en un ángulo muy inclinado, ¡parecería que el haz de luz incidente se refleja desde la imagen! Explique.

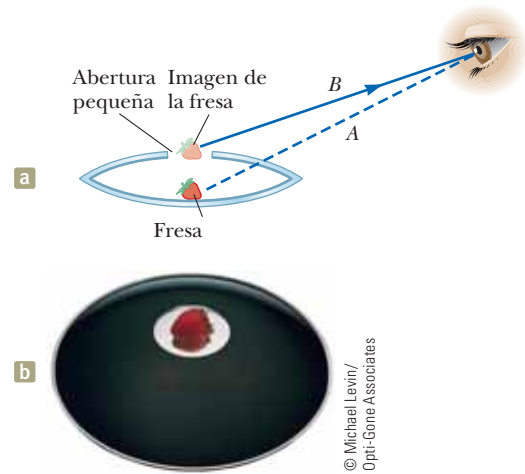


Figura P36.96

97. Considere el arreglo lente-espejo que se muestra en la figura P36.86. Hay dos posiciones finales de la imagen a la izquierda de la lente de distancia focal f_L . Una posición de la imagen se debe a la luz que viaja desde el objeto a la izquierda y pasa a través de la lente. La otra posición de la imagen se debe a la luz que viaja a la derecha desde el objeto, se refleja desde el espejo de distancia focal f_M y luego pasa a través de la lente. Para una posición p dada de un objeto entre la lente y el espejo, y que se mide con respecto a la lente, hay dos distancias de separación d entre la lente y el espejo que harán que las dos imágenes descritas arriba estén en la misma ubicación. Encuentre las dos posiciones.

- 37.1 Experimento de doble rendija de Young
- 37.2 Análisis de modelo: ondas en interferencia
- 37.3 Distribución de intensidad del patrón de interferencia de doble rendija
- 37.4 Cambio de fase debido a reflexión
- 37.5 Interferencia en películas delgadas
- 37.6 El interferómetro de Michelson



Los colores en muchas de las plumas de un colibrí no se deben al pigmento. La *iridiscencia* que provocan los colores refulgentes que con frecuencia aparecen en la garganta y pecho del ave se debe a un efecto de interferencia causado por las estructuras de las plumas. Los colores varían dependiendo del ángulo de vista. (Dec Hogan/Shutterstock.com)

En el capítulo 36 se estudiaron los rayos de luz que pasan a través de una lente o se reflejan desde un espejo para formar imágenes. Con este análisis concluye el estudio sobre la *óptica geométrica*. En este capítulo y en el 38 revisará la *óptica ondulatoria* u *óptica física*, esto es, la interferencia, difracción y polarización de la luz; estos fenómenos no se explican en forma adecuada con la óptica de rayos empleada en los capítulos 35 y 36. Aquí aprenderá cómo al tratar la luz como ondas y no como rayos, logra una descripción satisfactoria de estos fenómenos.

37.1 Experimento de doble rendija de Young

En el capítulo 18 estudió el modelo de interferencia de ondas y se dio cuenta de que la superposición de dos ondas mecánicas puede ser constructiva o destructiva. En la interferencia constructiva la amplitud de la onda resultante es mayor que una u otra onda individual, mientras que en la interferencia destructiva la amplitud resultante es menor que la onda más grande. Las ondas de luz también se interfieren entre ellas. Fundamentalmente, toda interferencia asociada con ondas de luz aparece cuando se combinan los campos electromagnéticos que constituyen las ondas individuales.

La interferencia en ondas de luz de dos fuentes fue demostrada primero por Thomas Young en 1801. En la figura 37.1a se ilustra un diagrama del aparato que utilizó Young. Las ondas planas llegan a una barrera que contiene dos rendijas paralelas S_1 y S_2 . La luz de S_1 y S_2 produce, en una pantalla, una configuración visible de bandas brillantes y oscuras paralelas llamadas **franjas** (figura 37.1b). Cuando la luz desde S_1 y desde S_2 llega a un punto tal en la pantalla que ocurre interferencia constructiva en ese lugar, aparece

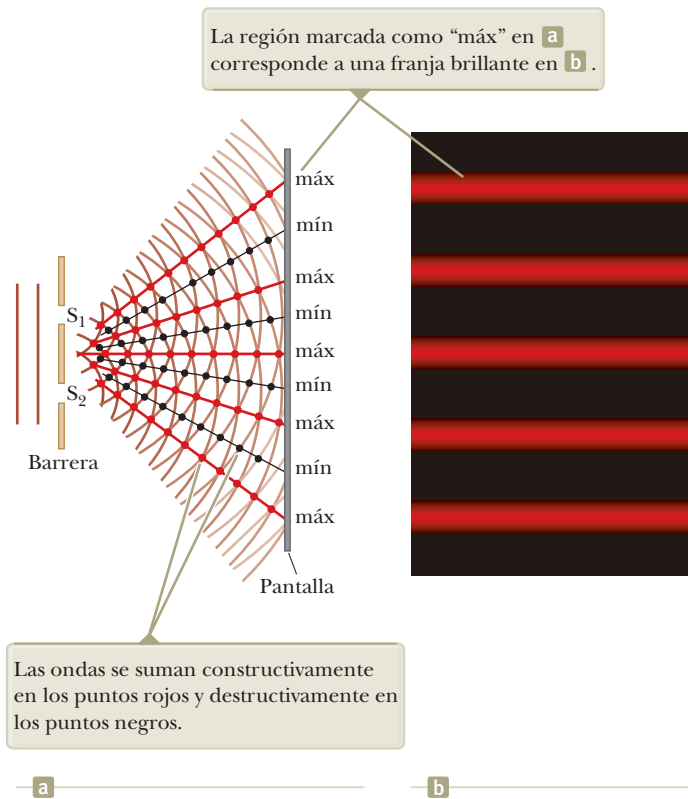


Figura 37.1 (a) Diagrama esquemático del experimento de doble rendija de Young. Las rendijas S_1 y S_2 se comportan como fuentes coherentes de ondas de luz que producen un patrón de interferencia en la pantalla (el dibujo no está a escala). (b) Simulación de una amplificación del centro de un patrón de franjas formado en la pantalla.

una franja brillante. Cuando la luz de las dos rendijas se combina destructivamente en cualquier lugar sobre la pantalla, resulta una franja oscura.

La figura 37.2 es la fotografía de una configuración con un patrón de interferencia producida por dos fuentes vibratorias coherentes sobre la superficie de un tanque de agua. Las regiones lineales de interferencia constructiva, como en A , y la interferencia destructiva, como en B , que irradian desde la zona comprendida entre las fuentes son análogas a las líneas de color rojo y negro en la figura 37.1a.

La figura 37.3 en la página 1136 muestra algunas de las formas en que dos ondas se pueden combinar en la pantalla. En la figura 37.3a las dos ondas, que salen de las dos rendijas en fase, inciden en la pantalla en el punto central O . Ya que ambas ondas recorren la misma distancia, llegan a O en fase. En consecuencia, se presenta interferencia constructiva en este lugar y se observa una franja brillante. En la figura 37.3b las dos ondas también inician en fase, pero en este caso la onda inferior tiene que recorrer una longitud de onda más que la onda superior para llegar al punto P . Ya que la onda infe-

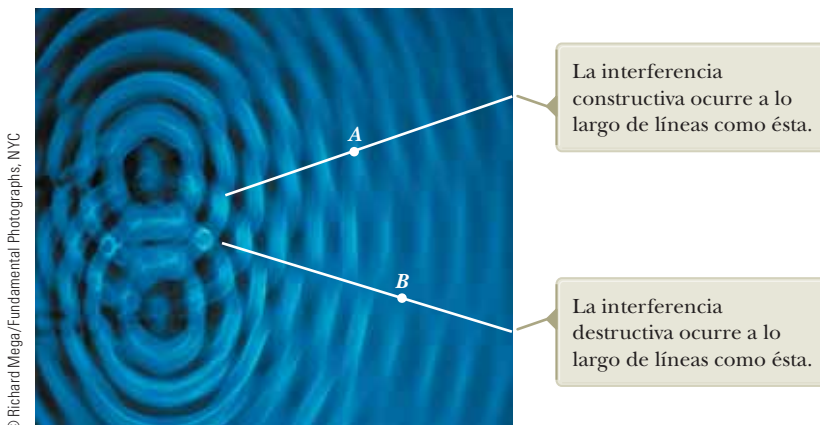
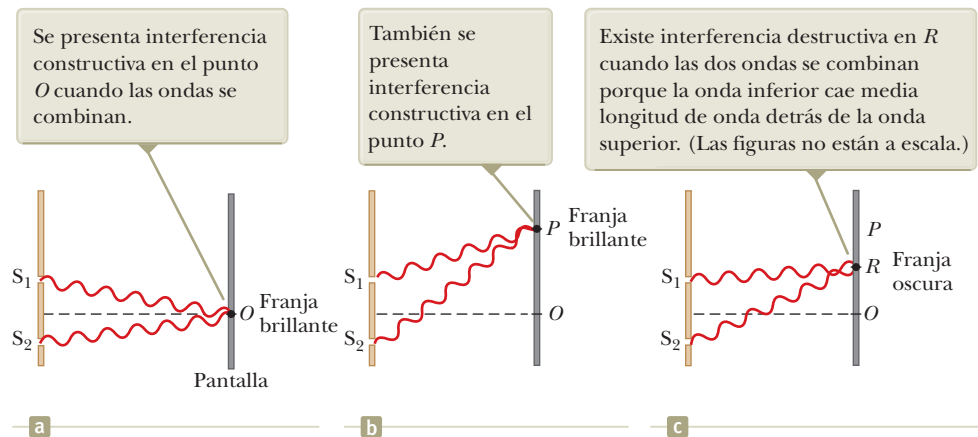


Figura 37.2 Se produce un patrón de interferencia que involucra ondas de agua mediante dos fuentes vibrantes en la superficie del agua.

Figura 37.3 Las ondas abandonan las rejillas y se combinan en varios puntos de la pantalla. (Las figuras no están a escala)



rior cae detrás de la superior en exactamente una longitud de onda, todavía llegan en fase en P , y aparece una segunda franja brillante en este lugar. De cualquier modo, en el punto R de la figura 37.3c, entre los puntos O y P , la onda inferior ha caído media longitud de onda detrás de la onda superior y un valle de la onda superior se traslapa con una cresta de la inferior, lo que da lugar a interferencia destructiva en el punto R . Por esta razón se observa una franja oscura en este lugar.

Si dos focos se colocan uno al lado del otro, no se observan efectos de interferencia porque las ondas de luz de cada uno se emiten independientemente de la otra. Las emisiones de los dos focos no mantienen una correspondencia de fase constante entre ellos con el tiempo. Las ondas de luz de una fuente ordinaria, como es un foco, se somete a cambio de fase aleatoria en intervalos menores a un nanosegundo. Por lo tanto, las condiciones para interferencia constructiva, interferencia destructiva o algún estado intermedio, se mantienen sólo durante estos intervalos de tiempo. Puesto que el ojo humano no puede seguir cambios tan rápidos, no se observan efectos de interferencia. Se dice que estas fuentes de luz son **incoherentes**.

Para observar interferencia en ondas de dos fuentes, se deben cumplir las siguientes condiciones:

Condiciones para interferencia ►

- Las fuentes deben ser **coherentes**, es decir, deben mantener una fase constante respecto de otra.
- Las fuentes deben ser **monocromáticas**, es decir, de una sola longitud de onda.

Por ejemplo, las ondas de sonido de una sola frecuencia emitidas por dos altavoces colocados uno al lado del otro y activados por un solo amplificador pueden interferir entre sí porque los dos altavoces son coherentes, es decir, responden al amplificador de la misma forma en el mismo tiempo.

Un método común para producir dos fuentes de luz coherentes consiste en usar una fuente monocromática para iluminar una barrera que contenga dos pequeñas aberturas, por lo general en forma de rendijas, como en el caso del experimento de Young ilustrado en la figura 37.1. La luz que sale de las dos rendijas es coherente porque una sola fuente produce el rayo de luz original y las dos rendijas sirven sólo para separar el rayo original en dos partes (que, después de todo, es lo que sucede con la señal de sonido desde los dos altavoces anteriores). Cualquier cambio aleatorio en la luz emitida por la fuente se presenta en ambos rayos al mismo tiempo y, en consecuencia, se observan efectos de interferencia cuando la luz de las dos rendijas llega a una pantalla de observación.

Si la luz se mueve sólo en su dirección original después de pasar por las rendijas, como se muestra en la figura 37.4a, las ondas no se traslapa y no se ve patrón de interferencia alguno. En lugar de ello, como se explicó en el análisis del principio de Huygens (sección 35.6), las ondas se extienden desde las rendijas, como se ve en la figura 37.4b. En otras palabras, la luz se desvía de una trayectoria recta y penetra en la región

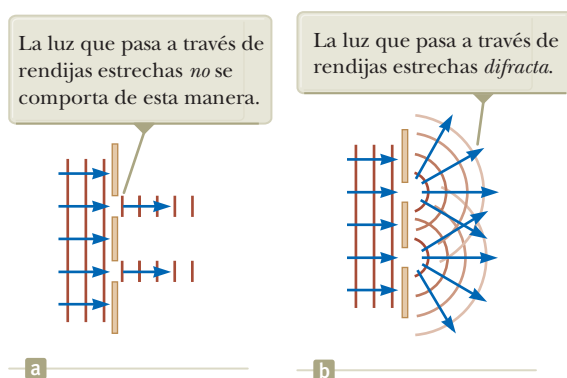


Figura 37.4 (a) Si las ondas de luz no se extendieran después de pasar por las rendijas, no ocurriría interferencia. (b) Las ondas de luz de las dos rendijas se traslapan cuando se extienden y llenan regiones sombreadas con luz y producen franjas de interferencia en una pantalla colocada a la derecha de las rendijas.

que de otro modo estaría sombreada. Como se observó en la sección 35.3, esta divergencia de luz a partir de su línea inicial de recorrido se denomina **difracción**.

37.2 Análisis de modelo: ondas en interferencia

En la sección 18.1 analizamos el principio de superposición de ondas en cuerdas, lo que lleva a una versión unidimensional de las ondas en el análisis de modelo de interferencia. En el ejemplo 18.1, en la página 537, discutimos brevemente un fenómeno de interferencia de dos dimensiones para el sonido de dos altavoces. Caminando desde el punto O al punto P en la figura 18.5, el oyente experimenta un máximo de intensidad de sonido en O y un mínimo en P . Esta experiencia es exactamente análoga a un observador que mira en el punto O en la figura 37.3 y ve una franja brillante y luego barre sus ojos hacia arriba al punto R , donde hay un mínimo en la intensidad de la luz.

Observe con más detalle la naturaleza bidimensional del experimento de Young con ayuda de la figura 37.5. La pantalla se coloca a una distancia perpendicular L de la barrera que contiene dos rendijas, S_1 y S_2 (figura 37.5a). Las rendijas están separadas por una distancia d y la fuente es monocromática. Para llegar a cualquier punto arbitrario P en la mitad superior de la pantalla, una onda de la rendija inferior debe recorrer más que una onda desde la rendija superior. Esta distancia extra se llama **diferencia de trayectoria** δ . Si supone que los rayos etiquetados r_1 y r_2 son paralelos (figura 37.5b), lo que es aproximadamente cierto si L es mucho mayor que d , entonces δ está dada por

$$\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta \quad (37.1)$$

El valor de δ determina si las dos ondas están en fase cuando llegan al punto P . Si δ es cero o algún entero múltiplo de la longitud de onda, las dos ondas están en fase en el

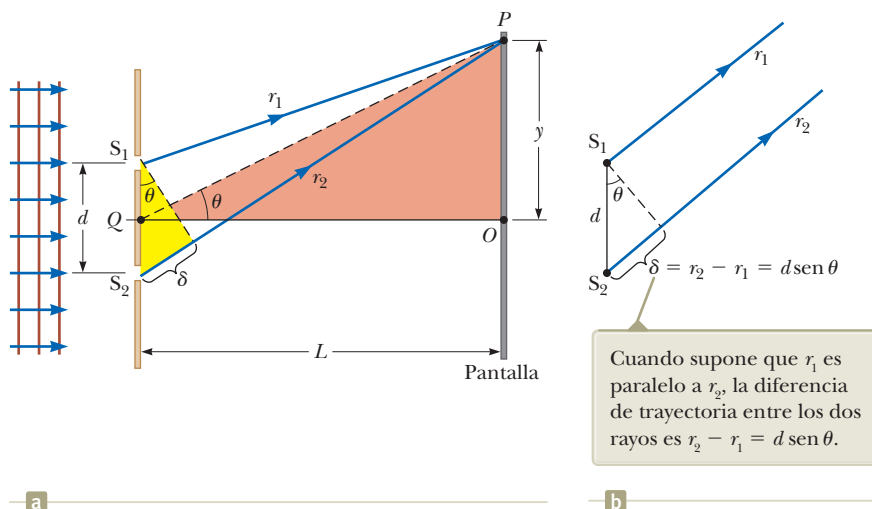


Figura 37.5 (a) Construcción geométrica para describir el experimento de doble rendija de Young (que no está a escala). (b) Las rendijas están representadas como fuentes, y se supone que los rayos que salen hacia el punto P son paralelos. Para que esta aproximación sea válida, es esencial que $L \gg d$.

punto P y se obtiene interferencia constructiva. Por lo tanto, la condición para franjas brillantes, o **interferencia constructiva**, en el punto P es

Condiciones para la interferencia constructiva ►

$$d \sin \theta_{\text{brillante}} = m\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (37.2)$$

El número m se denomina **número de orden**. Para la interferencia constructiva, el número de orden es el mismo que el de longitudes de onda que representa la diferencia de trayectoria entre las ondas desde las dos rendijas. La franja central brillante en $\theta_{\text{brillante}} = 0$ se llama *máximo de orden cero*. El primer máximo en cualquiera de los lados, donde $m = \pm 1$, se llama *máximo de primer orden*, y así sucesivamente.

Cuando δ es múltiplo impar de $\lambda/2$, las dos ondas que llega al punto P están 180° fuera de fase y dan lugar a una interferencia destructiva. Por lo tanto, la condición para franjas oscuras, o **interferencia destructiva**, en el punto P es

Condiciones para la interferencia destructiva ►

$$d \sin \theta_{\text{oscura}} = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (37.3)$$

Estas ecuaciones proporcionan las posiciones *angulares* de las franjas. También es útil obtener expresiones para las posiciones *lineales* observadas a lo largo de la pantalla desde O hasta P . A partir del triángulo OPQ de la figura 37.5a, se ve que

$$\tan \theta = \frac{y}{L} \quad (37.4)$$

Al usar este resultado, las posiciones lineales de las franjas brillante y oscura están dadas por

$$y_{\text{brillante}} = L \tan \theta_{\text{brillante}} \quad (37.5)$$

$$y_{\text{oscura}} = L \tan \theta_{\text{oscura}} \quad (37.6)$$

donde $\theta_{\text{brillante}}$ y θ_{oscura} están dadas por las ecuaciones 37.2 y 37.3.

Cuando los ángulos a las franjas son pequeños, las posiciones de las franjas son *lineales* cerca del centro del patrón. Esto se puede verificar observando que, para ángulos pequeños, $\tan \theta \approx \sin \theta$, de modo que la ecuación 37.5 da las posiciones de las franjas brillantes como $y_{\text{brillante}} = L \sin \theta_{\text{brillante}}$. Al incorporar la ecuación 37.2 se obtiene

$$y_{\text{brillante}} = L \frac{m\lambda}{d} \quad (\text{ángulos pequeños}) \quad (37.7)$$

Este resultado muestra que $y_{\text{brillante}}$ es lineal en el número de orden m , de modo que las franjas están igualmente espaciadas por ángulos pequeños. De manera similar, para las franjas oscuras

$$y_{\text{oscuras}} = L \frac{(m + \frac{1}{2})\lambda}{d} \quad (\text{ángulos pequeños}) \quad (37.8)$$

Como se demostró en el ejemplo 37.1, el experimento de la doble rendija de Young proporciona un método para medir la longitud de onda de la luz. De hecho, Young usó esta técnica para hacer precisamente esto. Además, su experimento dio al modelo ondulatorio de la luz una mayor credibilidad. No era concebible que las partículas de luz provenientes de las rendijas se pudieran cancelar mutuamente en una forma que explicara las franjas oscuras.

Los principios que se han explicado en esta sección son la base del análisis de modelo de **ondas en interferencia**. Este modelo se aplicó en el capítulo 18 a las ondas mecánicas en una dimensión. Aquí se ven los detalles de aplicar este modelo en tres dimensiones a la luz.

- Ejemplo rápido 37.1** De lo siguiente, ¿qué provoca que las franjas en un patrón de interferencia de dos rendijas se separen? (a) Reducir la longitud de onda de la luz, (b) reducir la distancia L de pantalla, (c) reducir la separación d de rendijas, o (d) sumergir en agua todo el aparato.

Análisis de modelo Ondas en interferencia

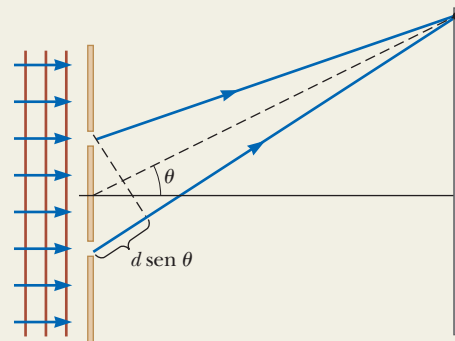
Imagine un amplio haz de luz que ilumina una rendija doble en un material de otro modo opaco. Un patrón de interferencia de franjas claras y oscuras se crea en una pantalla lejana. La condición para franjas brillantes (**interferencia constructiva**) es

$$d \sin \theta_{\text{brillante}} = m\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (37.3)$$

La condición para franjas oscuras (**interferencia destructiva**) es

$$d \sin \theta_{\text{oscura}} = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (37.3)$$

Al número m se le denomina **número de orden** de la franja.



Ejemplos:

- una fina capa de aceite en la parte superior del agua muestra remolinos de color (sección 37.5)
- los rayos X que pasan a través de un sólido cristalino para formar un patrón de Laue (capítulo 38)
- un interferómetro de Michelson (sección 37.6) utilizado para buscar el éter representa el medio a través del cual viaja la luz (capítulo 39)
- los electrones exhiben interferencia al igual que las ondas de luz que pasan a través de una doble rendija (capítulo 40)

Ejemplo 37.1 Medición de la longitud de onda de una fuente de luz AM

Una pantalla de visualización está separada de una doble rendija por 4.80 m. La distancia entre las dos rendijas es 0.030 0 mm. Hacia la doble rendija se dirige luz monocromática y forma una configuración de interferencia sobre la pantalla. La primera franja brillante está a 4.50 cm de la línea central sobre la pantalla.

(A) Determine la longitud de onda de la luz.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Estudie la figura 37.5 para asegurarse que entiende el fenómeno de la interferencia de ondas luminosas. En la figura 37.5 y está a una distancia de 4.50 cm. Debido a que $L \gg y$, los ángulos de las franjas son pequeños.

Categorizar Este problema es una aplicación sencilla del modelo de *ondas en interferencia*.

Analizar

Resuelva la ecuación 37.8 para la longitud de onda y sustituya valores numéricos con $m = 0$ para la primera franja oscura:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{y_{\text{oscura}} d}{(m + \frac{1}{2})L} = \frac{(4.50 \times 10^{-2} \text{ m})(3.00 \times 10^{-5} \text{ m})}{(0 + \frac{1}{2})(4.80 \text{ m})} \\ &= 5.62 \times 10^{-7} \text{ m} = \boxed{562 \text{ nm}} \end{aligned}$$

(B) Calcule la distancia entre franjas brillantes adyacentes.

SOLUCIÓN

Encuentre la distancia entre franjas brillantes adyacentes a partir de la ecuación 37.7 y los resultados de la parte (A):

$$\begin{aligned} y_{m+1} - y_m &= L \frac{(m+1)\lambda}{d} - L \frac{m\lambda}{d} \\ &= L \frac{\lambda}{d} = 4.80 \text{ m} \left(\frac{5.62 \times 10^{-7} \text{ m}}{3.00 \times 10^{-5} \text{ m}} \right) \\ &= 9.00 \times 10^{-2} \text{ m} = \boxed{9.00 \text{ cm}} \end{aligned}$$

Finalizar Para practicar, determine la longitud de onda del sonido del ejemplo 18.1 usando el procedimiento de la parte (A) de este ejemplo.

Ejemplo 37.2 Separación de dos longitudes de onda en doble rendija **AM**

Una fuente de luz emite luz visible de dos longitudes de onda: $\lambda = 430 \text{ nm}$ y $\lambda' = 510 \text{ nm}$. La fuente se usa en un experimento de interferencia de doble rendija en el que $L = 1.50 \text{ m}$ y $d = 0.0250 \text{ mm}$. Encuentre la distancia de separación entre las franjas brillantes de tercer orden para las dos longitudes de onda.

SOLUCIÓN

Conceptualizar En la figura 37.5a imagine que la luz de dos longitudes de onda incide en las rendijas y forma dos configuraciones de interferencia sobre la pantalla. En algunos puntos, las franjas de los dos colores pueden traslaparse, pero en la mayoría de los puntos no.

Categorizar Este problema es una aplicación de la representación matemática del análisis de modelo de *ondas en interferencia*.

Analizar Use la ecuación 37.7 para encontrar las posiciones de franja correspondientes a estas dos longitudes de onda y réstelas:

Sustituya valores numéricos:

$$\begin{aligned}\Delta y &= y'_{\text{brillante}} - y_{\text{brillante}} = L \frac{m\lambda'}{d} - L \frac{m\lambda}{d} = \frac{Lm}{d} (\lambda' - \lambda) \\ \Delta y &= \frac{(1.50 \text{ m})(3)}{0.0250 \times 10^{-3} \text{ m}} (510 \times 10^{-9} \text{ m} - 430 \times 10^{-9} \text{ m}) \\ &= 0.0144 \text{ m} = 1.44 \text{ cm}\end{aligned}$$

Finalizar Explore más detalles del patrón de interferencia en el siguiente **¿Qué pasaría si?**

¿QUÉ PASARÍA SI? ¿Y si se examina todo el patrón de interferencia debido a las dos longitudes de onda y se observa traslape de franjas? ¿Habrá algunas ubicaciones en la pantalla donde las franjas brillantes de las dos longitudes de onda se traslapen exactamente?

Respuesta Encuentre tales ubicaciones al igualar la ubicación de cualquier franja brillante debida a λ , a una debida a λ' , con la ecuación 37.7:

$$L \frac{m\lambda}{d} = L \frac{m'\lambda'}{d} \rightarrow \frac{m'}{m} = \frac{\lambda}{\lambda'}$$

Sustituya las longitudes de onda:

$$\frac{m'}{m} = \frac{430 \text{ nm}}{510 \text{ nm}} = \frac{43}{51}$$

Por lo tanto, la 51a. franja de la luz de 430 nm se traslapa con la 43a. franja de la luz de 510 nm .

Use la ecuación 37.7 para encontrar el valor de y para estas franjas:

$$y = (1.50 \text{ m}) \left[\frac{51(430 \times 10^{-9} \text{ m})}{0.0250 \times 10^{-3} \text{ m}} \right] = 1.32 \text{ m}$$

Este valor de y es comparable con L , así que la aproximación de ángulo pequeño aplicada a la ecuación 37.7 *no* es válida. Esta conclusión sugiere que no se debe esperar que la ecuación 37.7 dé el resultado correcto. Si usa la ecuación 37.5, puede demostrar que las franjas brillantes de hecho se traslapan cuando se satisface la misma condición, $m'/m = \lambda/\lambda'$ (véase el problema 48). Por tanto, la 51a. franja de la luz de 430 nm se traslapa con la 43a. franja de la luz de 510 nm , pero no en la ubicación de 1.32 m . Se le pide encontrar la ubicación correcta como parte del problema 48.

37.3 Distribución de intensidad del patrón de interferencia de doble rendija

Observe que los bordes de las franjas brillantes de la figura 37.1b no son nítidos; hay un cambio gradual de brillante a oscuro. Hasta este punto se han explicado las ubicaciones de los centros de las franjas brillantes y oscuras en una pantalla distante. Ahora veamos la intensidad de la luz en otros puntos entre las posiciones de máxima interferencia constructiva y destructiva. En otras palabras, calcule ahora la distribución de intensidad de luz asociada con el patrón de interferencia de doble rendija.

De nuevo suponga que las dos rendijas representan fuentes coherentes de ondas sinusoidales, de modo que las dos ondas que salen de las rendijas tienen la misma frecuencia

angular ω y están en fase. La magnitud total del campo eléctrico en el punto P en la pantalla en la figura 37.5 es la superposición de las dos ondas. Si supone que las dos ondas tienen la misma amplitud E_0 , escriba la magnitud del campo eléctrico en el punto P debido a cada onda por separado como

$$E_1 = E_0 \sin \omega t \quad \text{y} \quad E_2 = E_0 \sin (\omega t + \phi) \quad (37.9)$$

Aunque las ondas están en fase en las rendijas, su diferencia de fase ϕ en P depende de la diferencia de trayectoria $\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta$. Una diferencia de trayectoria de λ (para interferencia constructiva) corresponde a una diferencia de fase de 2π rad. Una diferencia de trayectoria de δ es la misma fracción de λ que la diferencia de fase ϕ lo es de 2π . La expresión matemática es

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{\phi}{2\pi}$$

que da

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta \quad (37.10) \quad \blacktriangleleft \text{Diferencia de fase}$$

Esta ecuación muestra cómo la diferencia de fase ϕ depende del ángulo θ en la figura 37.5.

Si usa el principio de superposición y la ecuación 37.9, obtiene la siguiente expresión para la magnitud del campo eléctrico resultante en el punto P :

$$E_P = E_1 + E_2 = E_0 [\sin \omega t + \sin (\omega t + \phi)] \quad (37.11)$$

Para simplificar esta expresión, aplique la identidad trigonométrica

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \left(\frac{A+B}{2} \right) \cos \left(\frac{A-B}{2} \right)$$

Considerando $A = \omega t + \phi$ y $B = \omega t$, escriba la ecuación 37.11 en la forma

$$E_P = 2E_0 \cos \left(\frac{\phi}{2} \right) \sin \left(\omega t + \frac{\phi}{2} \right) \quad (37.12)$$

Este resultado indica que el campo eléctrico en el punto P tiene la misma frecuencia ω que la luz en las rendijas, pero que la amplitud del campo se multiplica por el factor $2 \cos (\phi/2)$. Para comprobar la consistencia de este resultado, observe que si $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$, la magnitud del campo eléctrico en el punto P es $2E_0$, lo que corresponde a la condición para una interferencia constructiva máxima. Estos valores de ϕ son consistentes con la ecuación 37.2 para la interferencia constructiva. Del mismo modo, si $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$, la magnitud del campo eléctrico en el punto P es cero; consistente con la ecuación 37.3 para la interferencia destructiva total.

Por último, para obtener una expresión para la intensidad de luz en el punto P , recuerde de la sección 34.4 que la intensidad de una onda es proporcional al cuadrado de la magnitud del campo eléctrico resultante en ese punto (ecuación 34.24). Con la ecuación 37.12, por lo tanto, exprese la intensidad de luz en el punto P como

$$I \propto E_P^2 = 4E_0^2 \cos^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) \sin^2 \left(\omega t + \frac{\phi}{2} \right)$$

Casi todos los instrumentos que detectan luz miden la intensidad de luz promediada en el tiempo, y el valor promedio en el tiempo de $\sin^2 (\omega t + \phi/2)$ en un ciclo es $\frac{1}{2}$. (Véase la figura 33.5.) Por lo tanto, el promedio de intensidad de luz en el punto P se escribe

$$I = I_{\text{máx}} \cos^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) \quad (37.13)$$

donde $I_{\text{máx}}$ es la intensidad máxima en la pantalla y la expresión representa el tiempo promedio. Al sustituir el valor de ϕ dado por la ecuación 37.10 en esta expresión, se obtiene

$$I = I_{\text{máx}} \cos^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \quad (37.14)$$

Alternativamente, ya que $\sin \theta \approx y/L$ para pequeños valores de θ en la figura 37.5, puede escribir la ecuación 37.14 en la forma

$$I = I_{\text{máx}} \cos^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda L} y \right) \quad (\text{ángulos pequeños}) \quad (37.15)$$

La interferencia constructiva, que produce intensidad de luz máxima, se presenta cuando la cantidad $\pi dy/\lambda L$ es una integral múltiple de π , correspondiente a $y = (\lambda L/d)m$, donde m es el número de orden. Esto es consistente con la ecuación 37.7.

En la figura 37.6 se presenta una gráfica de intensidad de luz en función de $d \sin \theta$. El patrón de interferencia está formado por franjas igualmente espaciadas de la misma intensidad.

La figura 37.7 muestra gráficas similares de intensidad luminosa en función de $d \sin \theta$ para luz que pasa a través de varias rendijas. Para más de dos rendijas, se deben agregar juntas más magnitudes de campo eléctrico que los dos de la ecuación 37.9. En este caso, la configuración contiene máximos primario y secundario. Para tres rendijas, note que los máximos primarios son nueve veces más intensos que los máximos secundarios medidos por la altura de la curva, porque la intensidad varía como E^2 . Para N rendijas, la intensidad de los máximos primarios es N^2 veces mayor que la debida a una sola rendija. Conforme el número de rendijas aumenta, los máximos primarios aumentan en intensidad y se vuelven más estrechos, mientras que los máximos secundarios disminuyen en intensidad en relación con los máximos primarios. La figura 37.7 también muestra que, conforme aumenta el número de rendijas, también aumenta el número de máximos secundarios. De hecho, el número de máximos secundarios siempre es $N - 2$, donde N es el número de rendijas. En la sección 38.4 se investigará la configuración para un número muy grande de rendijas, en un dispositivo llamado *rejilla de difracción*.

Examen rápido 37.2 Con la figura 37.7 como modelo, bosqueje el patrón de interferencia de seis rendijas.

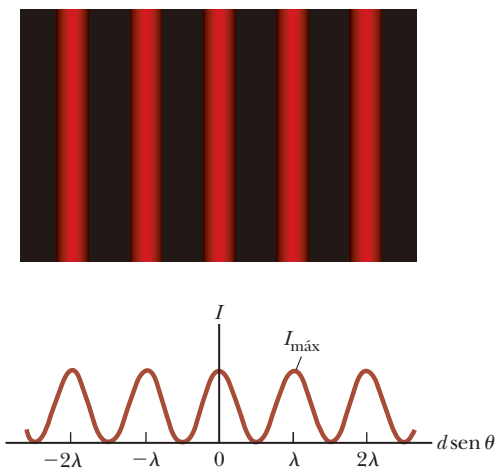


Figura 37.6 Intensidad de luz en función de $d \sin \theta$ para un patrón de interferencia de doble rendija cuando la pantalla está lejos de las dos rendijas ($L \gg d$).

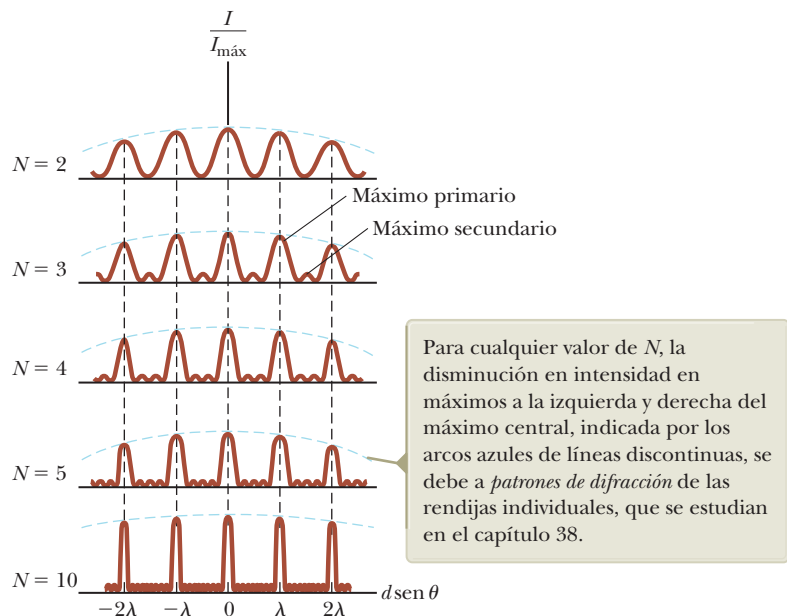


Figura 37.7 Configuraciones de interferencia de varias rendijas. Cuando aumenta N , el número de rendijas, los máximos primarios (los picos más altos de cada gráfica) se vuelven más angostos pero permanecen fijos en posición y aumenta el número de máximos secundarios.

37.4 Cambio de fase debido a reflexión

El método de Young para producir dos fuentes de luz coherente consiste en iluminar un par de rendijas con una sola fuente. Otro montaje sencillo, pero ingenioso, para producir una configuración de interferencia con una sola fuente de luz se conoce como *espejo de Lloyd*¹ (figura 37.8). Se coloca una fuente puntual de luz en el punto S cerca de un espejo, así como una pantalla a cierta distancia y perpendicular a éste. Las ondas de luz pueden llegar al punto P en la pantalla ya sea directamente de S a P o por la ruta que implica reflexión desde el espejo. El rayo reflejado puede considerarse un rayo originado por una fuente virtual en el punto S', por lo que este montaje es como una fuente de doble rendija donde la distancia d entre las fuentes S y S' en la figura 37.8 es comparable con la longitud d en la figura 37.5. Por tanto, en los puntos de observación lejos de la fuente ($L \gg d$) se esperan ondas desde S y S' para formar una configuración de interferencia exactamente parecida a la que se forma por dos fuentes coherentes reales. Se ve en realidad una configuración de interferencia, pero las posiciones de las franjas oscuras y brillantes están invertidas respecto a la configuración producida por dos fuentes coherentes reales (experimento de Young). Esto sólo puede presentarse si las fuentes coherentes en los puntos S y S' difieren en fase en 180° .

Para ilustrar esto con más detalle, considere el punto P', el punto en el cual el espejo se cruza con la pantalla. Este punto está equidistante de los puntos S y S'. Si la diferencia de trayectoria fuera la única responsable de la diferencia de fase, habría una franja brillante en el punto P' (porque la diferencia de trayectoria es cero para este punto), que corresponde a la franja brillante central de la configuración de interferencia de dos rendijas. En lugar de ello aparece una franja oscura en el punto P', por lo que es necesario que se produzca un cambio de fase de 180° por la reflexión desde el espejo. En general, una onda electromagnética se somete a un cambio de fase de 180° al reflejarse desde un medio que tiene un índice de refracción mayor que aquel en el que la onda se propaga.

Es útil representar la analogía entre las ondas de luz reflejadas y las reflexiones de un pulso transversal de onda en una cuerda estirada (sección 16.4). El pulso reflejado en una cuerda se somete a un cambio de fase de 180° cuando se refleja desde la frontera de un medio más denso, pero no se presenta cambio de fase alguno cuando el pulso se refleja desde la frontera de un medio menos denso. Del mismo modo, una onda electromagnética se somete a un cambio de fase de 180° cuando se refleja desde una frontera que lleva a un medio ópticamente más denso (definido como un medio con un índice de refracción más alto), pero no se presenta cambio de fase cuando la onda se refleja desde una frontera que lleva a un medio menos denso. Estas reglas, resumidas en la figura 37.9, se pueden deducir de las ecuaciones de Maxwell, pero el tratamiento está fuera del alcance de este texto.

Un patrón de interferencia se produce en el punto P en la pantalla como resultado de la combinación del rayo directo (rojo) y el rayo reflejado (azul).

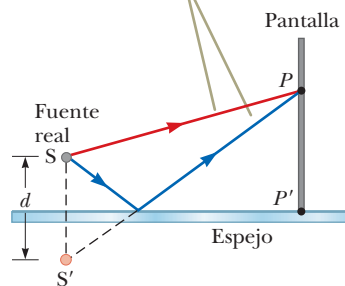


Figura 37.8 Espejo de Lloyd. El rayo reflejado se somete a un cambio de fase de 180° .

Para $n_1 < n_2$, un rayo de luz se propaga en el medio 1 cuando se refleja desde una superficie del medio 2 sometido a un cambio de fase de 180° .

Lo mismo pasa con un pulso reflejado que se propaga a lo largo de una cuerda fija en un extremo.

Para $n_1 > n_2$, un rayo de luz que se propaga en el medio 1 no se somete a cambio de fase cuando se refleja desde la superficie del medio 2.

Lo mismo es cierto para un pulso de onda reflejado en una cuerda cuyo extremo de soporte es libre de moverse.



Figura 37.9 Comparaciones de las reflexiones de las ondas de luz y de las ondas en cuerdas.

¹Creado en 1834 por Humphrey Lloyd (1800-1881), profesor de Filosofía Natural y Experimental, Trinity College, Dublín.

37.5 Interferencia en películas delgadas

Los efectos de interferencia se observan por lo general en películas delgadas, por ejemplo en capas finas de petróleo sobre agua o en la delgada superficie de una burbuja de jabón. Los diversos colores que se observan cuando incide luz blanca sobre estas películas resultan por la interferencia de ondas que se reflejan desde las dos superficies de la película.

Considere una película de grosor uniforme t e índice de refracción n , como se muestra en la figura 37.10. Suponga que los rayos de luz que se propagan en el aire son casi normales a las dos superficies de la película. La longitud de onda de luz λ_n en la película (véase la sección 35.5) es

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$$

donde λ es la longitud de onda de la luz en espacio libre y n es el índice de refracción del material de la película. Suponga que los rayos de luz que se desplazan en el aire están muy cerca de la normal a las dos superficies de la película, como se muestra en la figura 37.10.

El rayo reflejado 1, que se refleja desde la superficie superior (A) en la figura 37.10, se somete a un cambio de fase de 180° respecto a la onda incidente. El rayo reflejado 2, que se refleja desde la superficie inferior de la película (B), no pasa por el cambio de fase porque se refleja desde un medio (aire) que tiene un índice de refracción menor. Por lo tanto, el rayo 1 está 180° fuera de fase en relación con el rayo 2, que es equivalente a una diferencia de trayectoria de $\lambda_n/2$. No obstante, también debe considerar que el rayo 2 se desplaza una distancia extra $2t$ antes que las ondas se recombinen en el aire sobre la superficie A. (Recuerde que considera rayos de luz que están cerca de la normal a la superficie. Si los rayos no estuvieran cerca de la normal, la diferencia de trayectoria sería mayor a $2t$.) Si $2t = \lambda_n/2$, entonces los rayos 1 y 2 se recombinan en fase, y el resultado es interferencia constructiva. En general, la condición para la interferencia *constructiva* en películas delgadas es²

$$2t = (m + \frac{1}{2})\lambda_n \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (37.16)$$

Esta condición toma en cuenta dos factores: (1) la diferencia en la distancia de trayectoria para los dos rayos (el término $m\lambda_n$) y (2) el cambio de fase de 180° por reflexión (el término $\frac{1}{2}\lambda_n$). Como $\lambda_n = \lambda/n$, podemos escribir la ecuación 37.16 como

$$2nt = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (37.17)$$

Si la distancia extra $2t$ recorrida por el rayo 2 corresponde a un múltiplo de λ_n , las dos ondas se combinan fuera de fase y el resultado es interferencia destructiva. La ecuación general para la interferencia *destructiva* en películas delgadas es

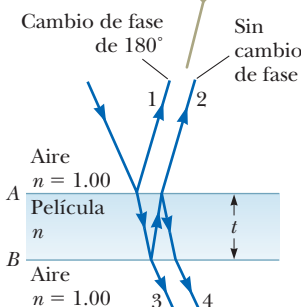
$$2nt = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (37.18)$$

Las condiciones anteriores son válidas para las interferencias constructiva y destructiva cuando el medio que está por encima de la superficie superior de la película es el mismo que el medio por debajo de la superficie inferior o, si existen medios diferentes arriba y abajo de la película, el índice de refracción de ambos es menor a n . Si la película se coloca entre dos medios diferentes, uno con $n < n_{\text{película}}$ y el otro con $n > n_{\text{película}}$, las condiciones para las interferencias constructiva y destructiva se invierten. En este caso, o bien existe un cambio de fase de 180° para el rayo 1 que se refleja desde la superficie A y el rayo 2 que se refleja desde la superficie B, o bien no existe cambio de fase para ninguno de ellos; por tanto, el cambio neto en fase relativa debido a las reflexiones es cero.

Los rayos 3 y 4 de la figura 37.10 llevan a efectos de interferencia en la luz transmitida a través de la película delgada. El análisis de estos efectos es semejante al de la luz reflejada. Explore la luz transmitida en los problemas 35, 36 y 38.

Ejercicio rápido 37.3 Un portaobjetos de microscopio se coloca encima de otro con sus bordes izquierdos en contacto y un cabello humano bajo el borde derecho del portaobjetos superior. En consecuencia, existe una cuña de aire entre los portaobjetos. Cuando se hace incidir luz monocromática en la cuña se genera una configuración de interferencia. ¿Qué hay en los bordes izquierdos de los portaobjetos? (a) Una franja oscura, (b) una franja brillante o (c) imposible de determinar.

La interferencia en la luz reflejada desde una película delgada se debe a una combinación de los rayos 1 y 2 reflejados desde las superficies superior e inferior de la película.



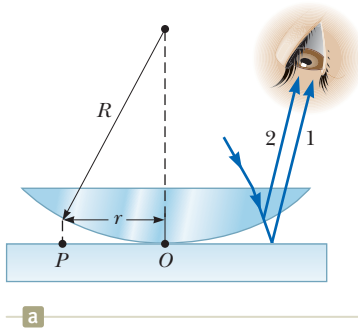
Los rayos 3 y 4 provocan efectos de interferencia para la luz que se transmite a través de la película.

Figura 37.10 Trayectorias de la luz a través de una película delgada.

Prevención de riesgos ocultos 37.1

Tenga cuidado con películas delgadas Cerciérese de incluir *ambos* efectos —distancia de trayectoria y cambio de fase— cuando analice una configuración de interferencia que resulte de una película delgada. El posible cambio de fase es una característica nueva que no había necesitado considerar para la interferencia de doble rendija. También piense acerca del material presente en ambos lados de la película. Puede haber situaciones en las que exista un cambio de fase de 180° en *ambas* superficies o en *ninguna* superficie, dependiendo de si hay diferentes materiales en cualquier lado de la película.

²El efecto completo de la interferencia en una película delgada exige el análisis de un número infinito de reflexiones en uno y otro sentidos entre las superficies superior e inferior de la película. En este caso se concentra únicamente en una reflexión sencilla desde la parte inferior de la película, que da la contribución máxima al efecto de interferencia.



Cortesía de Bausch and Lomb

Figura 37.11 (a) La combinación de rayos reflejados desde la placa plana y la superficie curva de la lente da lugar a una configuración de interferencia conocida como anillos de Newton. (b) Fotografía de anillos de Newton.

Anillos de Newton

Otro método para observar interferencia en ondas de luz es colocar una lente plana-convexa en la parte superior de una superficie plana de vidrio, como se indica en la figura 37.11a. Con este arreglo, la película de aire entre las superficies de vidrio varía en grosor desde cero en el punto de contacto hasta algún valor t en el punto P . Si el radio de curvatura R de la lente es mucho mayor que la distancia r , y si el sistema se ve desde arriba, se puede observar una configuración de anillos luminosos y oscuros, como en la figura 37.11b. Estas franjas circulares, descubiertas por Newton, se denominan **anillos de Newton**.

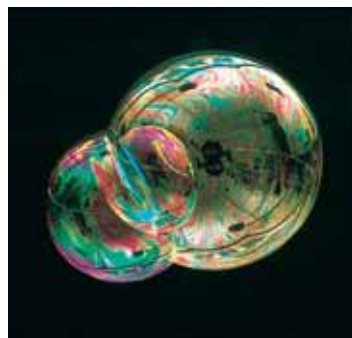
El efecto de interferencia se debe a la combinación del rayo 1, reflejado desde la placa plana, con el rayo 2, reflejado desde la superficie curva de la lente. El rayo 1 pasa por un cambio de fase de 180° al reflejarse (porque se refleja desde un medio con un índice de refracción más alto), mientras que el rayo 2 no pasa por cambio de fase (porque se refleja desde un medio con un índice refractivo más bajo). En consecuencia, las condiciones para las interferencias constructiva y destructiva están dadas por las ecuaciones 37.17 y 37.18, respectivamente, con $n = 1$ porque la película es el aire. El punto de contacto en O es oscuro, como se ve en la figura 37.11b, porque no hay diferencia de trayectoria y el cambio total de fase se debe al cambio de fase de 180° por la reflexión.

Con el uso de la geometría, como se ilustra en la figura 37.11a, se obtienen expresiones para los radios de bandas brillantes y oscuras en términos del radio de curvatura R y la longitud de onda λ . Por ejemplo, los anillos oscuros tienen radios determinados por la expresión $r \approx \sqrt{m\lambda R/n}$. Para conocer los detalles, se le deja el problema 66 para que lo resuelva. Es posible calcular la longitud de onda de la luz que causa la configuración de interferencia si mide los radios de los anillos, siempre que R se conozca. A la inversa, use una longitud de onda conocida para obtener R .

Un uso importante de los anillos de Newton está en la prueba de lentes ópticas. Se obtiene una configuración circular como la de la figura 37.11b sólo cuando las lentes están esmeriladas a una curvatura perfectamente simétrica. Variaciones desde esta simetría podrían producir una configuración con franjas que varían desde una forma circular uniforme. Estas variaciones indican cómo es que deben volver a esmerilarse y pulirse las lentes para eliminar imperfecciones.



Peter A. Brachman/Photo Researchers, Inc.



Dr. Jeremy Burgess/Science Photo Library/Photo Researchers, Inc.

(a) Una película delgada de petróleo sobre agua muestra interferencia, como se observa en la configuración de colores cuando se hace incidir luz blanca sobre la película. Variaciones en el grosor de la película producen una interesante configuración de colores. La hoja de afeitar da una idea del tamaño de las franjas de colores. (b) Interferencia en burbujas de jabón. Los colores se deben a la interferencia entre rayos de luz reflejados desde las superficies anterior y posterior de la delgada película de jabón que da lugar a la burbuja. El color depende del grosor de la película, que va de negro donde la película es más delgada hasta magenta donde es más gruesa.

Estrategia para resolución de problemas Interferencia de película delgada

Cuando trabaje con problemas de interferencia de película delgada, debe tener en mente las siguientes características.

1. Conceptualizar. Piense qué ocurre físicamente en el problema. Identifique la fuente de luz y la posición del observador.

2. Categorizar. Confirme que debe usar las técnicas para interferencia de película delgada al identificar la película delgada causante de la interferencia.

3. Analizar. El tipo de interferencia que se presenta se determina mediante la relación de fase entre la porción de la onda reflejada en la superficie superior de la película y la porción reflejada en la superficie inferior. Las diferencias de fase entre las dos porciones de la onda tienen dos causas: diferencias en las distancias recorridas por las dos porciones y cambios de fase que se presentan en la reflexión. Debe considerar *ambas* causas cuando determine cuál tipo de interferencia se presenta. Si los medios arriba y abajo de la película tienen índices de refracción mayores que el de la película, o si ambos índices son menores, use la ecuación 37.17 para interferencia constructiva y la ecuación 37.18 para interferencia destructiva. Si la película se ubica entre dos medios diferentes, uno con $n < n_{\text{película}}$ y el otro con $n > n_{\text{película}}$, invierta estas dos ecuaciones para interferencias constructiva y destructiva.

4. Finalizar. Inspeccione sus resultados finales para ver si físicamente tienen sentido y son de un tamaño adecuado.

Ejemplo 37.3 Interferencia en una película de jabón

Calcule el grosor mínimo de la película de una burbuja de jabón que resulta en interferencia constructiva en la luz reflejada, si la película se ilumina con luz cuya longitud de onda en el espacio libre es $\lambda = 600 \text{ nm}$. El índice de refracción de la película de jabón es 1.33.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine que la película en la figura 37.10 es jabón, con aire en ambos lados.

Categorizar El resultado se determina con una ecuación de esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

El mínimo grosor de película para interferencia constructiva en la luz reflejada corresponde a $m = 0$ en la ecuación 37.17. Resuelva esta ecuación para t y sustituya valores numéricos:

$$t = \frac{(0 + \frac{1}{2})\lambda}{2n} = \frac{\lambda}{4n} = \frac{(600 \text{ nm})}{4(1.33)} = 113 \text{ nm}$$

¿QUÉ PASARÍA SI? ¿Y si la película es el doble de gruesa? ¿La situación produce interferencia constructiva?

Respuesta Con la ecuación 37.17, puede resolver para el grosor al que se presenta la interferencia constructiva:

$$t = (m + \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2n} = (2m + 1)\frac{\lambda}{4n} \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Los valores permitidos de m muestran que la interferencia constructiva se presenta para múltiplos *impares* del grosor correspondiente a $m = 0$, $t = 113 \text{ nm}$. Por lo tanto, la interferencia constructiva *no* se presenta para una película que es el doble de gruesa.

Ejemplo 37.4 Recubrimientos que no reflejan para celdas solares

Con frecuencia, las celdas solares (dispositivos que generan electricidad cuando se exponen a la luz solar) están recubiertas con una delgada película transparente de monóxido de silicio (SiO , $n = 1.45$) para minimizar las pérdidas por reflejo de la superficie. Suponga que una celda solar de silicio ($n = 3.5$) está recubierta con una delgada película de monóxido de silicio para este propósito (figura 37.12a). Determine el mínimo grosor de película que produce la menor reflexión a una longitud de onda de 550 nm , cerca del centro del espectro visible.

37.4 continuación

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 37.12a ayuda a visualizar la trayectoria de los rayos en la película de SiO que resultan en la interferencia en la luz reflejada.

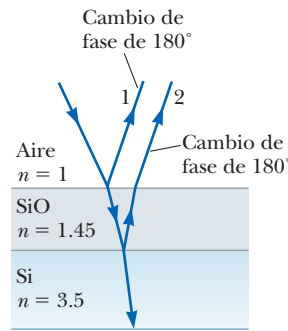
Categorizar Con la geometría de la capa de SiO, este ejemplo se clasifica como un problema de interferencia de película delgada.

Analizar La luz reflejada es un mínimo cuando los rayos 1 y 2 en la figura 37.12a satisfacen la condición de interferencia destructiva. En esta situación, *ambos* rayos pasan por un cambio de fase de 180° por reflexión: el rayo 1 de la superficie superior de SiO y el rayo 2 de la superficie inferior de SiO. Por tanto, el cambio neto en fase debido a reflexión es cero, y la condición para un mínimo de reflexión requiere una diferencia de trayectoria de $\lambda_n/2$, donde λ_n es la longitud de onda de la luz en SiO. Por esto, $2nt = \lambda/2$, donde λ es la longitud de onda en aire y n es el índice de refracción del SiO.

Resuelva la ecuación $2nt = \lambda/2$ para t y sustituya valores numéricos: $t = \frac{\lambda}{4n} = \frac{550 \text{ nm}}{4(1.45)} = 94.8 \text{ nm}$

Finalizar Una celda solar no recubierta representativa tiene pérdidas por reflexión tan altas como 30%, pero un recubrimiento de SiO puede reducir este valor a casi 10%. Esta disminución significativa en pérdidas por reflexión aumenta la eficiencia de la celda, pues menos reflexión significa que más luz solar entra al silicio para crear portadores de carga en la celda. Ningún recubrimiento jamás puede ser perfectamente no reflector porque el grosor requerido depende de la longitud de onda y la luz incidente abarca una gama amplia de longitudes de onda.

Las lentes de vidrio usadas en las cámaras y otros instrumentos ópticos por lo general están recubiertas con una delgada película transparente para reducir o eliminar la reflexión indeseada y mejorar la transmisión de luz a través de la lente. La lente de la cámara de la figura 37.12b tiene varios recubrimientos (de diferentes grosores) para minimizar la reflexión de las ondas de luz que tienen longitudes de onda cerca del centro del espectro visible. Como resultado, la pequeña cantidad de luz que refleja la lente tiene una mayor proporción de los extremos lejanos del espectro y con frecuencia parece violeta rojiza.



a



b

Figura 37.12 (Ejemplo 37.4) (a) Las pérdidas por reflejo de una celda solar de silicio se minimizan al recubrir la superficie de la celda con una película delgada de monóxido de silicio. (b) La luz reflejada desde una lente de cámara recubierta, con frecuencia tiene una apariencia violeta rojiza.

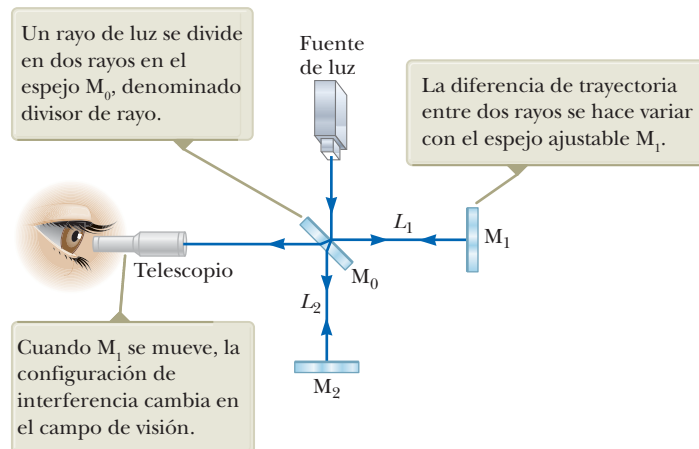
37.6 El interferómetro de Michelson

El **interferómetro**, inventado por el físico estadounidense A. A. Michelson (1852-1931), divide un rayo de luz en dos partes y luego los recombina para que formen una configuración de interferencia. El aparato se puede usar para medir longitudes de onda u otras longitudes con gran precisión, porque un desplazamiento grande y medido en forma muy precisa de uno de los espejos está relacionado con un número contable exacto de longitudes de onda de luz.

En la figura 37.13 (página 1148) se muestra un esquema del interferómetro. Un rayo de luz procedente de una fuente monocromática es dividido en dos rayos por el espejo M_0 , que está inclinado 45° respecto al rayo de luz incidente. El espejo M_0 , denominado divisor de rayo, transmite la mitad de la luz incidente en él y refleja el resto. Un rayo se refleja de M_0 verticalmente hacia arriba al espejo M_1 , y el segundo rayo es transmitido horizontalmente por medio del espejo M_0 hacia el espejo M_2 . Por esto, los dos rayos recorren trayectorias separadas L_1 y L_2 . Después de reflejarse desde M_1 y M_2 , por último los dos rayos se recombinan en M_0 para producir una configuración de interferencia, que se puede ver a través de un telescopio.

La condición de interferencia para los dos rayos está determinada por sus diferencias de longitud de trayectoria. Cuando los dos espejos están exactamente perpendiculares entre sí, el patrón de interferencia es una configuración objetivo de franjas circulares brillantes y oscuras, semejante a los anillos de Newton. Cuando M_1 se mueve, el modelo de franjas se colapsa o se expande, dependiendo de la dirección en que se mueve M_1 . Por ejemplo, si un círculo oscuro aparece en el centro de la configuración objetivo (correspondiente a interferencia destructiva) y después M_1 se mueve una distancia $\lambda/4$ hacia M_0 , la diferencia

Figura 37.13 Diagrama del interferómetro de Michelson.



en la trayectoria cambia en $\lambda/2$. Lo que era un círculo oscuro en el centro se convierte ahora en un círculo brillante. Cuando M_1 se mueve una distancia adicional $\lambda/4$ hacia M_0 , el círculo brillante se convierte de nuevo en círculo oscuro. En esta forma, el modelo de franjas se desplaza media franja cada vez que M_1 se mueve una distancia $\lambda/4$. Por lo tanto, la longitud de onda de luz se mide contando el número de cambios de franja para un cierto desplazamiento dado de M_1 . Si la longitud de onda se conoce con precisión, los desplazamientos del espejo se pueden medir con una tolerancia de una fracción de la longitud de onda.

En la explicación sobre relatividad en el capítulo 39 se describe un importante e histórico uso del interferómetro de Michelson. Los usos modernos incluyen las siguientes aplicaciones: transformada de Fourier en espectroscopía en infrarrojo y el interferómetro láser en el observatorio de onda gravitacional.

Transformada de Fourier en espectroscopía en infrarrojo

La espectroscopía es el estudio de la distribución de radiación de longitud de onda desde una muestra que se puede usar para identificar las características de átomos o moléculas en la muestra. La espectroscopía infrarroja es particularmente importante para especialistas en química orgánica para analizar moléculas orgánicas. La espectroscopía tradicional comprende el uso de un elemento óptico, como el prisma (sección 35.5) o una rejilla de difracción (sección 38.4), la cual dispersa varias longitudes de onda en una compleja señal óptica desde la muestra en diferentes ángulos. En esta forma se pueden determinar las diversas longitudes de onda de radiación y sus intensidades en la señal. Esta clase de aparatos son limitados en su resolución y efectividad porque deben ser explorados por medio de diferentes desviaciones angulares de la radiación.

La técnica de la *transformada de Fourier en espectroscopía infrarroja* (FTIR, *Fourier transform infrared spectroscopy*), se emplea para crear un espectro de alta resolución en un intervalo de 1 s, procedimiento que con un espectrómetro estándar pudo haber requerido 30 min. Con esta técnica, la radiación de una muestra penetra en un interferómetro de Michelson. El espejo movable pasa a través de la condición de cero diferencia de trayectoria y la intensidad de radiación se registra en la posición de observación. El resultado es un complejo conjunto de datos que relacionan la intensidad de la luz como función de la posición del espejo, llamado *interferógrama*. Ya que existe una correspondencia entre la posición del espejo y la intensidad de la luz para una longitud de onda determinada, el interferógrama contiene información acerca de todas las longitudes de onda de la señal.

En la sección 18.8 se explicó el análisis de Fourier de una onda. La onda es una función que contiene información acerca de todos los componentes individuales de frecuencia que la conforman.³ La ecuación 18.13 muestra la forma en que se genera la onda a partir de componentes individuales de frecuencia. Del mismo modo, el interferógrama se puede analizar por computadora, en un proceso denominado *transformada de Fourier*,

³En acústica es común hablar de los componentes de una señal compleja en términos de frecuencia; en óptica, en términos de longitud de onda.



Figura 37.14 Interferómetro láser en el observatorio de ondas gravitacionales (LIGO) cerca de Richland, Washington. Observe los dos brazos perpendiculares del interferómetro de Michelson.

para obtener todos los componentes de longitud de onda. Ésta es la misma información generada por espectroscopía tradicional, pero la resolución FTIR es más alta.

Interferómetro láser en el observatorio de ondas gravitacionales

La teoría general de la relatividad de Einstein (sección 39.9) pronostica la existencia de *ondas gravitacionales*. Estas ondas se propagan desde el sitio de cualquier perturbación gravitacional, que podría ser periódica y predecible, como la rotación de una estrella doble alrededor de un centro de masa, o no predecible, como la explosión de una estrella gigante.

En la teoría de Einstein, la gravedad es equivalente a una distorsión del espacio. Por lo tanto, una perturbación gravitacional produce una distorsión adicional que se propaga en el espacio de un modo semejante a como lo hacen las ondas mecánicas o electromagnéticas. Cuando las ondas gravitacionales de una perturbación pasan por la Tierra, crean una distorsión del espacio local. El aparato LIGO (*laser interferometer gravitational-wave observatory*) está diseñado para detectar esta distorsión. Utiliza un interferómetro de Michelson que emplea rayos láser con una distancia efectiva de trayectoria de varios kilómetros. Al final de uno de los brazos del interferómetro se monta un espejo sobre un péndulo pesado. Cuando pasa una onda gravitacional, el péndulo y el espejo montado sobre él se mueven y el patrón de interferencia cambia debido a los rayos láser provenientes de los dos brazos.

En Estados Unidos se han creado dos sitios con interferómetros para permitir estudios de coincidencia sobre ondas gravitacionales. Estos sitios se encuentran en Richland, Washington, y Livingston, Louisiana. En la figura 37.14 aparece el de Washington. Los dos brazos del interferómetro de Michelson son evidentes en la fotografía. Hasta 2010 se habían realizado seis series de experimentos coordinados con otros detectores, como GEO en Hannover, Alemania; TAMA en Mitaka, Japón, y Virgo en Cascina, Italia. Hasta ahora aún no se han detectado ondas gravitacionales, pero las corridas de datos han proporcionado la información crítica para las modificaciones y características de diseño para la próxima generación de detectores. En la actualidad, los detectores originales están siendo desmantelados, en preparación para la instalación de LIGO Avanzado, una actualización que debería aumentar la sensibilidad del observatorio por un factor de 10. La fecha prevista para el inicio de la operación científica de LIGO Avanzado es 2014.

Resumen

Conceptos y principios

La **interferencia** en ondas de luz se presenta siempre que dos o más ondas se traslapan en un punto determinado. Se observa un patrón de interferencia si (1) las fuentes son coherentes y (2) las fuentes tienen longitudes de onda idénticas.

La **intensidad** en un punto en un patrón de interferencia de doble rendija es

$$I = I_{\text{máx}} \cos^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \quad (37.14)$$

donde $I_{\text{máx}}$ es la máxima intensidad sobre la pantalla y la expresión representa el tiempo promedio.

continúa

Una onda que viaja de un medio con índice de refracción n_1 hacia un medio con índice de refracción n_2 experimenta un cambio de fase de 180° en la reflexión cuando $n_2 > n_1$ y no experimenta cambio de fase cuando $n_2 < n_1$.

La condición para interferencia constructiva en una película de grosor t e índice de refracción n rodeada por aire es

$$2nt = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (37.17)$$

donde λ es la longitud de onda de la luz en el espacio libre.

De igual modo, la condición para interferencia destructiva en una película delgada rodeada por aire es

$$2nt = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (37.18)$$

Análisis de modelos para resolver problemas

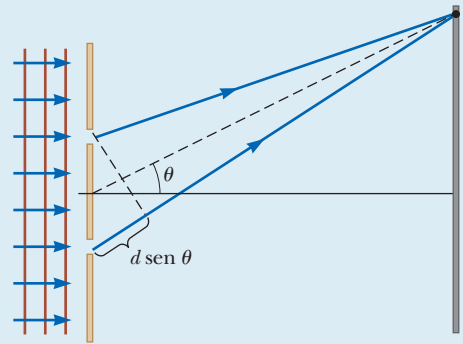
Ondas en interferencia. El experimento de doble rendija de Young sirve como prototipo para fenómenos de interferencia que involucran radiación electromagnética. En este experimento, dos rendijas separadas por una distancia d se iluminan mediante una fuente de luz de una sola longitud de onda. La condición para franjas brillantes (interferencia constructiva) es

$$d \sin \theta_{\text{brillante}} = m\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (37.2)$$

La condición para franjas oscuras (**interferencia destructiva**) es

$$d \sin \theta_{\text{oscura}} = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (37.3)$$

El número m es el **número de orden** de la franja.



Preguntas objetivas

1. indica que la respuesta está disponible en el *Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio*

- Con el interferómetro de Michelson que se muestra en la figura 37.13, ve un círculo oscuro en el centro de la configuración de interferencia. (i) Conforme usted mueve gradualmente la fuente de luz hacia el espejo central M_0 , a través de una distancia $\lambda/2$, ¿qué ve? (a) No hay cambio en la configuración. (b) El círculo oscuro cambia en un círculo brillante. (c) El círculo oscuro cambia en un círculo brillante y luego de regreso en un círculo oscuro. (d) El círculo oscuro cambia en un círculo brillante, luego en un círculo oscuro y después en un círculo brillante. (ii) A medida que avanza poco a poco el espejo en movimiento hacia el espejo central M_0 , a través de una distancia $\lambda/2$, ¿qué ve? Elija entre las mismas posibilidades.
- Se realizan cuatro ensayos del experimento de doble rendija de Young: (a) En el primer intento, pasa luz azul a través de dos rendijas finas separadas $400 \mu\text{m}$ y forma una configuración de interferencia sobre una pantalla a 4 m de distancia. (b) En un segundo intento, pasa luz roja a través de las mismas rendijas y cae sobre la misma pantalla. (c) Un tercer intento es con luz roja y la misma pantalla, pero con rendijas separadas $800 \mu\text{m}$. (d) Un intento final es con luz roja, rendijas separadas $800 \mu\text{m}$ y una pantalla a 8 m de distancia. (i) Clasifique los intentos de (a) a (d), de mayor a menor valor del ángulo entre el máximo central y el máximo lateral de primer orden. En su clasificación, observe cualquier caso de igualdad. (ii) Clasifique los mismos ensayos de acuerdo con la distancia entre el máximo central y el máximo lateral de primer orden sobre la pantalla.
- Suponga que el experimento de doble rendija de Young se realiza en aire con luz roja y luego el aparato se sumerge en agua. ¿Qué sucede con el patrón de interferencia sobre la pantalla? (a) Desaparece. (b) Las franjas brillantes y oscuras permanecen en las mismas posiciones, pero el contraste se reduce. (c) Las franjas brillantes están más cercanas. (d) Las franjas brillantes están más separadas. (e) No suceden cambios en el patrón de interferencia.
- La luz verde tiene una longitud de onda de 500 nm en aire. (i) Suponga que hay luz verde que se refleja desde un espejo con ángulo de incidencia 0° . Las ondas incidente y reflejada juntas constituyen una onda estacionaria, ¿con qué distancia, desde un nodo hasta el siguiente nodo? (a) 1 000 nm, (b) 500 nm, (c) 250 nm, (d) 125 nm, (e) 62.5 nm. (ii) La luz verde se envía a un interferómetro de Michelson que se ajusta para producir un círculo brillante central. ¿A qué distancia se debe desplazar el espejo móvil del interferómetro para cambiar el centro de la configuración en un círculo oscuro? Elija entre las mismas posibilidades que en la parte (i). (iii) La luz verde se refleja perpendicular desde la película delgada de un plástico con índice de refracción 2.00. La película parece brillante en la luz reflejada. ¿Cuánto grosor adicional haría que la película pareciera oscura?
- Una fina capa de aceite ($n = 1.25$) está flotando sobre agua ($n = 1.33$). ¿Cuál es el espesor mínimo distinto de cero del aceite en la región que refleja fuertemente la luz verde ($\lambda = 530 \text{ nm}$)? (a) 500 nm (b) 313 nm (c) 404 nm (d) 212 nm (e) 285 nm

6. Un haz de luz monocromática de longitud de onda de 500 nm ilumina una doble rendija con una separación entre las rendijas de 2.00×10^{-5} m. ¿Cuál es el ángulo de la franja brillante de segundo orden? (a) 0.050 0 rad (b) 0.025 0 rad (c) 0.100 rad (d) 0.250 rad (e) 0.010 0 rad
7. De acuerdo con la tabla 35.1 el índice de refracción del vidrio flint es 1.66 y el índice de refracción del vidrio sin plomo es 1.52. (i) Una película formada por una gota de aceite de sasafrás, sobre una superficie horizontal de un bloque de vidrio flint, se ve mediante luz reflejada. La película parece más brillante en su margen exterior, donde es más delgada. Una película del mismo aceite sobre vidrio sin plomo parece oscura en su margen exterior. ¿Qué puede decir acerca del índice de refracción del aceite? (a) Debe ser menor que 1.52. (b) Debe estar entre 1.52 y 1.66. (c) Debe ser mayor que 1.66. (d) Ninguno de los enunciados de (a) a (c) es necesariamente verdadero. (ii) ¿Una película muy delgada de algún otro líquido podría parecer brillante por luz reflejada sobre ambos bloques de vidrio? (iii) ¿Podría parecer oscura en ambos? (iv) ¿Podría aparecer oscura en el vidrio sin plomo y brillante en vidrio flint? Los experimentos descritos por Thomas Young sugieren esta pregunta.
8. Suponga que realiza el experimento de doble rendija de Young con la separación de rendijas ligeramente menor que la longitud de onda de la luz. Como pantalla usa la mitad de un gran cilindro con su eje a lo largo de

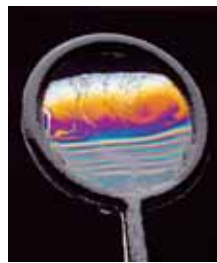
la línea media entre las rendijas. ¿Qué configuración de interferencia verá en la superficie interior del cilindro? (a) Franjas brillantes y oscuras estrechamente espaciadas de tal manera que sean imperceptibles, (b) únicamente una franja brillante central y dos franjas oscuras, (c) una pantalla completamente brillante sin franjas oscuras, (d) únicamente una franja oscura central y dos franjas brillantes, (e) una pantalla completamente oscura sin franjas brillantes.

9. Una onda de luz monocromática plana incide sobre una rendija doble, como se ilustra en la figura 37.1. (i) A medida que la pantalla se mueve lejos de la doble rendija, ¿qué ocurre con la separación entre las franjas de interferencia en la pantalla? (a) Aumenta. (b) Disminuye. (c) Sigue siendo la misma. (d) Puede aumentar o disminuir, dependiendo de la longitud de onda de la luz. (e) Se requiere más información. (ii) Al aumentar la separación entre las rendijas, ¿qué ocurre con la separación entre las franjas de interferencia en la pantalla? Elija entre las mismas opciones.
10. Una película de aceite sobre un charco en un estacionamiento muestra una variedad de colores brillantes en parches arremolinados. ¿Qué puede decir acerca del grosor de la película de aceite? (a) Es mucho menor que la longitud de onda de la luz visible. (b) Es del mismo orden de magnitud que la longitud de onda de la luz visible. (c) Es mucho mayor que la longitud de onda de la luz visible. (d) Puede tener cualquier relación con la longitud de onda de la luz visible.

Preguntas conceptuales

1. indica que la respuesta está disponible en el *Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio*

1. ¿Por qué la lente de una cámara de buena calidad está recubierta con una película delgada?
2. Una película de jabón se sostiene verticalmente en el aire y se ve en la luz reflejada como en la figura PC37.2. Explique por qué la película parece ser oscura en la parte superior.
3. Explique por qué dos linternas sostenidas juntas no producen un patrón de interferencia alguna en una pantalla distante.
4. Una lente con radio exterior de curvatura R e índice de refracción n está apoyada sobre una placa plana de vidrio sin plomo. La combinación está iluminada con luz blanca desde arriba y se observa desde arriba. (a) ¿Existe un punto oscuro o un punto luminoso en el centro de la lente? (b) ¿Qué significa si los anillos observados no son circulares?
5. Considere una franja oscura en un patrón de interferencia de doble rendija en la que casi no hay energía de la luz. La luz de ambas rendijas está llegando a la ubicación de la franja oscura, pero las ondas se cancelan. ¿A dónde va la energía en las posiciones de las franjas oscuras?
6. (a) En el experimento de doble rendija de Young, ¿por qué se usa luz monocromática? (b) Si se usara luz blanca, ¿cómo cambiaría la configuración?
7. ¿Cuál es la condición necesaria en la diferencia de longitud de trayectoria entre dos ondas que se interfieren (a) constructivamente y (b) destructivamente?



© Richard Megna/Fundamental Photographs, NYC

Figura PC37.2

Pregunta conceptual 2 y Problema 70.

8. En un accidente de laboratorio se le derraman dos líquidos en diferentes partes de la superficie del agua. Ninguno de los líquidos se mezcla con el agua y ambos forman películas delgadas sobre la superficie del agua. A medida que las películas se extienden y se vuelven muy delgadas nota que una película se hace más brillante y la otra más oscura en la luz reflejada. ¿Por qué?
9. Una máquina llena con humo el espacio entre la barrera y la pantalla de visión en el experimento de doble rendija de Young que se muestra en la figura PC37.9. ¿El humo mostraría evidencia de interferencia dentro de este espacio? Explique su respuesta.

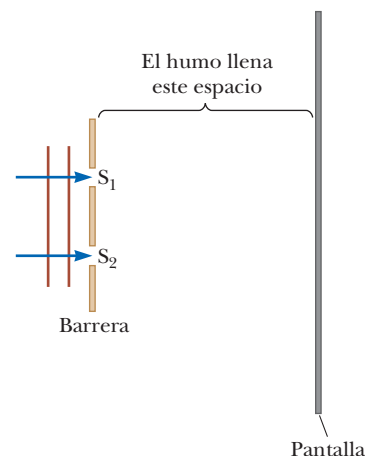


Figura PC37.9

Problemas

1. sencillo; 2. intermedio; 3. retador

1. solución completa disponible en el Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio

Sección 37.1 Experimento de doble rendija de Young

Sección 37.2 Análisis de modelo: Ondas en interferencia

Nota: Los problemas 3, 5, 8, 10 y 13 del capítulo 18 se pueden asignar con esta sección.

- Dos rendijas están separadas por 0.320 mm. Un haz de luz de 500 nm golpea las ranuras, produciendo un patrón de interferencia. Determine el número de máximos observados en el rango angular $-30.0^\circ < \theta < 30.0^\circ$.
- Luz de longitud de onda de 530 nm ilumina un par de rendijas separadas por 0.300 mm. Si se coloca una pantalla a 2.00 m de las rendijas, determine la distancia entre la primera y segunda franjas oscuras.
- Un haz láser incide en dos rendijas con una separación de 0.200 mm y se coloca una pantalla a 5.00 m de las rendijas. Un patrón de interferencia aparece en la pantalla. Si el ángulo de la franja central a la primera franja brillante al lado es 0.181° , ¿cuál es la longitud de onda de la luz láser?
- Se lleva a cabo un experimento de interferencia de Young con luz azul-verde con láser de argón. La separación entre las rendijas es 0.500 mm y la pantalla se encuentra a 3.30 m de éstas. La primera franja brillante se encuentra a 3.40 mm desde el centro del patrón de interferencia. ¿Cuál es la longitud de onda de la luz láser de argón?
- El experimento de doble rendija de Young se realiza con luz de 589 nm y a una distancia de 2.00 m entre las rendijas y la pantalla. El décimo mínimo de interferencia se observa a 7.26 mm del máximo central. Determine la separación de las rendijas.
- ¿Por qué es imposible la siguiente situación? Dos rendijas estrechas están separadas por 8.00 mm de una pieza de metal. Un haz de microondas golpea el metal perpendicularmente, pasa a través de las dos rendijas y luego procede hacia una pared a cierta distancia. Usted sabe que la longitud de onda de la radiación es de $1.00 \text{ cm} \pm 5\%$, pero se desea medir con más precisión. Al mover un detector de microondas a lo largo de la pared para estudiar el patrón de interferencia, se mide la posición de la franja brillante $m = 1$, lo que conduce a una medición exitosa de la longitud de onda de la radiación.
- Luz de longitud de onda de 620 nm cae en una rendija doble y la primera franja brillante del patrón de interferencia se ve en un ángulo de 15.0° con la horizontal. Encuentre la separación entre las rendijas.
- En el experimento de la doble rendija de Young, dos rendijas paralelas con una separación entre ellas de 0.100 mm son iluminadas por luz de longitud de onda de 589 nm y el patrón de interferencia es observado en una pantalla situada a 4.00 m de las rendijas. (a) ¿Cuál es la diferencia de longitudes de trayectoria de cada una de las rendijas a la ubicación del centro de la franja brillante de tercer orden en la pantalla? (b) ¿Cuál es la diferencia de longitudes de trayectoria de las dos rendijas a la ubicación del centro de la tercera franja oscura lejos del centro del patrón?
- Dos rendijas angostas y paralelas, separadas por 0.250 mm, son iluminadas por luz verde ($\lambda = 546.1 \text{ nm}$). La configuración de interferencia se observa en una pantalla a 1.20 m de distancia del plano de las rendijas. Calcule la distancia (a) desde el máximo central a la primera región brillante en cualquiera de los lados del máximo central y (b) entre la primera y segunda bandas oscuras en el patrón de interferencia.
- Por un sistema de doble rendija que tiene una separación entre rendijas $d = 0.400 \text{ mm}$ pasa luz de 442 nm de longitud de onda. Determine a qué distancia debe ponerse una pantalla para que aparezca una franja oscura directamente opuesta a ambas rendijas con sólo una franja brillante entre ellas.
- Los dos altavoces de un equipo de sonido están a 35.0 cm de distancia. Un solo oscilador hace que los altavoces vibren en fase a una frecuencia de 2.00 kHz. ¿A qué ángulos, medidos desde la bisectriz perpendicular de la línea que une los altavoces, un observador distante escucharía la intensidad sonora máxima? ¿Y la intensidad mínima de sonido? (Tome la velocidad del sonido como 340 m/s.)
- En un lugar donde la rapidez del sonido es 343 m/s, una onda de sonido de 2 000 Hz incide en dos rendijas que están a 30.0 cm una de otra. (a) ¿A qué ángulo está situado el primer máximo? (b) ¿Qué pasaría si? La onda de sonido es sustituida por microondas de 3.00 cm, ¿qué separación de rendija da el mismo ángulo que para el primer máximo? (c) ¿Qué pasaría si? Si la separación de rendija es de $1.00 \mu\text{m}$, ¿qué frecuencia de luz da el mismo ángulo que para el primer máximo de intensidad luminosa?
- Dos antenas de radio separadas $d = 300 \text{ m}$, como se muestra en la figura P37.13, transmiten simultáneamente señales idénticas a la misma longitud de onda. Un automóvil viaja hacia el Norte a lo largo de una línea recta en la posición $x = 1\,000 \text{ m}$ desde el punto central entre las antenas y su radio recibe estas señales. (a) Si el vehículo se encuentra en la posición del segundo máximo después de que su punto O se ha desplazado una distancia

$y = 400$ m hacia el Norte, ¿cuál es la longitud de onda de las señales? (b) ¿Cuánto más lejos debe viajar el auto para encontrar el siguiente mínimo en recepción? *Nota:* no utilice la aproximación de ángulo pequeño en este problema.

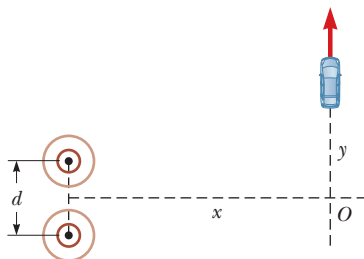


Figura P37.13

14. Un almacén junto a un río tiene dos puertas abiertas, como se ve en la figura P37.14. Sus paredes están forradas de material para absorber el sonido. Dos personas están a una distancia $L = 150$ m de la pared con las puertas abiertas. La persona A se encuentra a lo largo de una línea que pasa por el punto medio entre las puertas abiertas y la persona B se encuentra a una distancia $y = 20$ m a su lado. Un bote en el río hace sonar su claxon. Para la persona A el sonido es fuerte y claro. Para la persona B el sonido es apenas perceptible. La longitud de onda principal de las ondas de sonido es de 3.00 m. Si se supone que la persona B está en la posición del primer mínimo, determine la distancia d entre las puertas, de centro a centro.

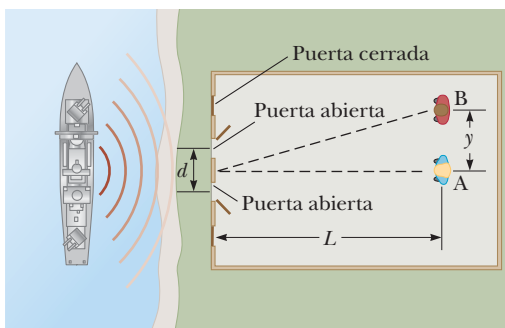


Figura P37.14

15. Un estudiante sostiene un láser que emite luz de 632.8 nm de longitud de onda. El rayo pasa por un par de rendijas separadas 0.300 mm en una placa de vidrio unida al frente del láser. Después el rayo cae perpendicular en una pantalla, produciendo una configuración de interferencia en ella. El estudiante empieza a caminar directamente hacia la pantalla a 3.00 m/s. El máximo central en la pantalla es inmóvil. Encuentre la rapidez de los 50° máximos de primer orden en la pantalla.
16. Un estudiante sostiene un láser que emite luz de longitud de onda λ . El rayo pasa por un par de rendijas separadas por una distancia d en una placa de vidrio unida al frente del láser. Después el rayo cae perpendicular en una pantalla, produciendo una configuración de interferencia en ella. El estudiante empieza a caminar directamente hacia la pantalla una rapidez v . El máximo central en la pantalla

está inmóvil. Encuentre la rapidez de los m -ésimos de orden máximo en la pantalla.

17. Ondas de radio de longitud de onda de 125 m desde una galaxia alcanzan un radiotelescopio por dos trayectorias separadas como se muestra en la figura P37.17. Una de ellas es una trayectoria directa al receptor, que está situado en el borde de un alto acantilado a orillas del océano, y la segunda es por reflexión en el agua. Como la galaxia sale por el Este sobre el agua, el primer mínimo de interferencia destructiva ocurre cuando la galaxia está a $\theta = 25.0^\circ$ por encima del horizonte. Halle la altura de la antena del radiotelescopio sobre el agua.

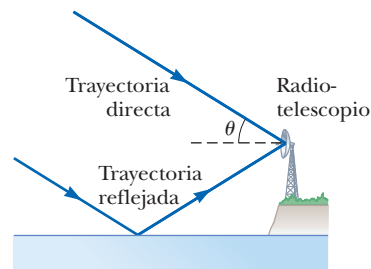


Figura P37.17 Problemas 17 y 69.

18. En la figura P37.18 (no está a escala), sean $L = 1.20$ m y $d = 0.120$ mm, y suponga que el sistema de rendijas está iluminado con luz monocromática de 500 nm. Calcule la diferencia de fase entre los dos frentes de onda que llegan a P cuando (a) $\theta = 0.500^\circ$ y (b) $y = 5.00$ mm. (c) ¿Cuál es el valor de θ en el que la diferencia de fase es 0.333 rad? (d) ¿Cuál es el valor de θ en el que la diferencia de trayectoria es $\lambda/4$?

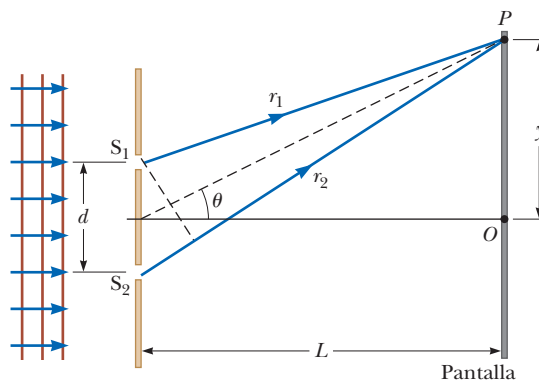


Figura P37.18 Problemas 18 y 25.

19. Rayos de luz coherente de longitud de onda λ inciden en un par de rendijas separadas por una distancia d a un ángulo θ_1 , con respecto a la normal al plano que contiene las rendijas, como se muestra en la figura P37.19. Los rayos abandonan las rendijas formando un ángulo θ_2 con respecto a la

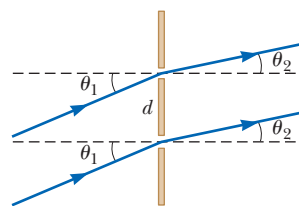


Figura P37.19

normal y el máximo de interferencia es formado por aquellos rayos sobre la pantalla que están a una gran distancia de las rejillas. Demuestre que el ángulo θ_2 está dado por

$$\theta_2 = \sin^{-1} \left(\sin \theta_1 - \frac{m\lambda}{d} \right)$$

donde m es un entero.

20. La luz monocromática de longitud de onda λ incide en un par de rendijas separadas por 2.40×10^{-4} m y forma un patrón de interferencia en una pantalla colocada a 1.80 m de las rendijas. La franja brillante de primer orden está en una posición $y_{\text{brillante}} = 4.52$ mm, medida desde el centro del máximo central. A partir de esta información se desea predecir dónde se encuentra la franja para $n = 50$. (a) Suponiendo que las franjas están dispuestas linealmente a lo largo de la pantalla, encuentre la posición de la franja $n = 50$ multiplicando la posición de la franja $n = 1$ por 50.0. (b) Determine la tangente del ángulo que la franja brillante de primer orden hace con respecto a la línea que se extiende desde el punto medio entre las rendijas hasta el centro del máximo central. (c) Utilizando el resultado del inciso (b) y la ecuación 37.2, calcule la longitud de onda de la luz. (d) Calcule el ángulo para la franja brillante de 50° orden a partir de la ecuación 37.2. (e) Determine la posición de la franja brillante de 50° orden en la pantalla a partir de la ecuación 37.5. (f) Formule observaciones sobre la concordancia entre las respuestas a los incisos (a) y (e).
21. En el arreglo de doble rendija de la figura P37.21, $d = 0.150$ mm, $L = 140$ cm, $\lambda = 643$ nm y $y = 1.80$ cm. (a) ¿Cuál es la diferencia de trayectoria δ de los rayos de las dos ranuras que llegan a P? (b) Exprese la diferencia de trayectoria en términos de λ . (c) ¿P corresponde a un máximo, un mínimo o una condición intermedia? Dé evidencia de su respuesta.

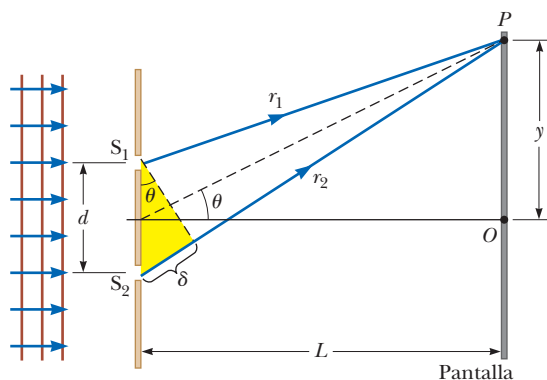


Figura P37.21

22. El experimento de doble rendija de Young es la base del sistema de aterrizaje por instrumentos que se emplea para guiar aviones a aterrizajes seguros cuando hay mala visibilidad. Aun cuando los sistemas reales son más complicados que el ejemplo aquí descrito, funcionan con los mismos principios. Un piloto intenta alinear su avión con una pista, como se sugiere en la figura P37.22. Dos antenas de radio (los puntos negros en la figura) están colocadas adyacentes a la pista, separadas una distancia $d = 40.0$ m. Las antenas transmiten ondas de radio coherentes no moduladas a 30.0 MHz. Las líneas rojas en la figura 37.22 representan

trayectorias a lo largo de las cuales existe un patrón de interferencia máximo.

(a) Encuentre la longitud de onda de las ondas. El piloto se “enlaza” con la señal intensa radiada de conformidad con un máximo de interferencia y dirige el avión para mantener intensa la señal recibida. Si encuentra el máximo central, el avión tendrá justo el rumbo

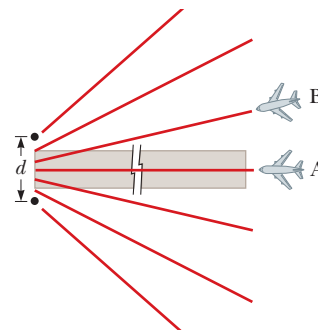


Figura P37.22

correcto para aterrizar cuando llegue a la pista. (b) ¿Qué pasaría si? Suponga que el avión vuela a lo largo del primer máximo lateral en vez de hacerlo como en el caso del avión B. ¿A qué distancia de la lateral de la línea de centro de la pista estará el avión cuando esté a 2.00 km de las antenas, medidos a lo largo de su dirección de vuelo? (c) Es posible avisarle al piloto que está en el máximo equivocado si se le envían dos señales desde cada antena y se equipa al avión con un receptor de dos canales. La razón entre las dos frecuencias no debe ser la razón entre enteros pequeños (por ejemplo, $\frac{3}{4}$). Explique la forma en que funcionaría este sistema de dos frecuencias y por qué no necesariamente daría resultado si las frecuencias estuvieran relacionadas por una razón de enteros.

Sección 37.3 Distribución de intensidad del patrón de interferencia de doble rendija

23. Dos rendijas están separadas 0.180 mm. Un patrón de interferencia se forma en una pantalla a 80.0 cm de distancia por una luz de 656.3 nm. Calcule la fracción de la intensidad máxima a una distancia $y = 0.600$ cm por encima del máximo central.
24. Demuestre que las dos ondas con funciones $E_1 = 6.00 \sin(100\pi t)$ y $E_2 = 8.00 \sin(100\pi t + \pi/2)$ se suman para dar una onda con la función $E_R \sin(100\pi t + \phi)$. Encuentre los valores requeridos para E_R y ϕ .
25. En la figura P37.18, sean $L = 120$ cm y $d = 0.250$ cm. Las rendijas están iluminadas con luz coherente de 600 nm. Calcule la distancia y desde el máximo central para la cual la intensidad promedio en la pantalla es 75.0% de la máxima.
26. Luz monocromática coherente de amplitud E_0 y frecuencia angular ω pasa a través de tres rendijas paralelas, cada una separada por una distancia d de su vecina. (a) Demuestre que la intensidad promedio en el tiempo como función del ángulo θ es

$$I(\theta) = I_{\text{máx}} \left[1 + 2 \cos \left(\frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \right]^2$$

(b) Explique cómo describe esta expresión tanto los máximos primarios como los máximos secundarios. (c) Determine la razón entre las intensidades de los máximos primario y secundario.

27. La intensidad sobre la pantalla en cierto punto en una configuración de interferencia de doble rendija es 64.0% del valor máximo. (a) ¿Cuál diferencia de fase mínima (en radianes) entre las fuentes produce este resultado?

(b) Expresé esta diferencia de fase como diferencia de trayectoria para luz de 486.1 nm.

28. Luz verde ($\lambda = 546$ nm) ilumina un par de rendijas estrechas y paralelas separadas por 0.250 mm. Haga una gráfica de $I/I_{\text{máx}}$ como una función de θ para el patrón de interferencia observado en una pantalla a 1.20 m de distancia desde el plano de las rendijas paralelas. Sea θ el rango sobre el intervalo de -0.3° a $+0.3^\circ$.

29. Dos rendijas paralelas, angostas y separadas 0.850 mm, están iluminadas por una luz de 600 nm y la pantalla de observación está a 2.80 m de distancia de las rendijas. (a) ¿Cuál es la diferencia de fase entre las dos ondas que interfieren en una pantalla en un punto situado a 2.50 mm de la franja central brillante? (b) ¿Cuál es la razón entre la intensidad en este punto y la intensidad en el centro de la franja brillante?

Sección 37.4 Cambio de fase debido a reflexión

Sección 37.5 Interferencia en películas delgadas

30. Una burbuja de jabón ($n = 1.33$) que flota en el aire tiene la forma de una concha esférica con un espesor de pared de 120 nm. (a) ¿Cuál es la longitud de onda de la luz visible que se refleja con más fuerza? (b) Explique cómo una burbuja de diferentes espesores también podría reflejar fuertemente la luz de la misma longitud de onda. (c) Encuentre las dos películas más pequeñas con espesores mayores de 120 nm que pueden producir luz fuertemente reflejada de la misma longitud de onda.
31. Una película delgada de aceite ($n = 1.25$) está ubicada sobre pavimento húmedo y uniforme. Cuando se observa perpendicular al pavimento, la película refleja con más fuerza la luz roja a 640 nm y no refleja luz verde a 512 nm. ¿De qué grosor es la película de aceite?
32. Un material que tiene un índice de refracción de 1.30 se emplea como recubrimiento antirreflejante en una pieza de vidrio ($n = 1.50$). ¿Cuál debe ser el grosor mínimo de esta película para reducir al mínimo una reflexión de luz de 500 nm?
33. Un medio posible para hacer que un avión sea invisible al radar es cubrirlo con un polímero antirreflejante. Si las ondas de radar tienen una longitud de 3.00 cm y el índice de refracción del polímero es $n = 1.50$, ¿qué tan grueso debe ser el recubrimiento?
34. Una película de MgF_2 ($n = 1.38$) de un grueso de 1.00×10^{-5} cm se usa para recubrir una lente de cámara. (a) ¿Cuáles son las tres longitudes de onda que se intensifican en la luz reflejada? (b) ¿Hay longitudes de onda del espectro visible?
35. Un rayo de luz de 580 nm pasa por dos placas de vidrio estrechamente separadas, como se muestra en la figura

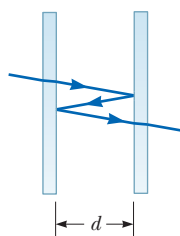


Figura P37.35

P37.35. ¿Con qué valor mínimo diferente de cero de la separación de placas d es brillante la luz transmitida?

36. Una película de aceite ($n = 1.45$) que flota sobre agua es iluminada por luz blanca a incidencia normal. La película es de 280 nm de grosor. Encuentre (a) la longitud de onda y el color de la luz del espectro visible que se refleja con más intensidad y (b) la longitud de onda y el color de la luz del espectro que se transmite con más intensidad. Explique su razonamiento.

37. Una cuña de aire se forma entre dos placas de vidrio separadas por un alambre muy fino, como se muestra en la figura P37.37. Cuando la cuña es iluminada desde arriba por una luz de 600 nm y se observa desde arriba, aparecen 30 franjas oscuras. Calcule el diámetro d del alambre.

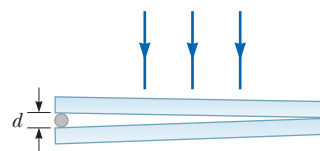


Figura P37.37 Problemas 37, 41, 49 y 59.

38. Unos astrónomos observan la cromosfera del Sol con un filtro que pasa la línea espectral roja del hidrógeno de longitud 656.3 nm, llamada línea H_α . El filtro está formado por un dieléctrico transparente de grosor d sostenido entre dos placas de vidrio parcialmente aluminizadas. El filtro se mantiene a temperatura constante. (a) Encuentre el valor mínimo de d que produzca una transmisión máxima de luz perpendicular a H_α , si el dieléctrico tiene un índice de refracción de 1.378. (b) ¿Qué pasaría si? Si aumenta la temperatura del filtro por encima del valor normal, incrementando su espesor, ¿qué le ocurre a la longitud de onda transmitida? (c) ¿Qué longitud de onda casi visible pasará también el dieléctrico? Una de las placas de vidrios de color rojo para absorber esta luz.
39. Cuando se introduce un líquido en el espacio de aire entre las lentes y la placa en un aparato de anillos de Newton, el diámetro del décimo anillo cambia de 1.50 a 1.31 cm. Encuentre el índice de refracción del líquido.
40. Una lente de vidrio ($n_g = 1.52$) está recubierta con una fina capa de MgF_2 ($n_s = 1.38$) de espesor t . La luz visible incide normalmente en la lente revestida como en la figura P37.40. (a) ¿Para qué valor mínimo de t la luz refle-

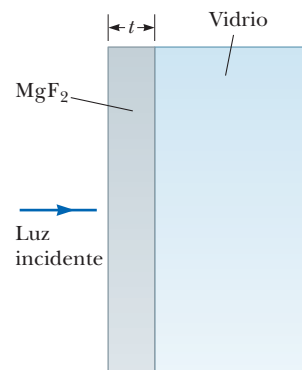


Figura P37.40

jada de la longitud de onda de 540 nm (en el aire) se pierde?
(b) ¿Existen otros valores de t que reduzcan al mínimo la luz reflejada en esta longitud de onda? Explique.

41. Dos placas de vidrio de 10.0 cm de largo están en contacto en un extremo y separadas en el otro por un hilo de diámetro $d = 0.0500$ mm (figura P37.37). Una luz que contiene dos longitudes de onda de 400 nm y 600 nm incide perpendicularmente y es vista por reflexión. ¿A qué distancia del punto de contacto está la siguiente franja oscura?

Sección 37.6 El interferómetro de Michelson

42. El espejo M_1 de la figura 37.13 se mueve una distancia ΔL . Durante este desplazamiento, se cuentan 250 inversiones de franja (formación sucesiva de bandas oscuras a brillantes y viceversa). La luz que se usa tiene una longitud de onda de 632.8 nm. Calcule el desplazamiento ΔL .
43. El interferómetro de Michelson puede ser utilizado para medir el índice de refracción de un gas mediante la colocación de un tubo transparente evacuado en la trayectoria de la luz a lo largo de uno de los brazos del dispositivo. Se producen cambios en la franja conforme el gas es añadido lentamente al tubo. Suponga que se utiliza luz de 600 nm, el tubo es de 5.00 cm de largo y que 160 franjas brillantes pasan en la pantalla a medida que la presión del gas en el tubo aumenta a la presión atmosférica. ¿Cuál es el índice de refracción del gas? *Sugerencia:* se producen los cambios marginales debido a que la longitud de onda de la luz cambia dentro del tubo lleno de gas.
44. Una pata del interferómetro de Michelson contiene un cilindro al vacío de longitud L , con placas de vidrio en cada extremo. Un gas se fuga lentamente hacia el cilindro hasta alcanzar una presión de 1 atm. Si N franjas brillantes pasan por la pantalla cuando se usa luz de longitud de onda λ , ¿cuál es el índice de refracción del gas? *Sugerencia:* los cambios marginales se producen debido a que la longitud de onda de la luz cambia dentro del tubo lleno de gas.

Problemas adicionales

45. Un radio transmisor A que opera a 60.0 MHz está a 10.0 m de otro transmisor B similar que se encuentra 180° fuera de fase en relación con A. ¿Qué tan lejos deberá moverse un observador de A a B a lo largo de la línea que los conecta para llegar al punto más cercano donde los dos haces están en fase?
46. Una habitación tiene 6.0 m de largo y 3.0 m de ancho. En la parte delantera, a lo largo de una de las paredes de 3.0 m de ancho, se colocan dos altavoces a 1.0 m de distancia, con el punto central entre ellos coincidiendo con el punto central de la pared. Los altavoces emiten una onda de sonido de una frecuencia y un máximo de la intensidad del sonido se escucha en el centro de la pared trasera, a 6.0 m de los altavoces. ¿Cuál es la frecuencia más alta posible del sonido de los altavoces si no se escuchan otros máximos en cualquier lugar a lo largo de la pared del fondo?
47. En un experimento similar al del ejemplo 37.1, una luz verde con longitud de onda de 560 nm, enviada a través de un par de rendijas separadas $30.0 \mu\text{m}$, produce franjas brillantes separadas 2.24 cm sobre una pantalla a 1.20 m de distancia. Calcule la separación de franjas para este mismo arreglo y

suponga que el aparato se sumerge en un tanque que contiene una solución azucarada con índice de refracción 1.38.

48. En la sección ¿Qué pasaría si? del ejemplo 37.2, se indicó que las franjas que se traslapan en una configuración de interferencia de dos rendijas, para dos longitudes de onda, obedecen la siguiente correspondencia, incluso para valores grandes del ángulo θ :

$$\frac{m'}{m} = \frac{\lambda}{\lambda'}$$

- (a) Demuestre esta aseveración. (b) Con los datos del ejemplo 37.2, encuentre el valor diferente de cero de y en la pantalla en la que coinciden primero las franjas de las dos longitudes de onda.
49. Un investigador encuentra una fibra en la escena del crimen que desea utilizar como evidencia en contra de un sospechoso. Le da la fibra a un técnico para probar las propiedades de ésta. Para medir el diámetro d de la fibra, el técnico la coloca entre dos placas de vidrio planas en sus extremos, como en la figura P37.37. Cuando las placas, de longitud 14.0 cm, se iluminan desde arriba con luz de longitud de onda de 650 nm, se observan bandas de interferencia separadas por 0.580 mm. ¿Cuál es el diámetro de la fibra?
50. Levante una mano y manténgala extendida. Considere el espacio entre sus dedos índice y medio como una rendija, y el espacio entre sus dedos medio y anular como una segunda rendija. (a) Considere la interferencia que resulta de enviar luz visible coherente perpendicular a través de este par de aberturas. Calcule un orden de magnitud estimado para el ángulo entre zonas adyacentes de interferencia constructiva. (b) Para hacer que los ángulos de la configuración de interferencia sean fáciles de medir con un transportador de plástico, ¿de qué orden de magnitud debe ser la onda electromagnética usada? (c) ¿Cómo se clasifica esta onda en el espectro electromagnético?
51. Dos ondas coherentes, provenientes de fuentes en diferentes ubicaciones, se mueven a lo largo del eje x . Sus funciones de onda son

$$E_1 = 860 \sin \left[\frac{2\pi x_1}{650} - 924\pi t + \frac{\pi}{6} \right]$$

y

$$E_2 = 860 \sin \left[\frac{2\pi x_2}{650} - 924\pi t + \frac{\pi}{8} \right]$$

Donde E_1 y E_2 están en volts por metro, x_1 y x_2 en nanómetros y t en picosegundos. Determine la relación entre x_1 y x_2 que produce interferencia constructiva cuando las dos ondas se superponen.

52. En un experimento de interferencia de Young, las dos rendijas están separadas 0.150 mm y la luz incidente incluye dos longitudes de onda: $\lambda_1 = 540$ nm (verde) y $\lambda_2 = 450$ nm (azul). Las configuraciones de interferencia que se traslapan se observan en una pantalla a 1.40 m de las rendijas. Calcule la distancia mínima desde el centro de la pantalla a un punto donde una franja brillante de luz verde coincide con una franja brillante de luz azul.
53. En un experimento de doble rendija de Young con una luz de longitud de onda λ , una delgada pieza de acrílico con un índice de refracción n cubre una de las rendijas. Si el punto

central de la pantalla es un punto oscuro en lugar de un punto brillante, ¿cuál es el grosor mínimo del acrílico?

54. **Problema de repaso.** Una pieza plana de vidrio se mantiene inmóvil y horizontal arriba del extremo superior plano de una varilla metálica vertical que tiene su extremo inferior de 10 cm de longitud sujeto rígidamente. Se observa que la película delgada de aire entre la varilla y el vidrio está brillante por la luz reflejada cuando es iluminada por luz de 500 nm de longitud de onda. Cuando la temperatura aumenta lentamente en 25.0°C , la película cambia 200 veces de brillante a oscura y de oscura a brillante. ¿Cuál es el coeficiente de expansión lineal del metal?

55. Cierta petróleo crudo tiene un índice de refracción de 1.25. Un barco descarga 1.00 m^3 de este petróleo en el océano y se extiende en una capa delgada y uniforme. Si la película produce un máximo de primer orden de luz con longitud de onda de 500 nm que incide normalmente en ella, ¿cuánta área superficial del océano cubre la capa de petróleo? Suponga que el índice de refracción del agua del océano es 1.34.

56. Las ondas de una estación de radio pueden llegar a un receptor doméstico por dos trayectorias. Una es en línea recta desde el transmisor a la casa, una distancia de 30.0 km. La segunda es por reflexión desde la ionosfera (una capa de moléculas ionizadas de aire a grandes alturas de la atmósfera). Suponga que esta reflexión ocurre en un punto a media distancia entre el receptor y el transmisor, y que la longitud de onda transmitida por la estación de radio es de 350 m. Encuentre la altura mínima de la capa ionosférica que podría generar interferencia destructiva entre los rayos directo y reflejado. (Suponga que no se presenta cambio de fase en la reflexión.)

57. Se producen efectos de interferencia en el punto P en una pantalla como resultado de rayos directos de una fuente de 500 nm y rayos reflejados desde el espejo, como se muestra en la figura P37.57. Suponga que la fuente está 100 m a la izquierda de la pantalla y 1.00 cm arriba del espejo. Encuentre la distancia y a la primera banda oscura por encima del espejo.

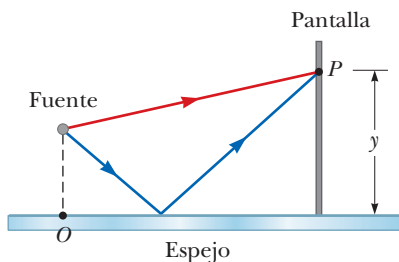


Figura P37.57

58. Se hacen mediciones de la distribución de intensidad dentro de la franja central brillante en una configuración de interferencia de Young (véase la figura 37.6). En un valor particular de y , se encuentra que $I/I_{\text{máx}} = 0.810$ cuando se emplea luz de 600 nm. ¿Qué longitud de onda de luz debe usarse para reducir la intensidad relativa en el mismo lugar a 64.0% de la intensidad máxima?

59. Muchas células son transparentes e incoloras. Las estructuras pueden ser prácticamente invisibles para un microscopio ordinario. Un *microscopio de interferencia* permite ver una diferencia en el índice de refracción como un cambio en

las franjas de interferencia para indicar el tamaño y forma de las estructuras celulares. Esta idea se ejemplifica en el siguiente problema: una cuña de aire se forma entre dos placas de vidrio que están en contacto a lo largo de un borde y ligeramente separadas en la cuña opuesta, como en la figura P37.37. Cuando las placas son iluminadas con luz monocromática desde arriba, la luz reflejada tiene 85 franjas oscuras. Calcule el número de franjas oscuras que aparecen si el agua ($n = 1.33$) sustituye el aire entre las placas.

60. Considere la distribución de doble rendija que se observa en la figura P37.60, donde la separación de rendijas es d y la distancia entre la rendija y la pantalla es L . Una hoja de plástico transparente que tiene un índice de refracción n y un grosor t se coloca sobre la rendija superior. En consecuencia, el máximo central del patrón de interferencia se mueve hacia arriba una distancia y' . Encuentre y' .

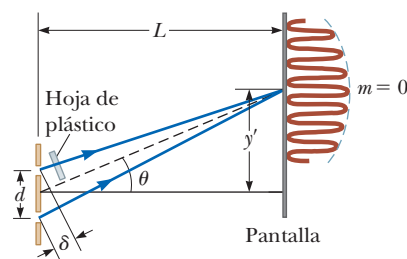


Figura P37.60

61. La figura P37.61 muestra un transmisor de ondas de radio y un receptor separados una distancia $d = 50.0\text{ m}$ y ambos están a una distancia $h = 35.0\text{ m}$ sobre el terreno. El receptor puede recibir señales directas del transmisor e indirectas de las que se reflejan del suelo. Suponga que el suelo está nivelado entre el transmisor y el receptor y que existe un cambio de fase de 180° en la reflexión. Determine las longitudes de onda más largas que interfieren (a) constructivamente y (b) destructivamente.

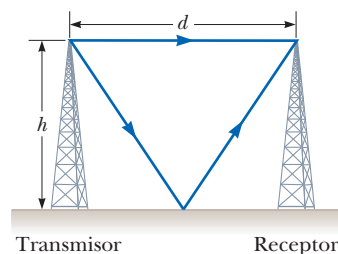


Figura P37.61 Problemas 61 y 62

62. La figura P37.61 muestra un transmisor de ondas de radio y un receptor separados una distancia d , ambos a una distancia h sobre el terreno. El receptor puede recibir señales directas del transmisor e indirectas de las que se reflejan del suelo. Suponga que el suelo está nivelado entre el transmisor y el receptor y que existe un cambio de fase de 180° en la reflexión. Determine las longitudes de onda más largas que interfieren (a) constructivamente y (b) destructivamente.

63. En un experimento de anillos de Newton un vidrio plano convexo ($n = 1.52$) que tiene un diámetro de 10.0 cm se coloca sobre una placa plana, como se muestra en la

figura P37.63. Cuando luz de longitud de onda $\lambda = 650$ nm incide normalmente se observan 55 anillos brillantes, el último exactamente en el borde de la lente. (a) ¿Cuál es el radio de curvatura R de la superficie convexa de la lente? (b) ¿Cuál es su distancia focal?

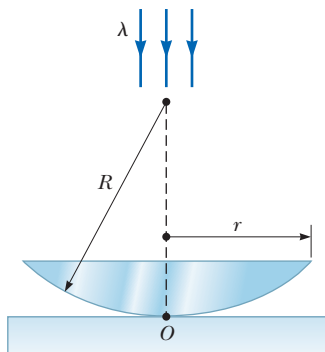


Figura P37.63

64. ¿Por qué es imposible la siguiente situación? Una pieza de material transparente que tiene un índice de refracción $n = 1.50$ se corta en la forma de una cuña como se muestra en la figura P37.64. Tanto las superficies superior como inferior de la cuña están en contacto con el aire. Luz monocromática de longitud de onda $\lambda = 632.8$ nm incide normalmente desde arriba y la cuña se ve desde arriba. Sean $h = 1.00$ mm que representa la altura de la cuña y $l = 0.500$ m su longitud. Un patrón de interferencia de película delgada aparece en la cuña debido a la reflexión de las superficies superior e inferior. Se le ha dado la tarea de contar el número de franjas brillantes que aparecen en toda la longitud de la cuña. Usted encuentra esta tarea tediosa y su concentración se rompe por una distracción ruidosa después de contar con precisión 5 000 franjas brillantes.

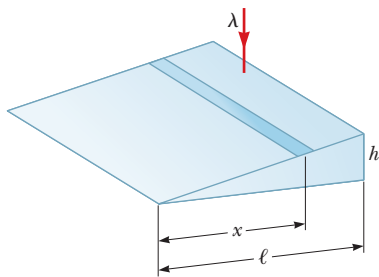


Figura P37.64

65. Una lente plana convexa que tiene un índice de refracción de 1.50 se coloca sobre una placa plana de vidrio, como se muestra en la figura P37.65. Su superficie curva, que tiene un radio de curvatura de 8.00 m, está sobre el fondo. La lente se ilumina desde arriba por luz amarilla de sodio con una longitud de onda de 589 nm y por reflexión se observa una serie de anillos concéntricos brillantes y oscuros.

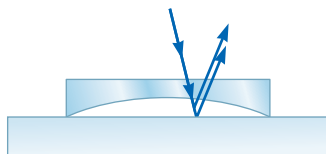


Figura P37.65

ros. El patrón de interferencia tiene un punto oscuro en el centro, rodeado por 50 franjas oscuras, de las cuales la mayor se encuentra en el borde exterior de la lente. (a) ¿Cuál es el grosor de la capa de aire en el centro del patrón de interferencia? (b) Calcule el radio del anillo oscuro más exterior. (c) Encuentre la distancia focal de la lente.

66. Una lente plana convexa tiene un índice de refracción n . El lado curvo de la lente tiene un radio de curvatura R y se apoya sobre una superficie plana de vidrio con el mismo índice de refracción, con una película de índice $n_{\text{película}}$ entre ellas, como se ve en la figura P37.66. La lente se ilumina desde arriba por una luz de longitud de onda λ . Demuestre que los anillos oscuros de Newton tienen radios dados aproximadamente por

$$r \approx \sqrt{\frac{m\lambda R}{n_{\text{película}}}}$$

donde m es un entero y $r \ll R$.

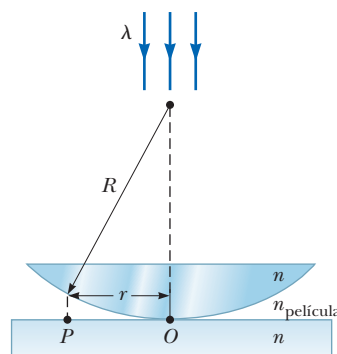


Figura P37.66

67. Las franjas de interferencia se producen con el uso de un espejo de Lloyd y una fuente S de longitud de onda $\lambda = 606$ nm, como se muestra en la figura P37.67. En una pantalla a $L = 2.00$ m de la fuente real S se forman franjas situadas a $\Delta y = 1.20$ mm de distancia. Encuentre la distancia vertical h de la fuente sobre la superficie reflectora.

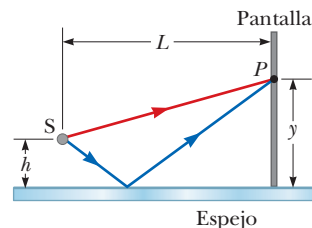


Figura P37.67

68. La cantidad análoga nt en las ecuaciones 37.17 y 37.18 se llama *distancia de trayectoria óptica* que corresponde a la distancia geométrica t y es análoga a la cantidad δ en la ecuación 37.1: la diferencia de trayectoria. La distancia de trayectoria óptica es proporcional a n porque un índice de refracción más grande acorta la longitud de onda, así que más ciclos de una onda se ajustan en una distancia geométrica particular. (a) Suponga que una mezcla de jarabe de maíz y agua se prepara en un tanque, con su índice de refracción n aumentando uniformemente de 1.33

en $y = 20.0$ cm en la parte superior, a 1.90 en $y = 0$. Escriba el índice de refracción $n(y)$ como función de y .

(b) Calcule la distancia de trayectoria óptica correspondiente a la altura de 20 cm del tanque al calcular

$$\int_0^{20 \text{ cm}} n(y) dy$$

(c) Suponga que un haz estrecho de luz se dirige a la mezcla con un ángulo distinto de cero con respecto a la normal a la superficie de la mezcla. Describa cualitativamente su trayectoria.

69. Unos astrónomos observan una fuente de radio de 60.0 MHz directamente y por reflexión del mar como se muestra en la figura P37.17. Si el disco receptor está a 20.0 m sobre el nivel del mar, ¿cuál es el ángulo de la fuente de radio sobre el horizonte en el primer máximo?

70. La figura PC37.2 muestra una burbuja de jabón sin romper en un marco circular. El espesor de la película se incrementa desde la parte superior hacia la parte inferior al principio lentamente y después rápidamente. Como un modelo muy simple, considere una película de jabón ($n = 1.33$) que está contenida dentro de un marco rectangular de alambre. El marco se sostiene verticalmente, de modo que la película se escurra hacia abajo, formando una cuña con caras planas. El grosor de la película en la parte superior es esencialmente cero. La película se ve en luz blanca reflejada con incidencia casi normal, y la primera banda de interferencia violeta ($\lambda = 420$ nm) se observa a 3.00 cm del borde superior de la película. (a) Localice la primera banda de interferencia roja ($\lambda = 680$ nm). (b) Determine el grosor de la película en las posiciones de las bandas violeta y roja. (c) ¿Cuál es el ángulo de cuña de la película?

Problemas de desafío

71. La explicación de las técnicas para determinar las interferencias constructiva y destructiva por reflexión desde una película delgada en el aire ha sido confinada a rayos que inciden en la película con una incidencia casi normal. ¿Qué pasaría si? Un rayo incide a un ángulo de 30.0° (respecto de la normal) sobre una película con índice de refracción de 1.38 . Calcule el grosor mínimo para que se dé interferencia constructiva de luz de sodio con una longitud de onda de 590 nm.

72. La condición para obtener interferencia constructiva por reflexión desde una película delgada en el aire, como se desarrolló en la sección 37.5, supone incidencia casi normal. ¿Qué pasaría si? Suponga que la luz incide en la película en un ángulo θ_1 distinto de cero (con respecto a la normal). El índice de refracción de la película es n y la película está rodeada por vacío. Encuentre la condición para una interferencia constructiva que relacione el espesor t y el índice de refracción n de la película, la longitud de onda λ de la luz y el ángulo de incidencia θ_1 .

73. Ambos lados de una película uniforme que tiene un índice de refracción n y un grosor d están en contacto con el aire. Con incidencia normal de luz, se observa una intensidad mínima en la luz reflejada en λ_2 y una intensidad máxima en λ_1 , donde $\lambda_1 > \lambda_2$. (a) Si se supone que no se observan mínimos de intensidad entre λ_1 y λ_2 , determine una expresión para el entero m en las ecuaciones 37.17 y 37.18 en términos de las longitudes de onda λ_1 y λ_2 . (b) Determine la mejor estimación para el grosor de la película, suponiendo $n = 1.40$, $\lambda_1 = 500$ nm y $\lambda_2 = 370$ nm.

74. En una rendija doble, la 1 es más ancha que la 2, de modo que la luz de 1 tiene una amplitud 3.00 veces mayor que la luz de la rendija 2. Demuestre que, para esta situación, la ecuación 37.13 puede sustituirse con la ecuación $I = I_{\text{máx}}(1 + 3 \cos^2 \phi/2)$.

75. Luz monocromática de 620 nm de longitud de onda pasa por una rendija S muy estrecha, e incide luego en una pantalla en donde hay dos rendijas paralelas, S_1 y S_2 , como se ve en la figura P37.75. La rendija S_1 está directamente en línea con S y a una distancia de $L = 1.20$ m de S , mientras que S_2 está desplazada a una distancia d a un lado. La luz se detecta en el punto P en una segunda pantalla, equidistante de S_1 y S_2 . Cuando cualquiera de las rendijas S_1 y S_2 está abierta, las intensidades de luz que se observan en el punto P son iguales. Cuando ambas están abiertas, la intensidad es tres veces mayor. Encuentre el valor mínimo posible para la separación de rendijas d .

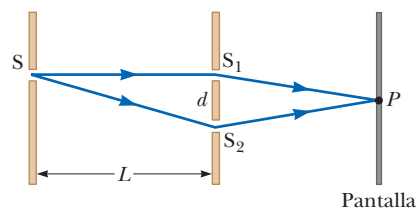


Figura P37.75

76. Una lente plana convexa que tiene un radio de curvatura de $r = 4.00$ m se coloca sobre una superficie cóncava de vidrio cuyo radio de curvatura es $R = 12.0$ m, como se ve en la figura P37.76. Determine el radio del centésimo anillo brillante, suponiendo que luz de 500 nm incide normal a la superficie plana de la lente.

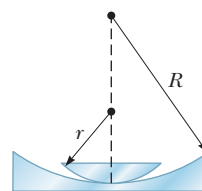


Figura P37.76

Patrones de difracción y polarización

- 38.1 Introducción a los patrones de difracción
- 38.2 Patrones de difracción provenientes de rendijas angostas
- 38.3 Resolución de una sola rendija y aberturas circulares
- 38.4 Rejilla de difracción
- 38.5 Difracción de los rayos X mediante cristales
- 38.6 Polarización de las ondas luminosas



El telescopio espacial Hubble efectúa sus observaciones por encima de la atmósfera terrestre y no sufre de visibilidad borrosa esférica causada por la turbulencia del aire, que es como una plaga para los telescopios terrestres. A pesar de esta ventaja, tiene limitaciones debidas a efectos de difracción. En este capítulo se muestra cómo la naturaleza ondulatoria de la luz limita la capacidad de cualquier sistema óptico para distinguir entre dos objetos muy cercanos entre sí. (NASA Hubble Space Telescope Collection)

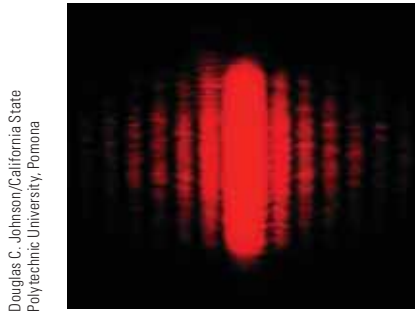
Cuando ondas de luz plana pasan a través de una pequeña abertura en una barrera opaca, esta abertura actúa como una fuente puntual de luz, con las ondas ingresando en la región oscura por detrás de la barrera. Este fenómeno, conocido como difracción, sólo puede describirse con el modelo ondulatorio para la luz, como se explicó en la sección 35.3. En este capítulo descubrirá las características del *patrón de difracción* que se presenta cuando la luz se hace incidir desde la abertura sobre una pantalla.

En el capítulo 34 aprendió que las ondas electromagnéticas son transversales. Es decir, los vectores de los campos magnético y eléctrico asociados con las ondas electromagnéticas son perpendiculares a la dirección de propagación de la onda. En este capítulo aprenderá que bajo ciertas condiciones estas ondas transversales con vectores de campo eléctrico en todas las direcciones transversales posibles pueden ser *polarizadas* de diversas formas. Esto quiere decir que sólo ciertas orientaciones de los vectores de campo eléctrico están presentes en la onda polarizada.

38.1 Introducción a los patrones de difracción

En las secciones 35.3 y 37.1 analizó como luz de una longitud de onda comparable o mayor que el ancho de una rendija se dispersa en todas las direcciones hacia adelante después de pasar a través de la rendija. A este fenómeno le llamamos *difracción*. Este comportamiento indica que la luz, una vez que ha pasado por una rendija angosta, se esparce más allá de la trayectoria definida por ésta en regiones que quedarían en la sombra si la luz se desplazara en línea recta. Otras ondas, como las sonoras y las que se producen en el agua, también tienen esta propiedad de dispersión cuando pasan por aberturas o bordes agudos.

Sería de esperar que la luz que cruza por una abertura pequeña dé como resultado simplemente una amplia región de luz en la pantalla, debido a la dispersión de la luz al pasar



Douglas C. Johnson/California State Polytechnic University, Pomona

Figura 38.1 Patrón de difracción que aparece sobre una pantalla cuando pasa luz a través de una rendija vertical angosta. El patrón está constituido por una franja central ancha y una serie de franjas laterales menos intensas y más angostas.

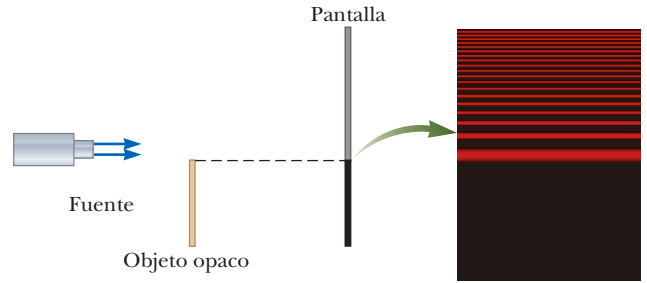


Figura 38.2 La luz de una fuente pequeña pasa por el borde de un objeto opaco y continúa hacia una pantalla. En la pantalla aparece en la región sobre el borde del objeto un patrón de difracción formado por franjas brillantes y oscuras.

por la abertura. Sin embargo, hay algo más interesante. Se observa un **patrón de difracción** formado por áreas iluminadas y áreas oscuras, algo similar a lo que ocurre con los patrones de interferencia ya explicados. Por ejemplo, cuando se coloca una rendija angosta entre una fuente distante de luz (o un rayo láser) y una pantalla, la luz produce un patrón de difracción parecido al de la figura 38.1. El patrón está constituido por una banda central ancha y bien iluminada (conocida como **máxima central**) flanqueada por una serie de bandas adicionales, menos intensas y cercanas (llamadas **máximos laterales** o **máximos secundarios**) y una serie de bandas oscuras intermedias (o **mínimas**). La figura 38.2 muestra un patrón de difracción que se asocia con luz que pasa por el borde de un objeto. De nuevo se ven franjas brillantes y oscuras, una reminiscencia del patrón de interferencia.

La figura 38.3 muestra un patrón de difracción asociado con la sombra de un centavo. En el centro aparece un punto brillante con franjas circulares extendiéndose hacia fuera a partir del borde de la sombra. Es posible explicar el punto brillante central sólo si utiliza la teoría ondulatoria de la luz, que pronostica una interferencia constructiva en este punto. Desde el punto de vista de la óptica geométrica (en la cual se considera que la luz está formada por rayos que se desplazan en línea recta), sería de esperar que el centro de la sombra se mantuviera oscura, ya que una parte de la pantalla visual está totalmente cubierta por el centavo.

Un poco antes de que se observara por primera vez este punto brillante central, uno de los defensores de la óptica geométrica, Simeon Poisson, argumentaba que de ser válida la teoría ondulatoria de la luz expresada por Augustin Fresnel, tendría que observarse un punto brillante central en la sombra de un objeto circular iluminado por una fuente puntual de luz. Para asombro de Poisson, este punto brillante fue observado poco tiempo después por Dominique Arago. Por lo tanto, la predicción hecha por Poisson reforzó la teoría ondulatoria en vez de desacreditarla.

38.2 Patrones de difracción provenientes de rendijas angostas

Considere una situación común, en donde a través de una abertura angosta, representada como una rendija, pasa luz que posteriormente se proyecta en una pantalla. Para simplificar el análisis, suponga que la pantalla de observación está lejos de la rendija, de manera que los rayos que llegan a la pantalla son aproximadamente paralelos entre sí. (Lo anterior se puede lograr experimentalmente utilizando una lente convergente para enfocar los rayos paralelos sobre una pantalla cercana.) En este modelo el patrón que aparece sobre la pantalla se conoce como **patrón de difracción Fraunhofer**.¹

La figura 38.4a (página 1162) muestra luz que entra por una sola rendija desde el lado izquierdo y se difracta conforme se propaga hacia la pantalla. La figura 38.4b es una foto-



P. M. Rinaud, Am. J. Phys. 44: 70 1976

Figura 38.3 Patrón de difracción creado por la iluminación de una moneda colocada entre la pantalla y la fuente luminosa.

¹Si se acerca la pantalla a la rendija (sin utilizar lente alguna), el patrón resultante es un patrón de difracción *Fresnel*. Este patrón es más difícil de analizar, por lo que restringiremos nuestra explicación a la difracción Fraunhofer.

Figura 38.4 (a) Geometría para analizar el patrón de difracción Fraunhofer de una sola rendija (el dibujo no está a escala). (b) Simulación de un patrón de difracción Fraunhofer de una sola rendija.

Prevención de riesgos ocultos 38.1

Difracción y patrón de difracción

La *difracción* se refiere al comportamiento general de las ondas al dispersarse cuando pasan a través de una rendija. En el capítulo 37 utilizó la difracción para explicar la existencia de un patrón de interferencia. Un *patrón de difracción* es de hecho una manera errónea de designarlo, pero está arraigado muy profundamente en el lenguaje de la física. El patrón de difracción que se ve en una pantalla cuando se ilumina una sola rendija es realmente otro patrón de interferencia. La interferencia ocurre entre fracciones de la luz incidente que ilumina diferentes regiones de la rendija.

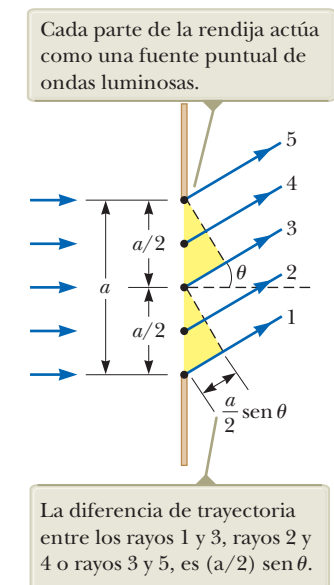


Figura 38.5 Trayectorias seguidas por los rayos luminosos que se encuentran en una rendija angosta de ancho a y que se difractan hacia una pantalla en la dirección indicada por el ángulo θ (el dibujo no está a escala).

grafía de un patrón de difracción Fraunhofer. A lo largo del eje en $\theta = 0$ se observa una franja brillante, con franjas oscuras y brillantes alternadas a cada lado de la franja central.

Hasta ahora ha supuesto que las rendijas son fuentes puntuales de luz. En esta sección se abandona esta suposición para ver cómo el ancho finito de las rendijas es la base para la comprensión de la difracción Fraunhofer. Es posible explicar algunas características de importancia a partir de este fenómeno si examina las ondas que llegan desde varias partes de la rendija, como se observa en la figura 38.5. De acuerdo con el principio de Huygens, cada parte de la rendija actúa como una fuente de ondas luminosas. Por esto, la luz desde una sección de la rendija puede interferir con la luz desde otra parte, y la intensidad de la luz resultante sobre la pantalla de observación dependerá de la dirección θ . Según este análisis, reconocerá que un patrón de difracción es realmente un patrón de interferencia, en el cual las diferentes fuentes de luz son porciones diferentes de una misma rendija! Por lo tanto, los patrones de difracción que estudiará en este capítulo son aplicaciones del análisis de modelo de ondas en interferencia.

Con la finalidad de analizar el patrón de difracción, resulta conveniente dividir la rendija en dos mitades, como se muestra en la figura 38.5. Recordando que todas las ondas estarán en fase cuando salgan de la rendija, consideremos los rayos 1 y 3. Conforme esos dos rayos se desplazan a la derecha de la figura hacia una pantalla de observación lejana, el rayo 1 se desplaza más lejos que el rayo 3 en una cantidad igual a la diferencia de trayectoria $(a/2) \sin \theta$, siendo a el ancho de la rendija. De manera similar, la diferencia en trayectoria entre los rayos 2 y 4 es también $(a/2) \sin \theta$, al igual que ocurre con los rayos 3 y 5. Si esta diferencia de trayectoria es exactamente la mitad de una longitud de onda (lo que corresponde a una diferencia de fase de 180°), las dos ondas se cancelan entre sí, lo que da como resultado interferencia destructiva. Si esto es válido para dos rayos de este tipo, también es válido para dos rayos cualesquiera que se originen en puntos separados a la mitad del ancho de la rendija, porque la diferencia de fase entre esos dos puntos es de 180° . Por lo tanto, las ondas provenientes de la mitad superior de la rendija interfieren destructivamente con ondas desde la mitad inferior cuando

$$\frac{a}{2} \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$$

o, si considera ondas con un ángulo θ arriba y abajo de la línea discontinua en la figura 38.5

$$\sin \theta = \pm \frac{\lambda}{a}$$

Si divide la rendija en cuatro partes iguales y utiliza un razonamiento similar, encontramos que la pantalla de observación también quedará oscura cuando

$$\sin \theta = \pm 2 \frac{\lambda}{a}$$

De igual manera, si divide la rendija en seis partes iguales demuestra que se obtienen franjas oscuras en la pantalla cuando

$$\sin \theta = \pm 3 \frac{\lambda}{a}$$

Por lo tanto, la condición general para la interferencia destructiva es

$$\sin \theta_{\text{oscuro}} = m \frac{\lambda}{a} \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (38.1)$$

◀ **Condición para la interferencia destructiva en una rendija sencilla**

Esta ecuación proporciona los valores de θ_{oscuro} para los cuales el patrón de difracción tiene una intensidad luminosa igual a cero; es decir, cuando se forma una franja oscura. Sin embargo, no dice nada respecto a las variaciones de la intensidad de la luz a lo largo de la pantalla. Las características generales de la distribución de intensidad se muestran en la figura 38.4, en donde se observa una franja central brillante y ancha. Esta franja está flanqueada por franjas de brillo tenues que se alternan con franjas oscuras. Las diversas franjas oscuras se presentan en los valores de θ_{oscuro} que satisfacen la ecuación 38.1. Cada pico de franja brillante yace aproximadamente a la mitad del camino entre las franjas oscuras mínimas limitantes. Observe que el brillo central máximo tiene el doble de ancho que los máximos secundarios. No hay ninguna franja oscura central, representada por la ausencia de $m = 0$ en la ecuación 38.1.

Prevención de riesgos ocultos 38.2

¡Ojo, ecuaciones iguales! La ecuación 38.1 tiene exactamente la misma forma que la ecuación 37.2, en la cual se usa d como la separación de la rendija y a , el ancho de la rendija, se usa en la ecuación 38.1. Sin embargo, la ecuación 37.2 se refiere a las regiones *brillantes* en un patrón de interferencia de dos rendijas, en tanto que la ecuación 38.1 se refiere a las regiones *oscuras* en un patrón de difracción de una sola rendija.

Ejercicio rápido 38.1 Suponga que el ancho de la rendija de la figura 38.4 se divide a la mitad. La franja central brillante (a) se ensancha, (b) queda igual o (c) se estrecha.

Ejemplo 38.1 ¿Dónde están las franjas oscuras? **AM**

Una luz con una longitud de onda de 580 nm incide sobre una rendija con un ancho de 0.300 mm. La pantalla de observación está a 2.00 m de la rendija. Determine las posiciones de las primeras franjas oscuras, así como el ancho de la franja central brillante.

SOLUCIÓN

Conceptualizar El enunciado del problema invita a imaginar un patrón de difracción de una sola rendija similar al de la figura 38.4.

Categorizar Clasifique esto como una aplicación directa de la explicación de los patrones de difracción de una sola rendija, el cual proviene del análisis de modelo de *ondas en interferencia*.

Analizar Evalúe numéricamente la ecuación 38.1 para las dos franjas oscuras laterales a la franja central brillante, que corresponde a $m = \pm 1$.

$$\sin \theta_{\text{oscuro}} = \pm \frac{\lambda}{a}$$

Sea y la posición vertical a lo largo de la pantalla en la figura 38.4a, medida desde el punto en la pantalla directamente detrás de la rendija. Así se tiene que $\tan \theta_{\text{oscuro}} = y_1/L$, donde el subíndice 1 se refiere a la primera franja oscura. Dado que θ_{oscuro} es muy pequeña, es posible utilizar la aproximación $\sin \theta_{\text{oscuro}} \approx \tan \theta_{\text{oscuro}}$; por lo tanto, $y_1 = L \sin \theta_{\text{oscuro}}$

El ancho de la franja central brillante es el doble del valor absoluto de y_1 :

$$2|y_1| = 2|L \sin \theta_{\text{oscuro}}| = 2 \left| \pm L \frac{\lambda}{a} \right| = 2L \frac{\lambda}{a} = 2(2.00 \text{ m}) \frac{580 \times 10^{-9} \text{ m}}{0.300 \times 10^{-3} \text{ m}} = 7.73 \times 10^{-3} \text{ m} = 7.73 \text{ mm}$$

Finalizar Observe que este valor es mucho mayor que el ancho de la rendija. Examine qué sucede en el caso de que modifique el ancho de la rendija.

¿QUÉ PASARÍA SI? ¿Si se incrementara el ancho de la rendija en un orden de magnitud de hasta 3.00 mm, qué pasaría? ¿Qué le ocurre al patrón de difracción?

Respuesta A partir de la ecuación 38.1 se espera que disminuyan los ángulos en los que aparecen las bandas oscuras conforme a aumenta. Por lo tanto, el patrón de difracción se hace más angosto.

Repita los cálculos con el ancho de rendija mayor:

$$2|y_1| = 2L \frac{\lambda}{a} = 2(2.00 \text{ m}) \frac{580 \times 10^{-9} \text{ m}}{3.00 \times 10^{-3} \text{ m}} = 7.73 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.773 \text{ mm}$$

Observe que esta distancia es *menor* que el ancho de la rendija. En general, para grandes valores de a los diversos máximos y mínimos están tan cerca unos de otros que sólo se observa el área central brillante similar a la imagen geométrica de la rendija. Este concepto es muy importante para el desempeño de instrumentos ópticos, como los telescopios.

Intensidad de patrones de difracción de una sola rendija

El análisis de la variación de intensidad en un patrón de difracción de una sola rendija de ancho a muestra que la intensidad está dada por

$$I = I_{\text{máx}} \left[\frac{\sin(\pi a \sin \theta / \lambda)}{\pi a \sin \theta / \lambda} \right]^2 \quad (38.2)$$

donde $I_{\text{máx}}$ es la intensidad en $\theta = 0$ (el máximo central) y λ es la longitud de onda de la luz para iluminar la rendija. Esta expresión demuestra que los *mínimos* se presentan cuando

$$\frac{\pi a \sin \theta_{\text{oscuro}}}{\lambda} = m\pi$$

o bien

$$\sin \theta_{\text{oscuro}} = m \frac{\lambda}{a} \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

en concordancia con la ecuación 38.1.

La figura 38.6a representa una gráfica de la ecuación 38.2, y la figura 38.6b es una simulación de un patrón de difracción Fraunhofer de una sola rendija. Observe que la mayor parte de la intensidad luminosa se concentra en la franja brillante.

Intensidad de los patrones de difracción de dos rendijas

Cuando se tiene más de una rendija, es necesario considerar no sólo patrones de difracción debido a las rendijas individuales, sino también los patrones de interferencia debidos a las ondas desde rendijas diferentes. Observe las líneas discontinuas curvas de la figura 37.8 del capítulo 37, que indican una disminución en la intensidad de los máximos de interferencia conforme θ se incrementa. Esta disminución se debe a un patrón de difracción. Los patrones de interferencia en esa figura se ubican por completo dentro de la franja brillante central del patrón de difracción, así que el único indicio del patrón que se ve es la disminución de la intensidad hacia la parte externa del patrón. A fin de determinar los efectos de cada rendija de interferencia y el patrón de difracción de una sola rendija desde una perspectiva mayor que en la figura 37.7, combine las ecuaciones 37.14 y 38.2:

$$I = I_{\text{máx}} \cos^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \left[\frac{\sin(\pi a \sin \theta / \lambda)}{\pi a \sin \theta / \lambda} \right]^2 \quad (38.3)$$

A pesar de que esta expresión parece complicada, simplemente representa el patrón de difracción de una sola rendija (el factor incluido en paréntesis cuadrados) que actúa como una “envolvente” para un patrón de interferencia de dos rendijas (el factor coseno cuadrado), como se puede observar en la figura 38.7. La curva discontinua de color azul

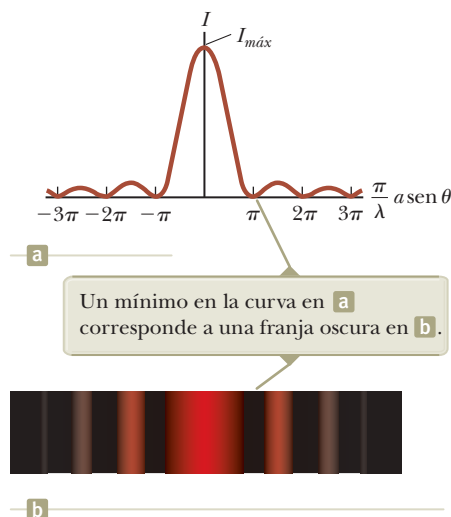


Figura 38.6 (a) Gráfica de la intensidad de la luz I en función de $(\pi/\lambda)a \sin \theta$ para el patrón de difracción Fraunhofer de una sola rendija. (b) Simulación de un patrón de difracción Fraunhofer de una sola rendija.

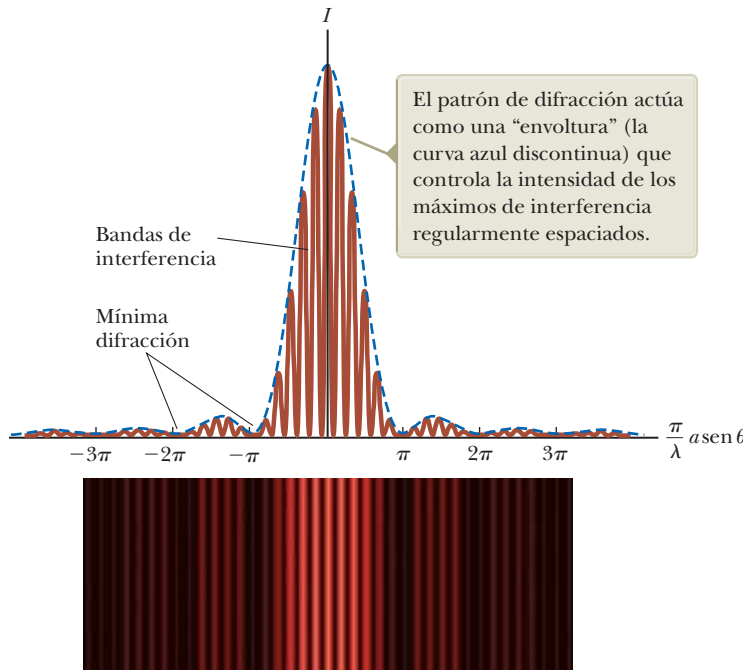


Figura 38.7 Efectos combinados de interferencias debidas a dos rendijas y a una sola rendija. Éste es el patrón producido cuando pasan ondas luminosas de 650 nm a través de dos rendijas de $3.0 \mu\text{m}$, separadas $18 \mu\text{m}$.

de la figura 38.7 representa el factor entre corchetes de la ecuación 38.3. El factor que incluye coseno cuadrado daría por sí mismo una serie de picos, todos de la misma altura, como el pico más elevado de la curva marrón de la figura 38.7. De cualquier modo, debido al efecto del factor entre corchetes estos picos varían en altura, como se muestra en la figura.

La ecuación 37.2 ofrece las condiciones para los máximos de interferencia de la forma $d \sin \theta = m\lambda$, donde d es la distancia entre las dos rendijas. La ecuación 38.1 especifica que el primer mínimo de difracción se presenta cuando $a \sin \theta = \lambda$, siendo a el ancho de la rendija. Dividir la ecuación 37.2 entre la ecuación 38.1 (con $m = 1$) permite determinar qué máximo de interferencia coincide con el primer mínimo de difracción.

$$\frac{d \sin \theta}{a \sin \theta} = \frac{m\lambda}{\lambda}$$

$$\frac{d}{a} = m \quad (38.4)$$

En la figura 38.7, $d/a = 18 \mu\text{m}/3.0 \mu\text{m} = 6$. Por lo tanto, el sexto máximo de interferencia (si se tiene en cuenta el máximo central como $m = 0$) queda alineado con el primer mínimo de difracción y no resulta visible.

E xamen rápido 38.2 Considere el pico central en la envolvente de difracción de la figura 38.7. Suponga que se modifica la longitud de onda de la luz a 450 nm. ¿Qué le ocurre a este pico central? (a) Se reduce el ancho del pico y el número de franjas de interferencia que encierra también disminuye. (b) El ancho del pico se reduce y aumenta el número de franjas de interferencia que encierra. (c) El ancho del pico se reduce y se mantiene igual el número de franjas de interferencia que encierra. (d) Aumenta el ancho del pico y se reduce el número de franjas de interferencia que encierra. (e) Aumenta el ancho del pico, así como el número de franjas de interferencia que encierra. (f) El ancho del pico aumenta y se mantiene igual el número de franjas de interferencia que encierra. (g) El ancho del pico es el mismo y disminuye el número de franjas de interferencia que encierra. (h) El ancho del pico es el mismo y se incrementa el número de franjas de interferencia que encierra. (i) El ancho del pico es el mismo y no cambia el número de franjas de interferencia que encierra.

38.3 Resolución de una sola rendija y aberturas circulares

La capacidad que tienen los sistemas ópticos para distinguir entre objetos muy cercanos entre sí, está limitada debido a la naturaleza ondulatoria de la luz. Para comprender esta dificultad, observe la figura 38.8, que muestra dos fuentes de luz alejadas desde una rendija angosta de ancho a . Las fuentes pueden ser dos fuentes puntuales no coherentes S_1 y S_2 ; por ejemplo, podría ser de dos estrellas lejanas. De no presentarse interferencia al pasar la luz por diferentes partes de la rendija, en la pantalla se observarían dos puntos brillantes distintos (o dos imágenes). Sin embargo, debido a dicha interferencia, cada fuente aparece como una región central brillante flanqueada por franjas brillantes tenues y franjas oscuras, es decir, un patrón de difracción. Lo que se observa en la pantalla es la suma de dos patrones de difracción: uno desde S_1 y el otro desde S_2 .

Si las dos fuentes están suficientemente separadas entre sí de manera que sus máximos centrales no se traslapen, como en la figura 38.8a, se podrán distinguir sus imágenes y se dice que están *resueltas*. Sin embargo, si las fuentes están muy cercanas entre sí, como en el caso de la figura 38.8b, los dos máximos centrales se sobreponen y las imágenes no quedan resueltas. Para determinar si dos imágenes están resueltas, a menudo se utiliza la condición siguiente:

Cuando el máximo central de una imagen coincide con el primer mínimo de otra imagen, se dice que las imágenes están apenas resueltas. Esta condición límite de resolución se conoce como **criterio de Rayleigh**.

A partir del criterio de Rayleigh, es posible determinar la separación angular mínima $\theta_{\min}$ subtendida por las fuentes en la rendija de la figura 38.8, para la cual las imágenes quedan apenas resueltas. La ecuación 38.1 indica que el primer mínimo en un patrón de difracción de una sola rendija se presenta en el ángulo para el cual

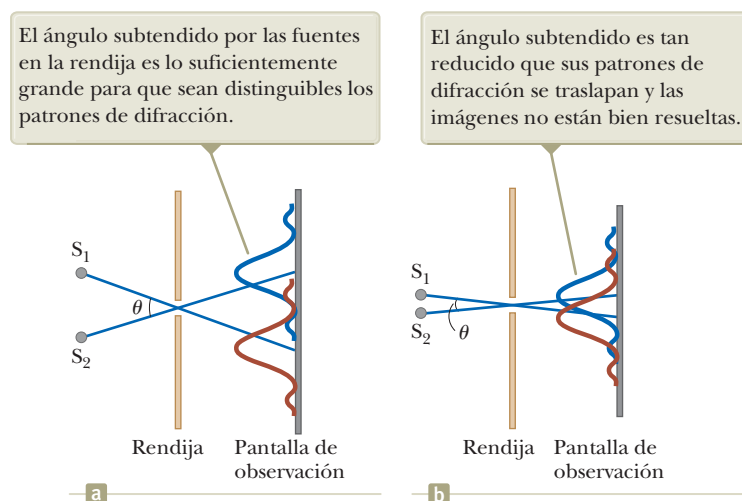
$$\sin \theta = \frac{\lambda}{a}$$

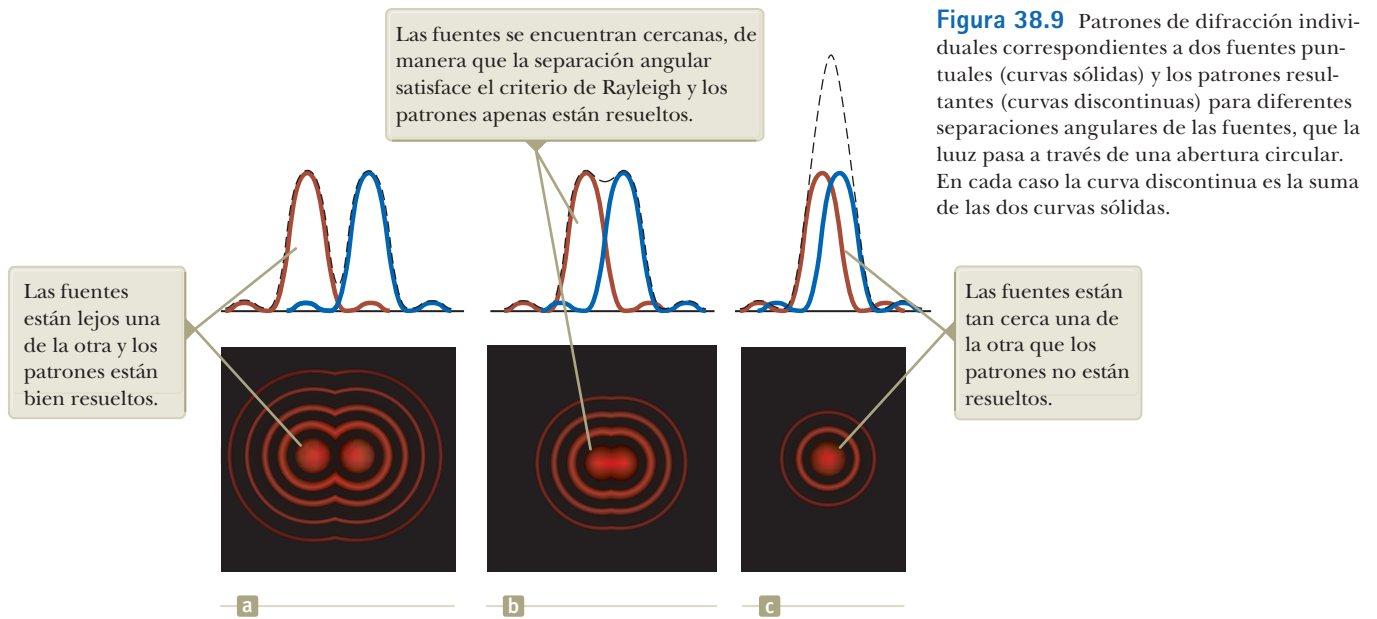
donde a es el ancho de la rendija. Según el criterio de Rayleigh, esta expresión proporciona la separación angular más pequeña en la cual se resuelven dos imágenes. Como en la mayoría de las ocasiones $\lambda \ll a$, $\sin \theta$ es pequeño y es posible utilizar la aproximación $\sin \theta \approx \theta$. Por lo tanto, el ángulo de resolución límite para una rendija de ancho a es

$$\theta_{\min} = \frac{\lambda}{a} \quad (38.5)$$

donde $\theta_{\min}$ está en radianes. Por esto, el ángulo subtendido por las dos fuentes en la rendija debe ser mayor a λ/a si las imágenes quedan resueltas.

Figura 38.8 Dos fuentes puntuales lejos de una rendija angosta producen cada una un patrón de difracción. (a) Las fuentes están separadas por un ángulo grande. (b) Las fuentes están separadas por un ángulo pequeño. (Observe que los ángulos están muy exagerados. El dibujo no está a escala.)





Muchos sistemas ópticos utilizan aberturas circulares en vez de rendijas. El patrón de difracción de una abertura circular, como se muestra en las fotografías de la figura 38.9, está constituido por un disco circular brillante central rodeado por anillos luminosos y oscuros progresivamente más tenues. La figura 38.9 muestra patrones de difracción para tres situaciones en las cuales pasa luz desde dos fuentes puntuales a través de una abertura circular. Cuando las fuentes están alejadas, sus imágenes están bien resueltas (figura 38.9a). Cuando la separación angular de las fuentes satisface el criterio de Rayleigh, las imágenes están resueltas (figura 38.9b). Por último, cuando las fuentes están cerca una de la otra, se dice que las imágenes no están resueltas (figura 38.9c) y los patrones se parecen a los de una fuente sencilla.

El análisis muestra que el ángulo de resolución límite para una abertura circular es

$$\theta_{\min} = 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad (38.6)$$

◀ **Ángulo de resolución límite para una abertura circular**

donde D es el diámetro de la abertura. Observe que esta expresión es similar a la ecuación 38.5, excepto por el factor 1.22, que resulta de un análisis matemático de la difracción desde una abertura circular.

E examen rápido 38.3 Los ojos de los gatos tienen pupilas que pueden modelarse como rendijas verticales. De noche, ¿los gatos tendrán más éxito en ver (a) los faros de un automóvil lejano o (b) las luces verticalmente separadas sobre el mástil de un barco a la distancia?

E examen rápido 38.4 Suponga que observa una estrella binaria a través de un telescopio y encuentra dificultad para definir ambas estrellas. Decide utilizar un filtro de color para maximizar la resolución. (Un filtro de un color específico sólo transmite dicho color presente en la luz.) ¿Qué color de filtro elegiría? (a) Azul, (b) verde, (c) amarillo, (d) rojo.

Ejemplo 38.2 Resolución del ojo

Luz de 500 nm de longitud de onda, cerca del centro del espectro visible, entra a un ojo humano. Aunque el diámetro de la pupila varía de persona a persona, estime un diámetro diurno de 2 mm.

(A) Estime el ángulo de resolución límite para este ojo, si supone que su resolución está limitada sólo por difracción.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Identifique la pupila del ojo como la abertura a través de la cual viaja la luz. La luz que pasa a través de esta pequeña abertura hace que en la retina se presenten patrones de difracción.

Categorizar El resultado se determina con ecuaciones desarrolladas en esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

continúa

38.2 continuación

Use la ecuación 38.6, sea $\lambda = 500 \text{ nm}$ y $D = 2 \text{ mm}$:

$$\begin{aligned}\theta_{\min} &= 1.22 \frac{\lambda}{D} = 1.22 \left(\frac{5.00 \times 10^{-7} \text{ m}}{2 \times 10^{-3} \text{ m}} \right) \\ &= 3 \times 10^{-4} \text{ rad} \approx 1 \text{ min de arco}\end{aligned}$$

(B) Determine la distancia de separación mínima d entre dos fuentes puntuales que el ojo puede distinguir, si las fuentes puntuales están a una distancia $L = 25 \text{ cm}$ del observador (figura 38.10).

SOLUCIÓN

Considerando que $\theta_{\min}$ es pequeño, encuentre d :

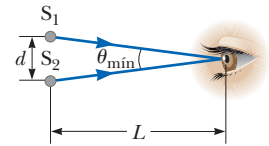
$$\sin \theta_{\min} \approx \theta_{\min} \approx \frac{d}{L} \rightarrow d = L\theta_{\min}$$

Sustituya valores numéricos:

$$d = (25 \text{ cm})(3 \times 10^{-4} \text{ rad}) = 8 \times 10^{-3} \text{ cm}$$

Este resultado es aproximadamente igual al grosor de un cabello humano.

Figura 38.10 (Ejemplo 38.2) Dos fuentes puntuales separadas por una distancia d , según observa el ojo.



Ejemplo 38.3 Resolución de un telescopio

Cada uno de los dos telescopios en el Observatorio Keck en Mauna Kea, Hawái, tiene un diámetro efectivo de 10 m. ¿Cuál es su ángulo de resolución límite para luz de 600 nm?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Identifique la abertura a través de la cual viaja la luz, como la abertura del telescopio. La luz que pasa a través de esta abertura hace que se presenten patrones de difracción en la imagen final.

Categorizar El resultado se evalúa con ecuaciones desarrolladas en esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Use la ecuación 38.6, con $\lambda = 6.00 \times 10^{-7} \text{ m}$ y $D = 10 \text{ m}$:

$$\begin{aligned}\theta_{\min} &= 1.22 \frac{\lambda}{D} = 1.22 \left(\frac{6.00 \times 10^{-7} \text{ m}}{10 \text{ m}} \right) \\ &= 7.3 \times 10^{-8} \text{ rad} \approx 0.015 \text{ s de arco}\end{aligned}$$

Cualesquiera dos estrellas que subtiendan un ángulo mayor que o igual a este valor están resueltas (si las condiciones atmosféricas son ideales).

¿QUÉ PASARÍA SI? ¿Y si considera radiotelescopios? Éstos son mucho más grandes en diámetro que los telescopios ópticos, ¿pero tienen resoluciones angulares mejores que los telescopios ópticos? Por ejemplo, el radiotelescopio en Arecibo, Puerto Rico, tiene un diámetro de 305 m y está diseñado para detectar longitudes de onda de radio de 0.75 m. ¿Cómo se compara esta resolución con la del telescopio Keck?

Respuesta El aumento en diámetro puede sugerir que los radiotelescopios tendrían mejor resolución que el telescopio Keck, pero la ecuación 38.6 muestra que $\theta_{\min}$ depende *tanto* del diámetro *como* de la longitud de onda. Al calcular el ángulo de resolución mínimo para el radiotelescopio, se encuentra

$$\begin{aligned}\theta_{\min} &= 1.22 \frac{\lambda}{D} = 1.22 \left(\frac{0.75 \text{ m}}{305 \text{ m}} \right) \\ &= 3.0 \times 10^{-3} \text{ rad} \approx 10 \text{ min de arco}\end{aligned}$$

Este ángulo de resolución límite se mide en *minutos* de arco en lugar de *segundos* de arco para el telescopio óptico. Por lo tanto, el cambio en longitud de onda compensa el aumento en diámetro. El ángulo de resolución límite para el radiotelescopio de Arecibo es más de 40 000 veces mayor (esto es, *peor*) que el mínimo de Keck.

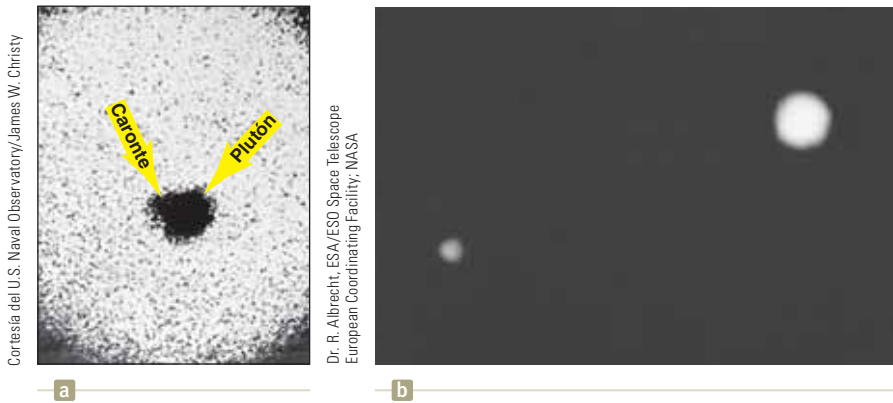


Figura 38.11 (a) Fotografía con la cual en 1978 se descubrió a Caronte, el satélite de Plutón, tomada por un telescopio terrestre. La visión borrosa atmosférica hace que Caronte aparezca sólo como una pequeña protuberancia en el borde de Plutón. (b) Fotografía de Plutón y de Caronte tomada desde el telescopio espacial Hubble, donde aparecen los dos objetos claramente definidos.

Un telescopio, tal como el explicado en el ejemplo 38.3, nunca puede alcanzar su límite de difracción, porque el ángulo de resolución límite siempre se ajusta por desenfoco atmosférico en longitudes de onda ópticas. Este límite en la visualización usualmente es de más o menos 1 s de arco y nunca es menor que 0.1 s de arco. El desenfoco atmosférico es causado por variaciones en el índice de refracción con las variaciones de temperatura en el aire. Este desenfoco es una causa de la superioridad de las fotografías desde telescopios en órbita, que ven los objetos celestes desde una posición orbital arriba de la atmósfera.

Como ejemplo de los efectos de visión atmosférica borrosa mencionados considere las imágenes telescópicas de Plutón y de su satélite Caronte. La figura 38.11a muestra la imagen tomada en 1978 cuando fue descubierto Caronte. En esta fotografía, tomada desde un telescopio terrestre, la turbulencia atmosférica provoca que la imagen aparezca como sólo una protuberancia en el borde de Plutón. En comparación, la figura 38.11b muestra una fotografía tomada por el telescopio espacial Hubble. En ausencia de problemas de turbulencia atmosférica, Plutón y su satélite se observan claramente.

38.4 Rejilla de difracción

La **rejilla de difracción**, un útil aparato para el análisis de las fuentes luminosas, está constituida por un elevado número de rendijas paralelas separadas entre sí a una misma distancia. También es posible fabricar una *rejilla de transmisión* tallando ranuras paralelas en la placa de vidrio utilizando una máquina rayadora de precisión. Los espacios entre surcos son transparentes para la luz y, por esto, actúan como rendijas independientes. Se puede construir una *rejilla de reflexión* tallando ranuras paralelas sobre la superficie de un material que refleja. La reflexión de la luz de los espacios entre las ranuras es especular, y la reflexión de las ranuras cortadas en el material es difusa. Por lo tanto, los espacios entre ranuras actúan como fuentes paralelas de luz reflejada, al igual que las rendijas en una rejilla de transmisión. La tecnología actual puede producir rejillas con espaciamientos de rendija muy pequeños. Por ejemplo, una rejilla típica rayada con 5 000 ranuras por centímetro tiene un espaciamiento entre rendijas $d = (1/5\,000)$ cm, lo que es igual a 2.00×10^{-4} cm.

En la figura 38.12 (página 1170) se ilustra una sección de una rejilla de difracción. Desde el lado izquierdo incide una onda plana normal al plano de la rejilla. El patrón observado sobre la pantalla en el extremo derecho de la rejilla es resultado de los efectos combinados de la interferencia y la difracción. Cada rendija produce difracción y los rayos difractados interfieren entre sí para producir el patrón final.

Las ondas de todas las rendijas están en fase al salir de las mismas. Sin embargo, para alguna dirección arbitraria θ observada desde la horizontal, las ondas deben viajar diferentes distancias de trayectoria antes de llegar a la pantalla. Observe en la figura 38.12 que la diferencia de trayectorias δ entre rayos desde dos rendijas adyacentes cualesquiera es igual a $d \sin \theta$. Si esta diferencia en la trayectoria resulta igual a una longitud de onda o a algún múltiplo entero de una longitud de onda, se observan las ondas de todas las rendijas en fase en la pantalla y una franja brillante. Por lo tanto, la condición para los **máximos** en el patrón de interferencia en el ángulo $\theta_{\text{brillante}}$ es

$$d \sin \theta_{\text{brillante}} = m\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (38.7)$$

Prevención de riesgos ocultos 38.3

Una rejilla de difracción es una rejilla de interferencia Al igual que en el caso del *patrón de difracción*, la *rejilla de difracción* es un nombre incorrecto, pero está profundamente arraigado en el lenguaje de los físicos. La *rejilla de difracción* se basa en la difracción de la misma forma que la doble rendija, dispersando la luz de forma que la luz desde rendijas diferentes puede interferir. Sería más correcto identificarla como una *rejilla de interferencia*, pero el nombre que se usa es *rejilla de difracción*.

◀ Condición para máximos de interferencia en una rejilla

Figura 38.12 Vista lateral de una rejilla de difracción. La separación entre rendijas es d , y la diferencia en trayectorias entre rendijas adyacentes es igual a $d \sin \theta$.

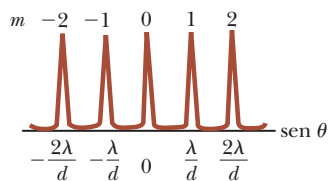
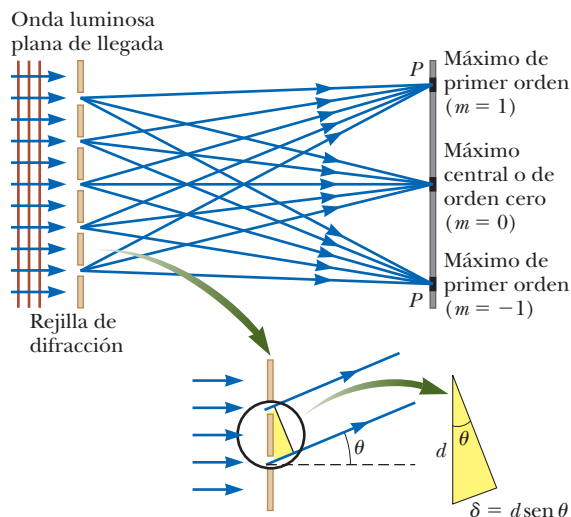


Figura 38.13 Intensidad en función de $\sin \theta$ para una rejilla de difracción. También se muestran los máximos de orden cero, primero y segundo.

Es posible utilizar esta expresión para calcular la longitud de onda si se sabe cuál es el espaciamiento d y el ángulo $\theta_{\text{brillante}}$. Si la radiación incidente contiene varias longitudes de onda, el máximo de orden m para cada longitud de onda se presenta en un ángulo específico. Todas las longitudes de onda son visibles en $\theta = 0$, lo que corresponde a $m = 0$, que es el máximo de orden cero. El máximo de primer orden ($m = 1$) se observará en un ángulo que satisfaga la relación $\sin \theta_{\text{brillante}} = \lambda/d$; el máximo de segundo orden ($m = 2$) será visto en un ángulo más grande $\theta_{\text{brillante}}$, y así sucesivamente. Para valores más pequeños representativos de d en una rejilla de difracción, los ángulos $\theta_{\text{brillante}}$ son grandes, como se ve en el ejemplo 38.5.

La distribución de intensidad de una rejilla de difracción obtenida utilizando una fuente monocromática aparece en la figura 38.13. Observe la nitidez de los máximos principales y la anchura de las áreas oscuras comparadas con las anchas franjas brillantes del patrón de interferencia causado por dos rendijas (véase la figura 37.6). También vale la pena observar de nuevo la figura 37.8, que muestra que el ancho de los máximos de intensidad disminuye conforme aumenta el número de rendijas. Ya que los máximos principales son tan nítidos, resultan mucho más brillantes que los máximos de interferencia causados por dos rendijas.

Ejercicio rápido 38.5 Una luz ultravioleta de longitud de onda de 350 nm incide en una rejilla de difracción con un espaciamiento d entre rendijas, formando un patrón de interferencia sobre una pantalla que está a una distancia L . Las posiciones angulares $\theta_{\text{brillante}}$ de los máximos de interferencia son numerosas. La localización de las franjas brillantes se marcan en la pantalla. Acto seguido se utiliza una luz roja con una longitud de onda de 700 nm con una rejilla de difracción para formar otro patrón de difracción sobre la pantalla. Las franjas brillantes de este patrón se harán de forma tal que se localicen sobre las marcas sobre la pantalla (a) moviendo la pantalla a una distancia $2L$ de la rejilla, (b) moviendo la pantalla a una distancia $L/2$ de la rejilla, (c) reemplazando la rejilla por otra con un espaciamiento entre rendijas de $2d$, (d) reemplazando la rejilla por otra que tenga un espaciamiento entre rejillas de $d/2$, o (e) si no se cambia nada.

Ejemplo 38.4 Un disco compacto es una rejilla de difracción

La luz reflejada desde la superficie de un disco compacto es multicolorida, como muestra la figura 38.14. Los colores y sus intensidades dependen de la orientación del CD en relación con el ojo y en relación con la fuente de luz. Explique cómo funciona esto.

SOLUCIÓN

La superficie de un CD tiene una pista ranurada en espiral (con ranuras adyacentes que tienen una separación del

Figura 38.14 (Ejemplo conceptual 38.4) Disco compacto observado bajo luz blanca. Los colores observados en la luz reflejada y sus intensidades dependen de la orientación del CD en relación con el ojo y con la fuente de luz.



Carlos E. Santa María/Shutterstock.com

38.4 continuación

orden de $1\ \mu\text{m}$). Por lo tanto, la superficie actúa como una rejilla de reflexión. La luz reflejada desde las regiones entre estas ranuras cercanamente espaciadas interfiere de manera constructiva sólo en ciertas direcciones, que dependen de la longitud de onda y la dirección de la luz incidente. Cualquier sección del CD sirve como rejilla de difracción para luz blanca, enviando colores distintos en diferentes direcciones. Los diferentes colores que se ven al observar una sección cambian cuando la fuente de luz, el CD o usted cambia de posición. Este cambio en posición hace que se alteren el ángulo de incidencia o el ángulo de luz difractada.

Ejemplo 38.5 Órdenes de una rejilla de difracción

Luz monocromática de un láser helio-neón ($\lambda = 632.8\ \text{nm}$) incide de manera normal sobre una rejilla de difracción que contiene 6 000 ranuras por centímetro. Encuentre los ángulos a los que se observan los máximos de primero y segundo orden.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Estudie la figura 38.12 e imagine que la luz que viene desde la izquierda se origina en el láser helio-neón. Evalúe los posibles ángulos θ para una interferencia constructiva.

Categorizar Los resultados se evalúan con ecuaciones desarrolladas en esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Calcule la separación de rendija como el inverso del número de ranuras por centímetro:

$$d = \frac{1}{6\,000}\ \text{cm} = 1.667 \times 10^{-4}\ \text{cm} = 1\,667\ \text{nm}$$

Resuelva la ecuación 38.7 para $\sin \theta$ y sustituya valores numéricos para el máximo de primer orden ($m = 1$) para encontrar θ_1 :

$$\begin{aligned}\sin \theta_1 &= \frac{(1)\lambda}{d} = \frac{632.8\ \text{nm}}{1\,667\ \text{nm}} = 0.379\,7 \\ \theta_1 &= 22.31^\circ\end{aligned}$$

Repita para el máximo de segundo orden ($m = 2$):

$$\begin{aligned}\sin \theta_2 &= \frac{(2)\lambda}{d} = \frac{2(632.8\ \text{nm})}{1\,667\ \text{nm}} = 0.759\,4 \\ \theta_2 &= 49.41^\circ\end{aligned}$$

¿QUÉ PASARÍA SI? ¿Y si usted busca el máximo de tercer orden? ¿Lo encontraría?

Respuesta Para $m = 3$, se encuentra $\sin \theta_3 = 1.139$. Ya que $\sin \theta$ no puede exceder la unidad, este resultado no representa una solución real. Así, para esta situación sólo se observan máximos de orden cero, primero y segundo.

Aplicaciones de las rejillas de difracción

En la figura 38.15 (página 1172) se muestra un dibujo esquemático de un aparato simple que se usa para medir ángulos en un patrón de difracción. Este aparato es un *espectrómetro de rejilla de difracción*. La luz a analizar pasa a través de una rendija, y un haz colimado de luz incide sobre la rejilla. La luz difractada deja la rejilla a ángulos que satisfacen la ecuación 38.7, y se usa un telescopio para ver la imagen de la rendija. La longitud de onda se puede determinar al medir los ángulos precisos a los que aparecen las imágenes de la rendija para los diferentes órdenes.

El espectrómetro es una herramienta útil en la *espectroscopia atómica*, en la que se analiza la luz de un átomo para encontrar las longitudes de onda componentes. Dichas longitudes de onda componentes se utilizan para identificar el átomo. En el capítulo 42 se investigarán los espectros atómicos.

Otra aplicación de las rejillas de difracción es la *válvula de luz de rejilla* (GLV, *grating light valve*), que puede competir en el futuro cercano de la videoproyección con los dispositivos de microespejo digital (DMD) explicados en la sección 35.4. Un GLV es un microchip de silicio ajustado con un arreglo de cintas de nitruro de silicio paralelas recu-

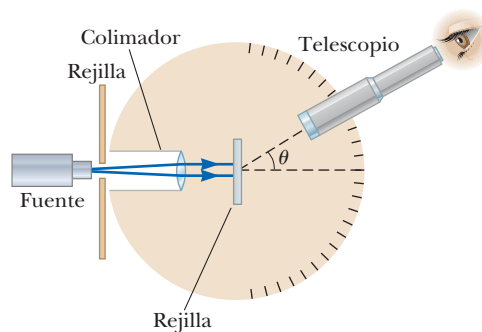
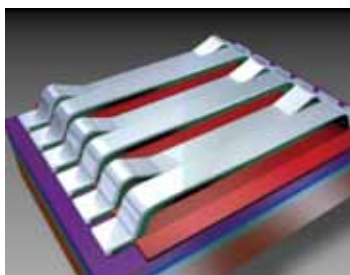


Figura 38.15 Diagrama de un espectrómetro de rejilla de difracción. El haz colimado incidente en la rejilla se dispersa en sus diferentes longitudes de onda componentes, con interferencia constructiva para una longitud de onda particular que se presenta con los ángulos $\theta_{\text{brillante}}$ que satisfacen la ecuación $d \sin \theta_{\text{brillante}} = m\lambda$, donde $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$



Cortesía de Silicon Light Machines

Figura 38.16 Una pequeña porción de una válvula de luz de rejilla. Las cintas reflectoras alternas a diferentes niveles actúan como una rejilla de difracción, que ofrece control de muy alta rapidez de la dirección de la luz hacia un dispositivo de despliegue digital.

biertas con una capa delgada de aluminio (figura 38.16). Cada cinta mide aproximadamente $20 \mu\text{m}$ de largo y $5 \mu\text{m}$ de ancho, y está separada del sustrato de silicio mediante una brecha de aire del orden de 100 nm . Sin voltaje aplicado, todas las cintas están al mismo nivel. En esta situación, el arreglo de cintas actúa como una superficie plana, que refleja especularmente la luz incidente.

Cuando se aplica un voltaje entre una cinta y el electrodo en el sustrato de silicio, una fuerza eléctrica jala la cinta hacia abajo, más cerca del sustrato. Cintas alternas se pueden bajar, mientras que las que están en medio permanecen en una configuración elevada. Como resultado, el arreglo de cintas actúa como una rejilla de difracción tal que la interferencia constructiva para una longitud de onda particular de luz se puede dirigir hacia una pantalla u otro sistema de despliegue óptico. Al usar tres de tales dispositivos (cada uno para luz roja, azul y verde), es posible un despliegue a todo color.

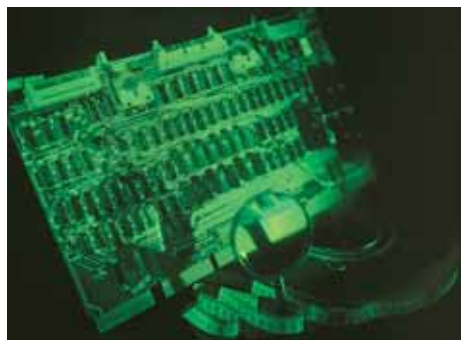
Además de su uso en la pantalla de video, la GLV ha encontrado aplicaciones en la tecnología de sensores de navegación óptica láser, en la impresión comercial de ordenador a placa y otros tipos de formación de imágenes.

Otra interesante aplicación de las rejillas de difracción es la **holografía**, producción de imágenes tridimensionales de objetos. La física de la holografía la desarrolló Dennis Gabor (1900-1979) en 1948 y resultó en el Premio Nobel de Física para Gabor en 1971. El requisito de luz coherente para la holografía demoró la realización de imágenes holográficas a partir del trabajo de Gabor hasta el desarrollo de los láser en la década de 1960. La figura 38.17 muestra un holograma simple visto desde dos posiciones diferentes y el carácter tridimensional de su imagen. Observe en particular la diferencia en la vista a través de la lupa en las figuras 38.17a y 38.17b.

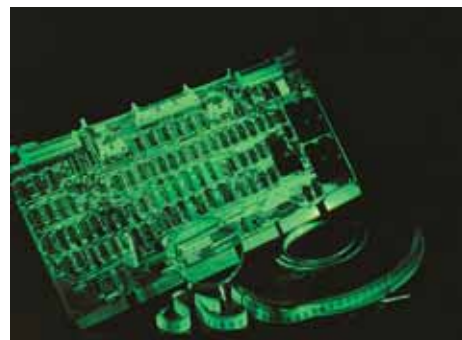
La figura 38.18 muestra cómo se hace un holograma. La luz del láser se divide en dos partes mediante un espejo medio plateado en B . Una parte del haz se refleja en el objeto a fotografiar e incide en una película fotográfica ordinaria. La otra mitad del haz diverge mediante la lente L_2 , se refleja de los espejos M_1 y M_2 y, por último, incide en la

Figura 38.17 En este holograma se muestran dos vistas diferentes de un tablero de circuito. Observe la diferencia en la apariencia de la cinta de medir y la vista a través de las lupas en (a) y (b).

Foto de Ronald R. Erickson: holograma por Nicklaus Phillips



a



b

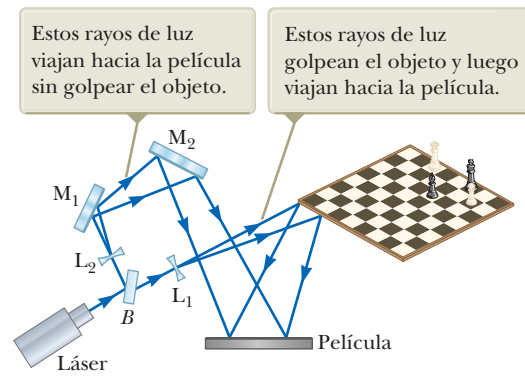


Figura 38.18 Arreglo experimental para producir un holograma.

película. Los dos haces se traslapan para formar un patrón de interferencia extremadamente complicado sobre la película. Tal patrón de interferencia se puede producir sólo si la correspondencia de fase de las dos ondas es constante en todas las partes de la exposición de la película. Esta condición se satisface al iluminar la escena con luz que pasa a través del orificio de un alfiler o con radiación láser coherente. El holograma registra no sólo la intensidad de la luz dispersada del objeto (como en una fotografía convencional), sino también la diferencia de fase entre el haz de referencia y el haz dispersado del objeto. Debido a esta diferencia de fase, se forma un patrón de interferencia que produce una imagen en la que se guarda toda la información tridimensional disponible desde la perspectiva de cualquier punto en el holograma.

En una imagen fotográfica normal se usa una lente para enfocar la imagen de modo que cada punto en el objeto corresponda a un solo punto en la película. Observe que en la figura 38.18 no se usa lente para enfocar la luz en la película. Por lo tanto, la luz desde cada punto en el objeto alcanza *todos* los puntos en la película. Como resultado, cada región de la película fotográfica en la que se registra el holograma contiene información acerca de todos los puntos iluminados sobre el objeto, lo que conduce a un resultado notable: si una pequeña sección del holograma se corta de la película, ¡la imagen completa se puede formar a partir del pedazo pequeño! (La calidad de la imagen se reduce, pero toda la imagen está presente.)

Un holograma se ve mejor al permitir que luz coherente pase a través de la película revelada conforme uno mira atrás a lo largo de la dirección desde donde viene el haz. El patrón de interferencia en la película actúa como una rejilla de difracción. La figura 38.19 muestra dos rayos de luz que inciden y pasan a través de la película. Para cada rayo se muestran los rayos $m = 0$ y $m = \pm 1$ en el patrón de difracción, que salen del lado derecho de la película. Los rayos $m = +1$ convergen para formar una imagen real de la escena, que no es la imagen que normalmente se ve. Al extender los rayos de luz que corresponden a $m = -1$ más allá de la película, se ve que hay una imagen virtual ubicada ahí, con luz que viene desde ella exactamente en la misma forma que la luz que viene del

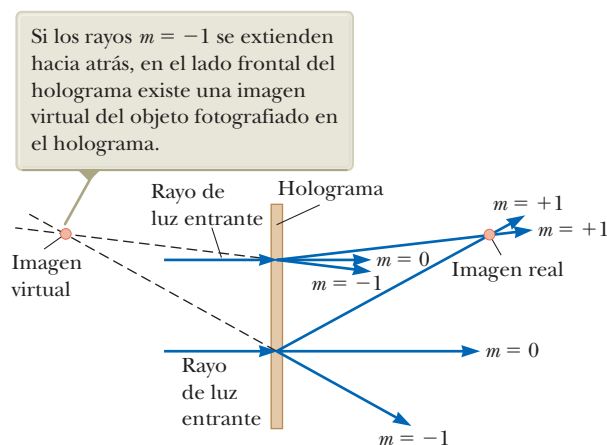
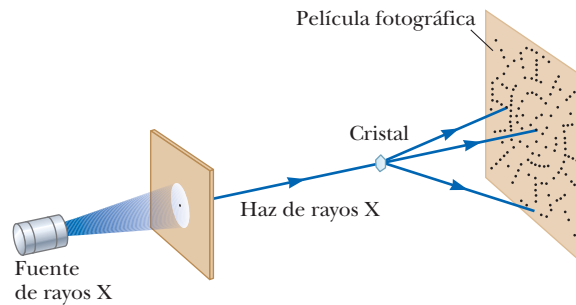


Figura 38.19 Dos rayos de luz golpean un holograma en incidencia normal. Para cada rayo se muestran los rayos salientes que corresponden a $m = 0$ y $m = \pm 1$.

Figura 38.20 Diagrama esquemático de la técnica utilizada para observar la difracción de rayos X mediante un cristal. El arreglo de manchas formadas sobre la película se llama patrón de Laue.



objeto real cuando se expuso la película. Esta imagen es lo que uno ve cuando observa a través de la película holográfica.

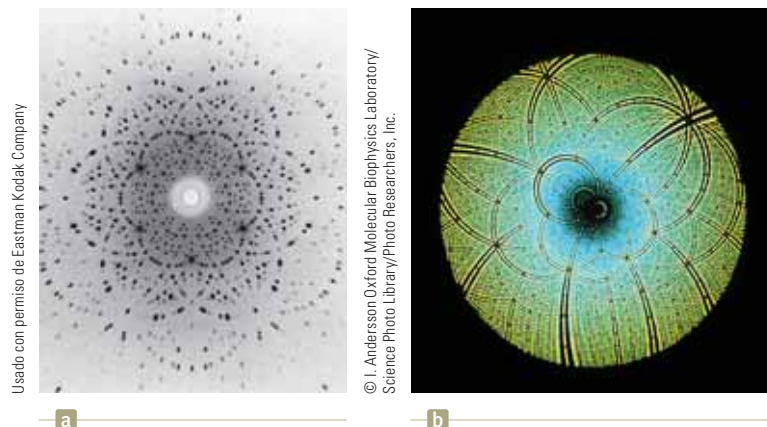
Los hologramas encuentran numerosas aplicaciones. Usted puede tener un holograma en su tarjeta de crédito. Este tipo especial de hologramas se llama *holograma arco iris* y está diseñado para verse en luz blanca reflejada.

38.5 Difracción de los rayos X mediante cristales

En principio, es posible determinar la longitud de onda de cualquier onda electromagnética si se dispone de una rejilla con un espaciamiento entre rendijas adecuado (del orden de λ). Los rayos X, descubiertos en el año 1895 por Wilhelm Roentgen (1845-1923), son ondas electromagnéticas de una longitud de onda muy reducida (del orden de 0.1 nm). Sería imposible, utilizando el proceso de corte descrito al principio de la sección 38.4, construir una rejilla con un espaciamiento tan pequeño. Sin embargo, el espaciamiento atómico en un sólido es de aproximadamente 0.1 nm. En el año de 1913, Max von Laue (1879-1960) sugirió que la organización normal de los átomos en un cristal pudiera funcionar como una rejilla de difracción tridimensional para los rayos X. Experimentos consecutivos confirmaron esta predicción. Los patrones de difracción de cristales son complejos debido a la naturaleza tridimensional de la estructura cristalina. A pesar de esto, la difracción de los rayos X ha demostrado ser una técnica invaluable para aclarar estas estructuras y para un mejor discernimiento de la estructura de la materia.

La figura 38.20 muestra un arreglo experimental para la observación de la difracción de los rayos X mediante un cristal. Sobre el cristal incide un haz colimado de rayos X monocromáticos. Los rayos difractados son muy intensos en ciertas direcciones, que corresponden a la interferencia constructiva de ondas reflejadas desde las capas de átomos del cristal. Los rayos difractados, que pueden ser detectados sobre una película fotográfica, forman un arreglo de puntos conocido como *patrón de Laue*, como en la figura 38.21a. Es posible deducir la estructura cristalina al analizar las posiciones relativas y las intensidades de los diversos puntos en el patrón. La figura 38.21b muestra un patrón de Laue correspondiente a una enzima cristalina utilizando una amplia gama de longitudes de onda, de manera que el resultado es un patrón en remolino.

Figura 38.21 (a) Un patrón de Laue de un cristal simple del mineral berilio (aluminosilicato de berilio). Cada punto representa un lugar de interferencia constructiva. (b) Patrón de Laue de la enzima Rubisco, producida mediante un espectro de rayos X de banda ancha. Esta enzima está presente en las plantas y forma parte de la fotosíntesis. El patrón de Laue es utilizado para determinar la estructura cristalina del Rubisco.



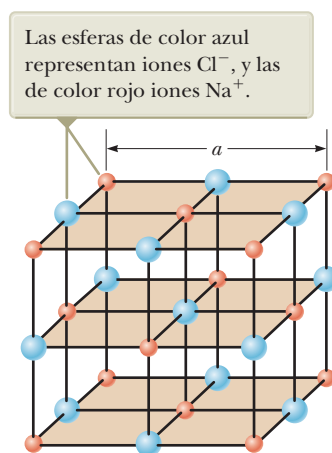


Figura 38.22 Estructura cristalina del cloruro de sodio (NaCl). La longitud de la arista del cubo es $a = 0.562\,737\text{ nm}$.

En la figura 38.22 se muestra la organización de los átomos en un cristal de cloruro de sodio (NaCl). Cada celda unitaria (el sólido geométrico que se repite en todo el cristal) es un cubo de arista a . Un examen cuidadoso de la estructura del NaCl muestra que los iones yacen en planos distintos (las áreas sombreadas de la figura 38.22). Ahora suponga que un rayo X incidente forma un ángulo θ con uno de los planos, como en la figura 38.23. El rayo puede reflejarse tanto del plano superior como del inferior; sin embargo, el rayo reflejado del plano inferior se desplaza más que el rayo reflejado proveniente del plano superior. La diferencia en la trayectoria efectiva es igual a $2d \sin \theta$. Los dos haces se refuerzan (interferencia constructiva) cuando esta diferencia de trayectoria es igual a algún múltiplo entero de λ . Lo mismo es también cierto para la reflexión de toda la familia de planos paralelos. De ahí que la condición para una interferencia *constructiva* (máximos en el rayo reflejado) es igual a

$$2d \sin \theta = m\lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (38.8)$$

Esta condición se conoce como **ley de Bragg**, en honor a W. L. Bragg (1890-1971), quien fue el primero en deducir la relación. Si se mide la longitud de onda y el ángulo de difracción, es posible usar la ecuación 38.8 para calcular el espaciamiento entre los planos atómicos.

38.6 Polarización de las ondas luminosas

En el capítulo 34 se describió la naturaleza transversal de las ondas de luz y todas las demás ondas electromagnéticas. Una prueba firme de esta naturaleza transversal es la polarización de la luz, que es el tema de análisis de esta sección.

Un haz normal de luz está formado por un gran número de ondas emitidas por los átomos de la fuente luminosa. Cada átomo produce una onda que tiene una orientación particular del vector del campo eléctrico $\vec{E}$, correspondiente a la dirección de la vibración atómica. La *dirección de polarización* de cada una de las ondas individuales se define como la dirección en la que vibra su campo eléctrico. En la figura 38.24 esta dirección ocurre a lo largo del eje y . Sin embargo, una onda electromagnética individual podría tener su vector $\vec{E}$ sobre el plano yz , con lo que podría formarse cualquier ángulo posible con el eje y . Debido a que es factible cualquier dirección de vibración de la fuente de las ondas, la onda electromagnética resultante es una superposición de ondas que vibran en muchas direcciones distintas. El resultado es un rayo de luz **no polarizado**, como el que se ilustra en la figura 38.25a (página 1176). La dirección de la propagación de las ondas en esta figura es perpendicular a la página. Las flechas muestran unas cuantas direcciones posibles de los

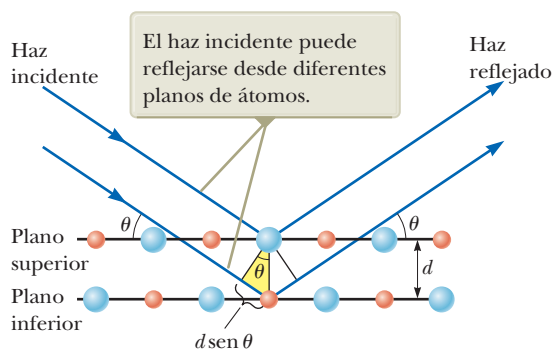


Figura 38.23 Descripción en dos dimensiones de la reflexión de un haz de rayos X desde dos planos cristallinos paralelos separados una distancia d . El haz reflejado por el plano inferior viaja más, una distancia igual a $2d \sin \theta$, que el que se refleja desde el plano superior.

Prevención de riesgos ocultos 38.4

Diferentes ángulos Observe que en la figura 38.23 el ángulo θ se observa a partir de la superficie reflejante, antes que desde la normal, como en el caso de la ley de la reflexión del capítulo 35. En el caso de las rendijas y las rejillas de difracción, también el ángulo θ se midió a partir de la normal al arreglo de las rendijas. En la ley de Bragg de la difracción, por razones de tradición histórica, el ángulo se mide de una forma distinta, por lo que es necesario interpretar la ecuación 38.8 con mucho cuidado.

◀ Ley de Bragg

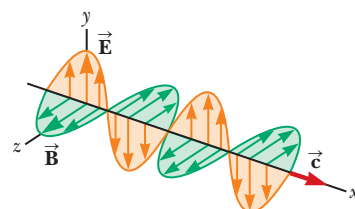


Figura 38.24 Diagrama esquemático de una onda electromagnética que se propaga con una velocidad $\vec{c}$ en la dirección x . El campo eléctrico vibra en el plano xy y el campo magnético vibra en el plano xz .

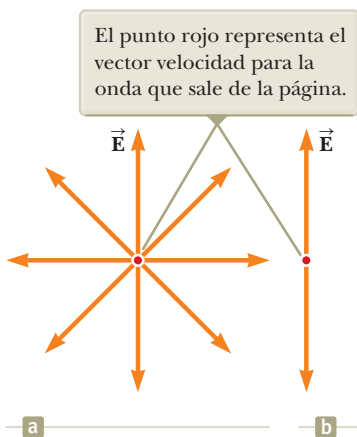


Figura 38.25 (a) Representación de un haz de luz no polarizada visto a lo largo de la dirección de propagación. El campo eléctrico transversal puede vibrar con la misma probabilidad en cualquier dirección dentro del plano de la página. (b) Rayo de luz linealmente polarizado con su campo eléctrico vibrando en dirección vertical.

vectores del campo eléctrico que conforman el haz resultante. En algún punto e instante en el tiempo, todos esos vectores individuales se suman para dar el vector de campo eléctrico resultante.

Como se pudo observar en la sección 34.3, se dice que una onda está **linealmente polarizada** si *en todo momento* el campo eléctrico resultante $\vec{E}$ vibra en la misma dirección en un punto en particular, como se muestra en la figura 38.25b. (Algunas veces, a este tipo de onda se le llama *plana polarizada*, o simplemente *polarizada*.) El plano formado por $\vec{E}$ y la dirección de propagación se conoce como el *plano de polarización* de la onda. Si la onda de la figura 38.24 representara la resultante de todas las ondas individuales, el plano de polarización sería el plano xy .

Es posible obtener un haz linealmente polarizado, partiendo de un haz no polarizado, al retirar todas las ondas del haz, con excepción de aquellas cuyos vectores de campo eléctrico oscilan en un solo plano. Ahora se explicarán cuatro procesos para la producción de luz polarizada a partir de luz no polarizada.

Polarización por absorción selectiva

La técnica más común para producir luz polarizada es usar material que transmita ondas cuyos campos eléctricos vibren en un plano paralelo a cierta dirección y que absorba las ondas cuyos campos eléctricos estén vibrando en todas las demás direcciones.

En el año de 1938, E. H. Land (1909-1991) descubrió un material, que llamó *polaroid*, que polariza la luz mediante la absorción selectiva. Este material se fabrica en hojas delgadas de hidrocarburos de cadena larga. Las láminas u hojas son estiradas durante su fabricación, de forma que las moléculas de la cadena larga se alinean. Después de haber sumergido la hoja en una solución que contiene yodo, las moléculas se vuelven buenos conductores eléctricos. Esta conducción ocurre principalmente a lo largo de las cadenas de hidrocarburos, ya que los electrones se pueden desplazar con facilidad a lo largo de sus cadenas. Si la luz cuyo vector de campo eléctrico es paralelo a las cadenas incide en el material, el campo eléctrico acelera los electrones a lo largo de las cadenas y se absorbe energía a causa de la radiación. Por lo tanto, la luz no pasa a través del material. La luz cuyo vector de campo eléctrico es perpendicular a las cadenas pasa a través del material porque los electrones no pueden moverse desde una molécula a la próxima. Como resultado, cuando incide luz no polarizada en el material, la luz que sale es polarizada perpendicular a las cadenas moleculares.

Es común referirse a la dirección perpendicular de las cadenas moleculares como el *eje de transmisión*. En un polarizador ideal se transmite toda la luz cuya $\vec{E}$ sea paralela al eje de transmisión y se absorbe toda la luz cuya $\vec{E}$ sea perpendicular al eje de transmisión.

La figura 38.26 presenta un rayo de luz no polarizada que incide sobre una primera hoja polarizadora, conocida como *polarizador*. Debido a que en la figura el eje de transmisión está orientado en sentido vertical, la luz transmitida a través de esta hoja está polarizada verticalmente. Este rayo es interceptado por una segunda hoja polarizadora, el *analizador*. En la figura 38.26, el eje de transmisión del analizador se ajusta de manera que forma un ángulo θ en relación con el eje del polarizador. Se denomina $\vec{E}_0$ al vector de campo eléctrico del primer rayo transmitido. La componente de $\vec{E}_0$ perpendicular al eje del analizador es absorbida

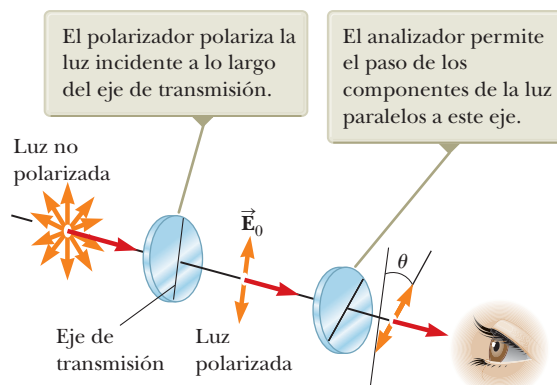


Figura 38.26 Dos láminas polarizadoras cuyos ejes de transmisión forman un ángulo θ . Sólo se transmite hacia el observador una fracción de la luz polarizada que incide sobre el analizador.

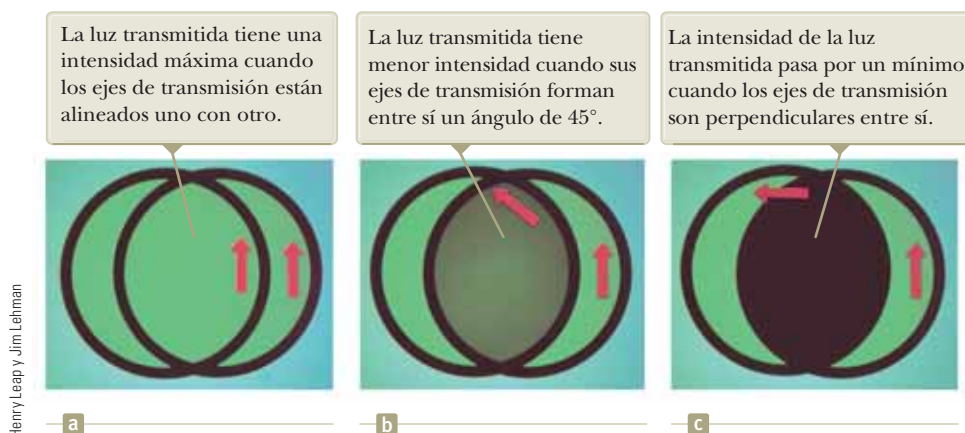


Figura 38.27 La intensidad de la luz transmitida a través de dos materiales polarizadores depende de la orientación relativa de sus ejes de transmisión. Las flechas rojas indican los ejes de transmisión de los polarizadores.

en su totalidad. La componente de $\vec{E}_0$ paralela al eje del analizador, es decir, $E_0 \cos \theta$, pasa a través de este último. En vista de que la intensidad del rayo transmitido varía en función del cuadrado de su magnitud, se concluye que la intensidad I del rayo (polarizado) que se transmite a través del analizador varía en función de

$$I = I_{\text{máx}} \cos^2 \theta \quad (38.9)$$

◀ Ley de Malus

donde $I_{\text{máx}}$ es la intensidad del rayo polarizado que incide sobre el analizador. Esta expresión, conocida como **ley de Malus**,² es aplicable a cualquier par de materiales polarizantes cuyos ejes de transmisión formen entre sí un ángulo θ . Esta expresión muestra que la intensidad del rayo transmitido es máxima cuando los ejes de transmisión son paralelos ($\theta = 0$ o 180°) y es igual a cero (absorción completa por el analizador) cuando los ejes son perpendiculares entre sí. En la figura 38.27 se ilustra la variación de la intensidad transmitida por un par de hojas polarizadoras. Debido a que el valor promedio de $\cos^2 \theta$ es $\frac{1}{2}$, la intensidad de la luz inicialmente no polarizada se reduce por un factor de un medio a medida que la luz pasa a través de un polarizador ideal simple.

Polarización por reflexión

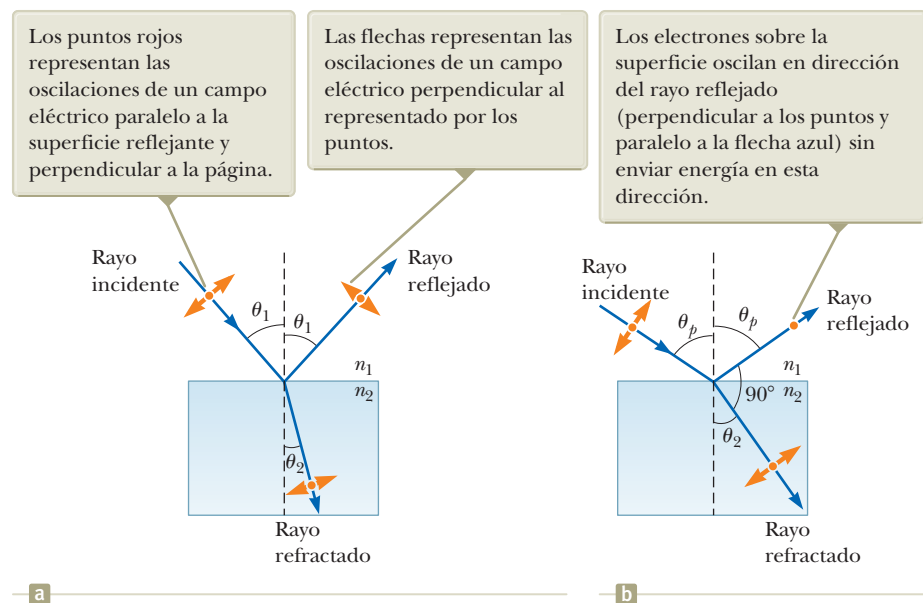
Cuando un rayo de luz no polarizado se refleja desde una superficie, la luz reflejada puede estar totalmente polarizada, parcialmente polarizada o no polarizada, dependiendo del ángulo de incidencia. Si el ángulo de incidencia es igual a 0° , el rayo reflejado no es un rayo polarizado. Para otros ángulos de incidencia, la luz reflejada estará polarizada hasta cierto grado, y para un ángulo particular de incidencia, la luz reflejada quedará totalmente polarizada. Analice ahora la reflexión en este ángulo especial.

Suponga que un rayo de luz no polarizado incide sobre una superficie, como en la figura 38.28a (página 1178). Cada uno de los vectores de campo eléctrico individuales puede descomponerse en dos componentes: una paralela a la superficie (y perpendicular a la página en el caso de la figura 38.28, y que aparece representada mediante puntos), y la otra componente (representada en la figura por las flechas color naranja) perpendicular tanto a la primera componente como a la dirección de propagación. Debido a eso, es posible describir la polarización de todo el rayo mediante dos componentes de campos eléctricos en esas direcciones. Se ha encontrado que la componente paralela se refleja con mayor intensidad que la componente perpendicular, y ello da como resultado un rayo reflejado parcialmente polarizado. Lo que es más, el rayo refractado también está parcialmente polarizado.

Ahora suponga que el ángulo de incidencia θ_i se modifica hasta que el ángulo que se forma entre los rayos reflejado y refractado es de 90° , como en la figura 38.28b. En este ángulo de incidencia en particular, el rayo reflejado está totalmente polarizado (con su vector de campo eléctrico paralelo a la superficie), y el rayo refractado está todavía sólo parcialmente polarizado. El ángulo de incidencia en que se presenta la polarización se conoce como **ángulo de polarización** θ_p .

²Llamado así en honor a su descubridor, E. I. Malus (1775-1812). Malus descubrió que la luz reflejada estaba polarizada al observarla a través de un cristal de calcita (CaCO_3).

Figura 38.28 (a) Cuando una luz no polarizada incide sobre una superficie reflejante, los rayos reflejados y refractados están parcialmente polarizados. (b) El rayo reflejado está totalmente polarizado cuando el ángulo de incidencia es igual al ángulo de polarización θ_p , lo que satisface la ecuación $n_2/n_1 = \tan \theta_p$. En este ángulo de incidencia los rayos reflejados y refractados son perpendiculares entre sí.



Mediante la figura 38.28b puede obtener una expresión que relacione el ángulo de polarización con el índice de refracción de la sustancia reflejante. A partir de esta figura, observe que $\theta_p + 90^\circ + \theta_2 = 180^\circ$; por consiguiente, $\theta_2 = 90^\circ - \theta_p$. Con la ley de Snell para la refracción (ecuación 35.8) obtiene

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\sin \theta_p}{\sin \theta_2}$$

Como $\sin \theta_2 = \sin (90^\circ - \theta_p) = \cos \theta_p$, escriba esta expresión de la forma $n_2/n_1 = \sin \theta_p / \cos \theta_p$, lo que quiere decir que

Ley de Brewster ►

$$\tan \theta_p = \frac{n_2}{n_1} \quad (38.10)$$

La expresión se conoce como **ley de Brewster**, y en ocasiones también al ángulo de polarización θ_p se le llama **ángulo de Brewster**, en honor a su descubridor, David Brewster (1781-1868). Dado que una sustancia específica n varía en función de la longitud de onda, el ángulo de Brewster es también una función de la longitud de onda.

Es posible lograr un discernimiento correcto de la polarización por reflexión si imagina que el campo eléctrico de la luz incidente pone en oscilación los electrones de la superficie del material de la figura 38.28b. Las direcciones de las componentes de la oscilación son: (1) paralelas a las flechas que se muestran en el rayo de luz refractado y (2) perpendiculares a la página. Los electrones en oscilación hacen el papel de antenas emitiendo luz con una polarización paralela a la dirección de oscilación. Consulte la figura 34.12, que muestra el patrón de radiación de una antena dipolo. Observe que no hay radiación a un ángulo $\theta = 0$, esto es, a lo largo de la dirección de oscilación de la antena. Por lo tanto, para las oscilaciones en la dirección (1) no existe radiación en la dirección perpendicular, es decir, a lo largo del rayo reflejado. Para las oscilaciones en la dirección (2) los electrones emiten luz con una polarización perpendicular a la página, por lo que la luz reflejada desde la superficie en este ángulo es una luz totalmente polarizada paralela a la superficie.

La polarización por reflexión es un fenómeno común. La luz solar, cuando se refleja en el agua, en el vidrio y en la nieve es una luz parcialmente polarizada. Si la superficie es horizontal, el vector del campo eléctrico de la luz reflejada tiene una componente horizontal intensa. Los anteojos de sol fabricados de un material polarizador reducen el brillo de la luz reflejada. Los ejes de transmisión de las lentes están orientados verticalmente de forma que absorben la componente horizontal intensa de la luz reflejada. Si gira sus anteojos de sol 90° , ya no resultarán tan efectivos para bloquear el brillo o resplandor desde superficies horizontales brillantes.

Polarización por refracción doble

Los sólidos pueden ser clasificados sobre la base de su estructura interna. Aquellos en los cuales los átomos están organizados con un orden específico se llaman *cristalinos*. La estructura del NaCl de la figura 38.22 es un ejemplo de un sólido cristalino. Aquellos sólidos en los cuales los átomos están distribuidos al azar se llaman *amorfo*s. Cuando la luz se desplaza a través de un material amorfo, como el vidrio, se desplaza con una rapidez que es la misma en cualquier dirección. Es decir, el vidrio tiene un solo índice de refracción. No obstante, en ciertos materiales cristalinos, como la calcita y el cuarzo, la rapidez de luz no es la misma en todas direcciones. En estos materiales la rapidez de la luz depende de la dirección de propagación y del plano de polarización de la luz. Estos materiales se caracterizan por tener dos índices de refracción, por lo que a menudo se les llama materiales de **doble refracción o birrefringentes**.

Cuando la luz no polarizada entra en un material birrefringente, puede dividirse en **un rayo ordinario (O)** y **un rayo extraordinario (E)**. Estos dos rayos tienen polarizaciones mutuamente perpendiculares y viajan con magnitudes de velocidades diferentes a través del material. Las dos magnitudes de velocidad corresponden a dos índices de refracción, n_O para el rayo ordinario y n_E para el rayo extraordinario.

Existe una dirección, denominada **eje óptico**, junto con los rayos ordinario y extraordinario que tiene la misma rapidez. De cualquier modo, si entra luz a un material birrefringente en un ángulo al eje óptico, los índices de refracción diferentes ocasionarán que los dos rayos polarizados se dividan y viajen en direcciones diferentes, como se muestra en la figura 38.29.

El índice de refracción n_O para el rayo ordinario es el mismo en todas direcciones. Si se pudiera colocar una fuente puntual de luz dentro del cristal, como en la figura 38.30, las ondas ordinarias se dispersarían desde la fuente como esferas. El índice de refracción n_E varía con la dirección de propagación. Una fuente puntual envía una onda extraordinaria que tiene frentes de onda elípticos de sección transversal. La diferencia en rapidez para los dos rayos es un máximo en la dirección perpendicular al eje óptico. Por ejemplo, en la calcita, $n_O = 1.658$ con una longitud de onda de 589.3 nm, y n_E varía desde 1.658 a lo largo del eje óptico hasta 1.486 perpendicular al eje óptico. Los valores para n_O y el valor extremo n_E de diferentes cristales de doble refracción se proporcionan en la tabla 38.1.

Si coloca un cristal de calcita sobre una hoja de papel y mira a través de éste cualquier cosa escrita sobre papel, verá dos imágenes, como se muestra en la figura 38.31. Como puede observar de la figura 38.29, estas dos imágenes corresponden a una formada por el rayo ordinario y otra por el rayo extraordinario. Si las dos imágenes son observadas a través de una hoja de vidrio giratoria polarizante, estas imágenes aparecen y desaparecen de manera alterna porque los rayos ordinario y extraordinario están polarizados en un plano a lo largo de direcciones mutuamente perpendiculares.

Algunos materiales como el vidrio y el plástico se convierten en birrefringentes cuando son sometidos a un esfuerzo. Suponga que se coloca una pieza de plástico que no está sometida a esfuerzo entre un polarizador y un analizador, de manera que la luz pase del polarizador al plástico y de ahí al analizador. Cuando el plástico no está sometido a esfuerzo y el eje del analizador es perpendicular al eje del polarizador, no pasa ningún rayo de luz polarizada a través del analizador. En otras palabras, el plástico que no está sometido a esfuerzo no causa ningún efecto sobre la luz que pasa a través de él. Sin embargo, si se somete el plástico a un esfuerzo, las regiones de mayor esfuerzo se hacen birrefringentes y cambia la polarización de la luz que pasa a través de él. Por esto se observa una serie de bandas brillantes y oscuras en la luz transmitida en donde las bandas brillantes corresponden a las regiones de mayor esfuerzo.

Tabla 38.1 Índices de refracción para algunos cristales de doble refracción a una longitud de onda de 589.3 nm

Cristal	n_O	n_E	n_O/n_E
Calcita (CaCO_3)	1.658	1.486	1.116
Cuarzo (SiO_2)	1.544	1.553	0.994
Nitrato de sodio (NaNO_3)	1.587	1.336	1.188
Sulfito de sodio (NaSO_3)	1.565	1.515	1.033
Cloruro de zinc (ZnCl_2)	1.687	1.713	0.985
Sulfuro de zinc (ZnS)	2.356	2.378	0.991

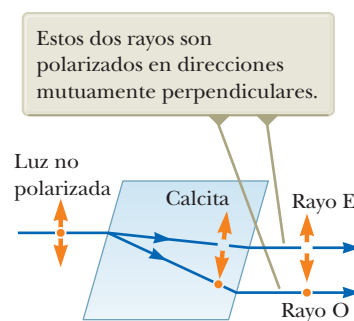


Figura 38.29 La luz no polarizada que incide en un ángulo al eje óptico en un cristal de calcita se divide en un rayo ordinario (O) y un rayo extraordinario (E). Estos dos rayos están polarizados en direcciones mutuamente perpendiculares. (El dibujo no está a escala.)

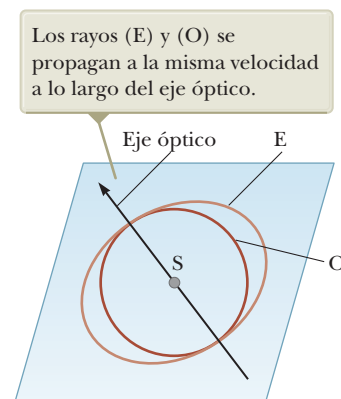


Figura 38.30 Una fuente puntual S en el interior de un cristal de doble refracción produce un frente de onda esférico que corresponde al rayo ordinario (O) y un frente de onda elíptico que corresponde al rayo extraordinario (E).

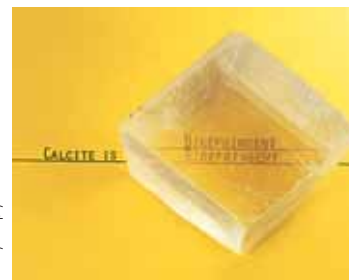
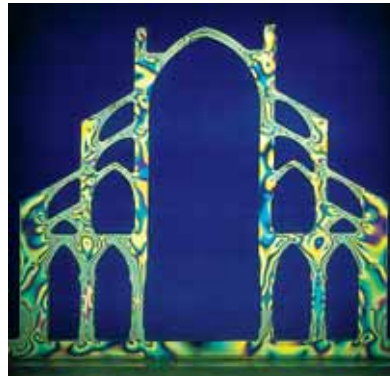


Figura 38.31 Un cristal de calcita produce una imagen doble debido a que se trata de un material birrefringente (de doble refracción).

Figura 38.32 Modelo plástico de una estructura de arco bajo condiciones de carga. El patrón se produce cuando el modelo de plástico es observado entre un polarizador y un analizador con orientación perpendicular uno del otro. Estos patrones son de utilidad para el diseño óptimo de componentes arquitectónicas.



Peter Abrahamian/Science Photo Library, Photo Researchers, Inc.

Los ingenieros utilizan a menudo esta técnica, conocida como *análisis de esfuerzo óptico*, para el diseño de estructuras que incluyen desde puentes hasta pequeñas herramientas. Construyen un modelo de plástico y lo analizan bajo diferentes condiciones de carga, a fin de determinar regiones de debilidad potencial o de falla bajo esfuerzo. En la figura 38.32 se muestra un ejemplo de modelo plástico bajo esfuerzo.

Polarización por dispersión

Cuando incide la luz sobre cualquier material, los electrones del material absorben y vuelven a enviar parte de la luz. Esta absorción y rerradiación de la luz por los electrones de las moléculas de gas que forman el aire es lo que hace que la luz solar que llega hasta un observador sobre la Tierra esté parcialmente polarizada. Se puede observar este efecto —conocido como **dispersión**— mirando directamente hacia el cielo a través de anteojos de sol cuyas lentes estén fabricadas de un material polarizador. En ciertas orientaciones pasa menos luz por las lentes que en otras.

La figura 38.33 ilustra la forma en que la luz solar se polariza al dispersarse. El fenómeno es similar al de la creación de una luz totalmente polarizada al reflejarse de una superficie en el ángulo de Brewster. Un haz de luz solar no polarizado que viaja en dirección horizontal (paralelo al suelo) incide sobre una molécula de uno de los gases que conforman el aire, originando la vibración de sus electrones. Estas cargas en vibración actúan como las cargas vibratorias de una antena. La componente horizontal del vector del campo eléctrico de la onda incidente crea una componente horizontal de la vibración de las cargas, y la componente vertical del vector da como resultado una componente vertical de la vibración. Si el observador de la figura 38.33 mira directo hacia arriba (perpendicularmente a la dirección original de propagación de la luz), las oscilaciones verticales de las cargas no emiten radiación alguna hacia él. Por lo tanto, esta persona verá una luz totalmente polarizada en la dirección horizontal, como lo indican las flechas cafés. Si mirara en otras direcciones, la luz estaría parcialmente polarizada en la dirección horizontal.

Variaciones en el color de la luz dispersada en la atmósfera se pueden entender como sigue. Cuando incide luz de diversas longitudes de onda λ sobre moléculas de gas de diámetro d , donde $d \ll \lambda$, la intensidad relativa de la luz dispersa varía en función de λ/λ^4 . La condición $d \ll \lambda$ se cumple para la dispersión a causa de moléculas de oxígeno (O_2) y de nitrógeno (N_2) en la atmósfera, cuyos diámetros son cercanos a 0.2 nm. Por esto las longitudes de onda corta (luz violeta) se dispersan con mayor eficiencia que las longitudes de onda larga (luz roja). En consecuencia, cuando la luz solar es dispersada por las moléculas de gas que existen en el aire, la radiación de longitud de onda corta (violeta) se dispersa con mayor intensidad que la radiación de longitud de onda larga (rojo).

Cuando mira hacia el cielo en una dirección que no sea hacia el Sol, lo que ve es la luz dispersa, que es predominantemente violeta. De cualquier modo, sus ojos no son muy sensibles a la luz violeta. La luz del siguiente color en el espectro, azul, se dispersa con menos intensidad que el violeta, pero sus ojos son más sensibles a la luz azul que a la luz violeta. Por esto observa un cielo azul. Si mira hacia el Sol en el ocaso (o hacia el Este al amanecer), estará mirando en dirección hacia el Sol y viendo luz que ha pasado a través de una gran distancia de aire. La mayor parte de la luz azul ha sido dispersada por el

La luz dispersa que se desplaza perpendicular a la luz incidente es una luz polarizada en un plano porque las vibraciones verticales de las cargas en las moléculas de aire no emiten luz en esa dirección.

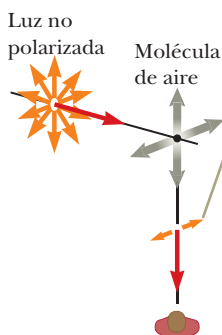


Figura 38.33 Dispersión de la luz solar no polarizada causada por las moléculas de aire.

aire entre usted y el Sol. La luz que supera este recorrido a través del aire ha dispersado la mayor parte de su componente azul y debido a eso difícilmente está cargado hacia el extremo rojo del espectro; como resultado, se ven los colores rojo y naranja en el ocaso.

Actividad óptica

Muchas aplicaciones de importancia de la luz polarizada incluyen materiales que despliegan una **actividad óptica**. Se dice que un material es ópticamente activo si hace girar el plano de polarización de cualquier luz transmitida a través del mismo. El ángulo a través del cual la luz se alterna en un material específico depende de la distancia de la trayectoria a través del material y de la concentración en caso que el material esté en solución. Un material ópticamente activo es una solución de azúcar de dextrosa común. Un método estándar para determinar la concentración de las soluciones de azúcar consiste en medir la rotación producida por una distancia fija de la solución.

La asimetría molecular determina la actividad óptica de un material. Por ejemplo, algunas proteínas son ópticamente activas debido a su forma en espiral.

El cristal líquido que se encuentra en la mayor parte de las calculadoras cambia su actividad óptica debido a la aplicación de un potencial eléctrico entre los diversos componentes de la pantalla. Pruebe utilizar anteojos polarizados para investigar la polarización utilizada en la pantalla de su calculadora.

E xamen rápido 38.6 Es posible fabricar un polarizador para microondas utilizando una rejilla de alambres metálicos paralelos separados aproximadamente 1 cm. ¿El vector del campo eléctrico para las microondas transmitidas a través de este polarizador es (a) paralelo o (b) perpendicular a los alambres metálicos?

E xamen rápido 38.7 Está caminando a través de un pasillo largo que tiene muchas lámparas en el techo y un piso muy brillante, recién encerado. En el piso puede ver la reflexión de todas las lámparas. Ahora, utilizando anteojos polarizados, ya no es posible ver algunas de las reflexiones de las lámparas. (¡Pruébalo!) Las reflexiones que desaparecen son aquellas que (a) están más cerca del observador, (b) más lejos del observador o (c) a una distancia intermedia.

Resumen

Conceptos y principios

La **difracción** es la desviación de la luz de una trayectoria en línea recta cuando la luz pasa a través de una abertura o alrededor de un obstáculo. La difracción se debe a la naturaleza ondulatoria de la luz.

El **patrón de difracción Fraunhofer**, que se produce mediante una sola rendija de ancho a sobre una pantalla distante, consiste en una franja brillante central y franjas brillantes y oscuras alternadas de mucha menor intensidad. Los ángulos θ_{oscuro} a los que el patrón de difracción tiene intensidad cero, que corresponden a interferencia destructiva, están dados por

$$\sin \theta_{\text{oscuro}} = m \frac{\lambda}{a} \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (38.1)$$

El **criterio de Rayleigh**, que es una condición límite de resolución, afirma que dos imágenes formadas por una abertura apenas son distinguibles si el máximo central del patrón de difracción para una imagen cae en el primer mínimo del patrón de difracción para la otra imagen. El ángulo de resolución límite para una rendija de ancho a es $\theta_{\text{mín}} = \lambda/a$, y el ángulo de resolución límite para una abertura circular de diámetro D está dado por $\theta_{\text{mín}} = 1.22\lambda/D$.

Una **rejilla de difracción** consiste en un gran número de rendijas idénticas igualmente espaciadas. La condición para máximos de intensidad en el patrón de interferencia de una rejilla de difracción para incidencia normal es

$$d \sin \theta_{\text{brillante}} = m\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (38.7)$$

donde d es el espaciamiento entre rendijas adyacentes y m es el número de orden del máximo de intensidad.

■ Cuando se emite luz polarizada de intensidad $I_{\text{máx}}$ y luego incide sobre un analizador, la luz transmitida a través del analizador tiene una intensidad igual a $I_{\text{máx}} \cos^2 \theta$, donde θ es el ángulo entre los ejes de transmisión del polarizador y el analizador.

■ En general, la luz reflejada se polariza parcialmente. Sin embargo, la luz reflejada está completamente polarizada cuando el ángulo de incidencia es tal que el ángulo entre los haces reflejado y refractado es de 90° . Este ángulo de incidencia, llamado **ángulo de polarización** θ_p , satisface la **ley de Brewster**:

$$\tan \theta_p = \frac{n_2}{n_1} \quad (38.10)$$

donde n_1 es el índice de refracción del medio donde viaja inicialmente la luz y n_2 es el índice de refracción del medio reflector.

Preguntas objetivas

1. indica que la respuesta está disponible en el *Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio*

- Ciertas gafas para el sol usan un material polarizador para reducir la intensidad de la luz reflejada como resplandor del agua o de los automóviles. ¿Qué orientación deben tener los filtros polarizadores para ser más efectivos? (a) Los polarizadores deben absorber luz con su campo eléctrico horizontal. (b) Los polarizadores deben absorber luz con su campo eléctrico vertical. (c) Los polarizadores deben absorber campos eléctricos tanto horizontales como verticales. (d) Los polarizadores no absorben campos eléctricos horizontales ni verticales.
- ¿Qué es más probable que ocurra en un haz de luz cuando se refleja en una superficie metálica brillante en un ángulo arbitrario? Elija la mejor respuesta. (a) Es totalmente absorbida por la superficie. (b) Es totalmente polarizada. (c) No está polarizada. (d) Es parcialmente polarizada. (e) Se requiere más información.
- En la figura 38.4, suponga que la rendija está en una barrera opaca a los rayos X, así como a la luz visible. La fotografía en la figura 38.4b muestra el patrón de difracción producido con luz visible. ¿Qué ocurrirá si el experimento se repite con rayos X como la onda entrante y sin otros cambios? (a) El patrón de difracción es similar. (b) No hay patrón de difracción notable, sino más bien una sombra proyectada de alta intensidad sobre la pantalla, que tiene el mismo ancho que la rendija. (c) El máximo central es mucho más ancho y los mínimos ocurren a ángulos más grandes que con la luz visible. (d) Los rayos X no llegan a la pantalla.
- Un patrón de difracción Fraunhofer es producido en una pantalla situada a 1.00 m de una rendija única. Si se utiliza una fuente de luz de longitud de onda de 5.00×10^{-7} m y la distancia desde el centro de la franja brillante central a la primera franja oscura es 5.00×10^{-3} m, ¿cuál es el ancho de la rendija? (a) 0.010 0 mm (b) 0.100 mm (c) 0.200 mm (d) 1.00 mm (e) 0.005 00 mm
- Considere una onda que pasa a través de una sola rendija. ¿Qué ocurre con el ancho del máximo central de su patrón de difracción conforme la rendija se reduce a la mitad? (a) El máximo central tiene un cuarto de ancho. (b) Tiene un medio de ancho. (c) Su ancho no cambió. (d) Duplica su ancho. (e) Cuadruplica su ancho.
- Suponga que la figura 38.1 se fotografió con luz roja de una sola longitud de onda λ_0 . La luz pasó a través de una sola rendija de ancho a y recorrió una distancia L hasta la pantalla donde se tomó la fotografía. Considere el ancho de la franja brillante central, medida entre las franjas oscuras a ambos lados de ella. Clasifique, de mayor a menor, los anchos de la franja central en las siguientes situaciones y distinga cualquier caso de igualdad. (a) El experimento se realiza como se fotografió. (b) El experimento se realiza con luz cuya frecuencia aumenta en 50%. (c) El experimento se realiza con luz cuya longitud de onda aumenta en 50%. (d) El experimento se realiza con la luz original y con una rendija de ancho $2a$. (e) El experimento se realiza con la luz y la rendija originales y con distancia $2L$ a la pantalla.
- Si se envía luz polarizada plana a través de dos polarizadores, el primero a 45° con respecto al plano original de la polarización y el segundo a 90° con respecto al plano original de la polarización, qué fracción de la intensidad original de polarización pasa a través del último polarizador? (a) 0 (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{8}$ (e) $\frac{1}{10}$
- ¿Por qué es ventajoso el uso de una lente objetivo de gran diámetro en un telescopio? (a) Difracta la luz con mayor eficacia que las lentes objetivo de menor diámetro. (b) Incrementa su aumento. (c) Le permite ver más objetos en el campo visual. (d) Refleja longitudes de onda no deseadas. (e) Aumenta su resolución.
- ¿Qué combinación de fenómenos ópticos hace que a veces se observen los patrones de colores brillantes en las calles húmedas cubiertas con una capa de aceite? Elija la mejor respuesta. (a) Difracción y polarización, (b) interferencia y difracción, (c) polarización y reflexión, (d) refracción y difracción, (e) reflexión e interferencia.
- Cuando usted recibe rayos X de tórax en un hospital, los rayos X pasan a través de un conjunto de costillas paralelas en su pecho. ¿Sus costillas actúan como una rejilla de difracción para los rayos X? (a) Sí. Producen haces difractados que se pueden observar por separado. (b) No a una extensión mensurable. Las costillas están muy separadas. (c) En esencia no. Las costillas están muy juntas. (d) En esencia no. Las costillas son pocas. (e) Absolutamente no. Los rayos X no se pueden difractar.
- Cuando luz no polarizada pasa recta a través de una rejilla de difracción, ¿se polariza? (a) No, no lo hace. (b) Sí lo hace, con el eje de transmisión paralelo a las rendijas o ranuras en la rejilla. (c) Sí lo hace, con el eje de transmisión perpendicular a las rendijas o ranuras en la rejilla. (d) Posiblemente lo hace, porque un campo eléctrico sobre cierto umbral se bloquea por la rejilla si el campo es perpendicular a las rendijas.

12. A la distancia usted ve los faros de un automóvil, pero el faro único de una motocicleta no es distinguible. Suponga que los faros del automóvil ahora cambian de haz bajo a alto, de modo que la intensidad de la luz que usted recibe se vuelve

tres veces mayor. ¿Qué ocurre en tal caso con su capacidad para definir las dos fuentes de luz? (a) Aumenta en un factor de 9. (b) Aumenta en un factor de 3. (c) Permanece igual. (d) Se vuelve casi un tercio. (e) Se vuelve casi un noveno.

Preguntas conceptuales

1. indica que la respuesta está disponible en el *Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio*

- Los átomos en un cristal yacen en planos separados por unas pocas décimas de nanómetro. ¿Pueden producir un patrón de difracción de la luz visible, como lo hacen para los rayos X? Explique su respuesta con referencia a la ley de Bragg.
- Si estira el brazo puede bloquear con facilidad la luz solar con la mano e impedir que llegue a sus ojos. ¿Por qué no es posible bloquear de la misma manera el sonido e impedir que llegue a sus oídos?
- ¿De qué manera es posible determinar el índice de refracción de una pieza plana de vidrio de obsidiana opaco?
- (a) ¿Está polarizada la luz que viene del cielo? (b) ¿Cuál es la razón por la cual las nubes vistas a través de anteojos Polaroid muestran un gran contraste en el cielo?
- Un rayo láser incide con un ángulo bajo sobre una regla de mecánico que tiene una escala finamente calibrada. Las rayas grabadas sobre la escala generan un patrón de difracción sobre una pantalla. Analice cómo podría utilizarse esta técnica para obtener una medición de la longitud de onda de la luz láser.
- Si se pega una moneda a una hoja de vidrio y este conjunto se coloca frente a un rayo láser, la sombra proyectada tendrá anillos de difracción alrededor de sus bordes y un punto brillante en el centro. ¿Cómo es esto posible?
- Las huellas dactilares dejadas en una pieza de vidrio, como el cristal de una ventana, a menudo muestran espectros de color como los de una rejilla de difracción. ¿Por qué?
- Un láser produce un rayo de unos cuantos milímetros de ancho, con una intensidad uniforme a todo su ancho. Se coloca un cabello estirado verticalmente frente al láser para que intercepte al rayo. (a) ¿De qué manera se relaciona el patrón de difracción que produce sobre una pantalla distante con el patrón de difracción de una rendija vertical de un ancho igual al del cabello? (b) ¿De qué manera sería posible determinar el ancho del cabello a partir de su patrón de difracción?
- Una estación de radio atiende al auditorio de una ciudad hacia el noreste de sus antenas difusoras. Transmite desde tres torres adyacentes sobre una cresta montañosa, en una línea que va del Este al Oeste, en lo que se denomina *arreglo en fase*. Demuestre que si se introducen retrasos en el tiempo entre las señales que radian cada una de las torres, la estación puede maximizar la intensidad neta en direc-

ción a la ciudad (y también en dirección opuesta), y minimizar la señal transmitida hacia otras direcciones.

10. John William Strutt, lord Rayleigh (1842-1919), inventó una sirena para niebla mejorada. Para poder alertar a los buques de una costa, una sirena debe emitir sonido sobre una gran área horizontal en la superficie del océano; no debe desperdiciar energía difundiendo sonido hacia arriba; no debe emitir sonidos hacia abajo, ya que el agua frente a la sirena reflejaría dicho sonido hacia arriba. En la figura PC38.10 se muestra la trompeta de la sirena de Rayleigh. ¿Está correctamente orientada? Decida si la dimensión larga de la abertura rectangular debe estar en dirección horizontal o vertical y defienda su decisión.

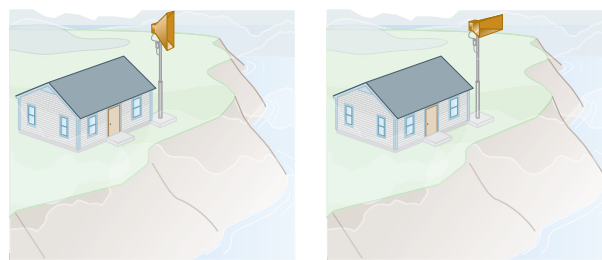


Figura PC38.10

11. ¿Por qué es posible escuchar sonidos a la vuelta de la esquina, pero no se puede ver lo que ocurre en dicho punto?
12. La figura PC38.12 muestra un megáfono en uso. Elabore una descripción teórica de cómo funciona un megáfono. Puede suponer que el sonido de su voz se emite justo a través de la abertura de su boca. La mayor parte de la información en la conversación es transportada no en una señal a la frecuencia fundamental, sino en ruidos y en armónicos, con frecuencias de unos cuantos miles de hertz. ¿Su teoría permite predecir algo que sea fácil de comprobar?



Figura PC38.12

Problemas

1. sencillo; 2. intermedio; 3. retador

1. solución completa disponible en el *Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio*

Sección 38.2 Patrones de difracción provenientes de rendijas angostas

- Luz de longitud de onda de 587.5 nm ilumina una rendija de anchura de 0.75 mm. (a) ¿A qué distancia desde la rendija debe colocarse una pantalla si el primer mínimo en el patrón de difracción es de 0.85 mm desde el máximo central? (b) Calcule la anchura del máximo central.
- Una luz láser de helio-neón ($\lambda = 632.8$ nm) se envía a través de una sola rendija de 0.300 mm de ancho. ¿Cuál es el ancho del máximo central sobre una pantalla que está a 1.00 m de la rendija?
- A través de una puerta de 1.10 m de ancho, colocada en una pared que absorbe el sonido, pasa sonido con una frecuencia de 650 Hz proveniente de una fuente lejana. Determine (a) el número y (b) las direcciones anulares de la difracción mínima en las posiciones de escucha a lo largo de una línea paralela a la pared.
- Un rayo láser de 632.8 nm de longitud de onda tiene una sección transversal circular de 2.00 mm de diámetro. Se debe colocar una abertura rectangular en el centro del rayo de manera que cuando la luz incida de forma perpendicular sobre una pared que está a 4.50 m de distancia, el máximo central tenga un rectángulo de 110 mm de ancho y 6.00 mm de altura. Las dimensiones se miden entre los mínimos que están a cada lado del máximo central. (a) Halle el ancho y (b) la altura que se requieren de la abertura. (c) ¿La dimensión más grande de la mancha central brillante en el patrón de difracción es horizontal o vertical? (d) ¿La dimensión más grande de la abertura es horizontal o vertical? (e) Explique la relación entre estos dos rectángulos usando un diagrama.
- En un edificio básicamente opaco a las microondas entran microondas coherentes de 5.00 cm de longitud de onda a través de una ventana larga y angosta. Si la ventana tiene un ancho de 36.0 cm, ¿cuál es la distancia del máximo central al mínimo de primer orden sobre una pared a 6.50 m de la ventana?
- Luz de longitud de onda de 540 nm pasa a través de una rendija con anchura de 0.200 mm. (a) La anchura del máximo central en una pantalla es 8.10 mm. ¿Qué tan alejada está la pantalla de la rendija? (b) Determine la anchura de la primera franja brillante al lado del máximo central.
- Se coloca una pantalla a 50.0 cm de una rendija única, la cual está iluminada por una luz de 690 nm. Si la distancia entre el primer y el tercer mínimos del patrón de difracción es igual a 3.00 mm, ¿cuál es el ancho de la rendija?
- Se coloca una pantalla a una distancia L de una sola rendija de anchura a , que se ilumina con luz de longitud de onda λ . Suponga $L \gg a$. Si la distancia entre los mínimos de $m = m_1$ y $m_2 = m$ en el patrón de difracción es Δy , ¿cuál es el ancho de la rendija?
- Suponga que pasa luz con una longitud de onda de 650 nm a través de dos rendijas de 3.00 μm de ancho, con sus centros separados 9.00 μm . Elabore un bosquejo de los patrones de difracción e interferencia combinados en la forma de una gráfica de intensidad en función de $\phi = (\pi a \sin \theta)/\lambda$. Puede usar la figura 38.7 como punto de partida.
- ¿Qué pasaría si? Suponga que la luz de la figura P38.10 llega a una rendija única de ancho a en un ángulo β desde la dirección perpendicular. Demuestre que la ecuación

38.1, que es la condición de interferencia destructiva, deberá modificarse para que se lea

$$\sin \theta_{\text{oscuro}} = m \frac{\lambda}{a} - \sin \beta$$

$$m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

- Un patrón de difracción se forma sobre una pantalla a 120 cm de distancia de una rendija de 0.400 mm de ancho. Se usa luz monocromática de 546.1 nm. Calcule la intensidad fraccionaria $I/I_{\text{máx}}$ en un punto en la pantalla a 4.10 mm del centro del máximo principal.

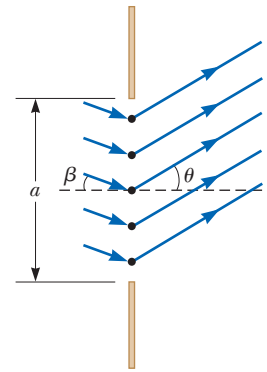


Figura P38.10

- Se envió una luz coherente de 501.5 nm de longitud de onda a través de dos rendijas paralelas de material opaco. Cada rendija tiene 0.700 μm de ancho. Sus centros están separados 2.80 μm . La luz incide sobre una pantalla semicilíndrica, con su eje en el punto medio entre las rendijas. Se desea describir el aspecto del patrón de la luz visible en la pantalla. (a) Encuentre la dirección de cada una de las dos rendijas de máxima interferencia en la pantalla como un ángulo lejos de la bisectriz de la línea que une las rendijas. (b) ¿Cuántos ángulos hay que representan máximos de interferencia de dos rendijas? (c) Halle la dirección de cada mínimo de interferencia de rendija única en la pantalla como un ángulo lejos de la bisectriz de la línea que une las rendijas. (d) ¿Cuántos ángulos hay que representan mínimos de interferencia de rejilla única? (e) ¿Cuántos de los ángulos del inciso (d) son idénticos a los del inciso (a)? (f) ¿Cuántas franjas brillantes son visibles en la pantalla? (g) Si la intensidad de la franja central es $I_{\text{máx}}$, ¿cuál es la intensidad de la última franja visible en la pantalla?
- Un rayo de luz monocromática verde es difractado por una rendija con un ancho de 0.600 mm. El patrón de difracción se forma sobre una pared que está a 1.30 m más allá de la rendija. La distancia entre las posiciones de intensidad igual a cero a ambos lados de la franja brillante central es de 2.00 mm. Calcule la longitud de onda de la luz láser.

Sección 38.3 Resolución de una sola rendija y aberturas circulares

Nota: En los problemas 14, 19, 22, 23 y 67, se puede utilizar el criterio de Rayleigh para el ángulo límite de la resolución de un ojo. La norma puede ser demasiado optimista para la visión humana.

- La pupila del ojo de un gato se reduce a una rendija vertical de un ancho de 0.500 mm a la luz del día. ¿Cuál es la resolución angular para ratones que se encuentran separados horizontalmente? Suponga que la longitud de onda promedio de la luz es de 500 nm.
- La resolución angular de un radiotelescopio es 0.100° cuando las ondas incidentes tienen una longitud de onda de 3.00 mm. ¿Qué diámetro mínimo se requiere para la antena de recepción del telescopio?
- Una cámara estenopeica tiene una pequeña abertura circular de diámetro D . La luz de los objetos distantes pasa a través de la abertura en una caja oscura de otro tipo que

cae sobre una pantalla en el otro extremo de la caja. La abertura de una cámara estenopeica tiene un diámetro $D = 0.600$ mm. Dos fuentes puntuales de luz de longitud de onda de 550 nm están a una distancia L del agujero. La separación entre las fuentes es de 2.80 cm y apenas son resueltas por la cámara. ¿Cuál es el valor de L ?

17. La lente objetivo de cierto telescopio refractor tiene un diámetro de 58.0 cm. El telescopio está montado en un satélite que orbita la Tierra a una altitud de 270 km para ver objetos en la superficie terrestre. Suponiendo una longitud de onda promedio de 500 nm, encuentre la distancia mínima entre dos objetos en el suelo si sus imágenes deben ser resueltas por este objetivo.

18. Para ver un objeto bajo un microscopio se usa luz amarilla de 589 nm de longitud de onda. El diámetro del objetivo es 9.00 mm. (a) ¿Cuál es el ángulo de resolución límite? (b) Suponga que es posible usar luz visible de cualquier longitud de onda. ¿Qué color debe elegir para dar el menor ángulo de resolución posible, y cuál es este ángulo? (c) Suponga que el espacio entre el objeto y el objetivo está lleno de agua. ¿Qué efecto tiene este cambio sobre la potencia resolutoria cuando se usa luz de 589 nm?

19. ¿Cuáles son las dimensiones aproximadas del objeto más pequeño en la Tierra que los astronautas pueden definir a simple vista cuando orbitan a 250 km sobre la Tierra? Suponga $\lambda = 500$ nm y un diámetro de pupila de 5.00 mm.

20. Un láser de helio-neón emite luz con una longitud de onda de 632.8 nm. La abertura circular por donde sale el rayo tiene un diámetro de 0.500 cm. Estime el diámetro del rayo a 10.0 km del láser.

21. Para aumentar el poder de resolución de un microscopio, el objeto y el objetivo se sumergen en aceite ($n = 1.5$). Si el ángulo límite de resolución sin el aceite es de 0.60 μ rad, ¿cuál es el ángulo límite de resolución con el aceite? *Sugerencia:* el aceite cambia la longitud de onda de la luz.

22. Estrechos tubos brillantes, paralelos y llenos de gas en varios colores forman bloques de letras para presentar el nombre de un centro nocturno. Los tubos adyacentes están separados 2.80 cm. Los tubos que forman una letra están llenos con neón y emiten predominantemente luz roja con una longitud de onda de 640 nm. Para otra letra los tubos emiten predominantemente luz azul a 440 nm. La pupila del ojo de una observadora, adaptada a la oscuridad, tiene 5.20 mm de diámetro. (a) ¿Cuál color es más fácil que defina? Establezca cómo decidir. (b) Si ella está alejada en cierto intervalo de distancias, la observadora puede definir los tubos separados de un color, pero no los otros. ¿La distancia de la observadora debe estar en qué intervalo para que ella defina los tubos sólo de uno de estos dos colores?

23. El pintor impresionista Georges Seurat creaba pinturas utilizando una enorme cantidad de puntos de pigmentos puros, cada uno de ellos con un diámetro de 2.00 mm, aproximadamente. La idea era poner colores adyacentes, como el rojo y el verde, para formar un lienzo centellante, como en su obra maestra *A Sunday Afternoon on the Island of la Grande Jatte* (figura P38.23). ¿Más allá de qué distancia ya no sería posible discernir puntos individuales sobre el lienzo? Suponga que $\lambda = 500$ nm y que el diámetro de la pupila es de 5.00 mm.



Figura P38.23

24. Una antena de radar circular montada sobre un navío de la Guardia Costera tiene un diámetro de 2.10 m y emite con una frecuencia de 15.0 GHz. A 9.00 kilómetros del barco están dos pequeños botes. ¿Qué tan cerca pueden estar el uno del otro y aún así ser detectados como dos objetos diferentes?

Sección 38.4 Rejilla de difracción

Nota: En los problemas que aparecen a continuación, suponga que la luz incide normalmente sobre las rejillas.

25. Un láser de helio-neón ($\lambda = 632.8$ nm) es utilizado para calibrar una rejilla de difracción. Si el máximo de primer orden se presenta en 20.5° , ¿cuál es la distancia entre las ranuras adyacentes en la rejilla?
26. Mediante una rejilla de difracción se descompone la luz blanca en sus componentes espectrales. Si la rejilla tiene $2\,000$ ranuras por centímetro, ¿en qué ángulo aparece en primer orden la luz roja de 640 nm de longitud de onda?
27. Considere un arreglo de alambres paralelos con espaciamiento uniforme de 1.30 cm entre centros. En aire a 20°C , ultrasonido con una frecuencia de 37.2 kHz de una fuente distante cae perpendicularmente sobre el arreglo. (a) Calcule el número de direcciones en el otro lado del arreglo en el que hay un máximo de intensidad. (b) Encuentre el ángulo para cada una de estas direcciones con respecto a la dirección del haz incidente.
28. Tres líneas espectrales discretas se producen en ángulos de 10.1° , 13.7° y 14.8° en el espectro de primer orden de un espectrómetro de rejilla. (a) Si la rejilla tiene $3\,660$ rendijas/cm, ¿cuáles son las longitudes de onda de la luz? (b) ¿A qué ángulos se encuentran estas líneas en el espectro de segundo orden?
29. El láser de un reproductor de CD debe seguir con precisión la pista en espiral a lo largo de la cual la distancia entre una espira y la siguiente es de aproximadamente sólo 1.25 μ m. Un mecanismo de realimentación informa al reproductor si el láser se ha salido de la pista, de forma que el reproductor pueda dirigirlo nuevamente de regreso. La figura P38.29 (página 1186) muestra la forma en que se utiliza una rejilla de difracción para dar información que mantenga el rayo en la pista. La luz del láser pasa a través de una rejilla de difracción justo antes de llegar al disco. Se utiliza el intenso central máximo del patrón de difracción para leer la información en la pista de perforaciones. Los dos máximos laterales de primer orden se utilizan para guiar. La rejilla está diseñada

de forma que los máximos de primer orden se formen en superficies planas en ambos lados de la pista de información. Ambos rayos laterales se reflejan en sus propios detectores. Mientras ambos rayos se reflejan en superficies lisas sin perforaciones, se detectan con una intensidad alta constante. De cualquier modo, si el rayo principal se sale de la pista uno de los rayos laterales empezará a incidir sobre las perforaciones de la pista de información y se reducirá la luz reflejada. Este cambio es utilizado mediante un circuito electrónico para guiar al rayo de vuelta a la ubicación deseada. Suponga que la luz del láser tiene una longitud de onda de 780 nm y que la rejilla de difracción está colocada a $6.90\text{ }\mu\text{m}$ del disco; también que los rayos de primer orden deben incidir sobre el disco a $0.400\text{ }\mu\text{m}$ a ambos lados de la pista de información. ¿Cuál debería ser la cantidad de ranuras por milímetro en la rejilla?

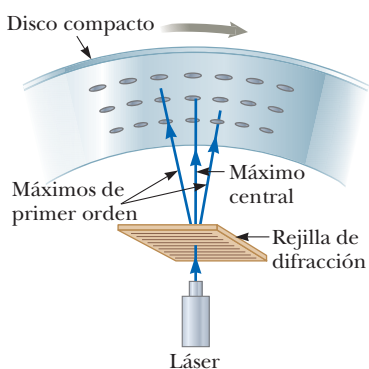


Figura P38.29

30. Una rejilla con 250 ranuras/mm se utiliza con una fuente de luz incandescente. Suponga que el espectro visible abarca un intervalo en longitudes de onda de $400\text{ a }700\text{ nm}$. ¿En cuántos órdenes es posible ver (a) la totalidad del espectro visible y (b) la región de longitudes de onda cortas?
31. Una rejilla de difracción tiene $4\,200$ ranuras/cm. Sobre una pantalla que está a 2.00 m de la rejilla se han determinado, para un orden especial m , los máximos que corresponden a dos longitudes de onda de sodio muy cercanas (589.0 nm y 589.6 nm) que aparecen separados 1.54 mm . Determine el valor de m .
32. El espectro del hidrógeno tiene una línea roja de 656 nm y una línea azul-violeta de 434 nm . ¿Cuáles son las separaciones angulares entre estas dos líneas espectrales obtenidas mediante una rejilla de difracción que tiene $4\,500$ ranuras/cm?
33. La luz desde un láser de argón incide sobre una rejilla de difracción que tiene $5\,310$ ranuras por cada centímetro. Los máximos central y de primer orden aparecen separados 0.488 m sobre una pared a 1.72 m de la rejilla. Determine la longitud de onda de la luz láser.
34. Demuestre que, sin importar qué luz blanca se hace pasar a través de una rejilla de difracción con cualquier tamaño de espaciado, el extremo violeta del espectro visible continuo en el tercer orden siempre se superpone con la luz roja del otro extremo del espectro de segundo orden.
35. Sobre una rejilla de difracción incide normalmente una luz de 500 nm de longitud de onda. Si el máximo de tercer orden del patrón de difracción se observa a 32.0° , (a) ¿cuál es el número de ranuras por centímetro de la

rejilla? (b) Determine el número total de máximos primarios que pueden observarse en esta situación.

36. Un rayo ancho de luz láser con una longitud de onda de 632.8 nm está dirigido a través de varias rendijas paralelas y angostas, separadas 1.20 mm , e incide sobre una hoja de película fotográfica que está a 1.40 m de distancia. El tiempo de exposición se ha escogido de manera que la película se expone sólo en la región central de cada franja brillante. (a) Determine la distancia entre estos máximos de interferencia. La película se imprime como transparencia; se ve opaca en toda su extensión, excepto en las líneas expuestas. Posteriormente, el mismo rayo de luz láser se dirige a través de la transparencia, haciendo que incida sobre una pantalla que está a una distancia de 1.40 m . (b) Compruebe que en la pantalla aparecerán varias regiones brillantes paralelas angostas, separadas 1.20 mm , como imágenes reales de las rendijas originales. Si se retira la pantalla, la luz divergirá de las imágenes de las rendijas originales con los mismos frentes de onda reconstruidos que produjeron las rendijas originales. (Un razonamiento semejante condujo a Dennis Gabor, en un juego de fútbol soccer, a la invención de la holografía.)
37. Un rayo de luz roja brillante de 654 nm de longitud de onda pasa a través de una rejilla de difracción. Cerrando el espacio más allá de la rejilla está una pantalla grande que forma la mitad de un cilindro centrado sobre la rejilla con su eje paralelo a las rendijas en la rejilla. En la pantalla aparecen 15 puntos brillantes. Determine los valores (a) máximo y (b) mínimo posibles para la separación entre las rendijas de la rejilla de difracción.

Sección 38.5 Difracción de los rayos X mediante cristales

38. Si el espaciado interplanar del NaCl es de 0.281 nm , ¿cuál es el ángulo previsible en el que los rayos X de 0.140 nm se difractan en un máximo de primer orden?
39. El yoduro de potasio (KI) tiene la misma estructura cristalina que el NaCl, con planos atómicos separados 0.353 nm . Un haz monocromático de rayos X muestra un máximo de difracción de primer orden cuando el ángulo rasante es de 7.60° . Calcule la longitud de onda de los rayos X.
40. Rayos X monocromáticos ($\lambda = 0.166\text{ nm}$) de un blanco de níquel inciden en la superficie de un cristal de cloruro de potasio (KCl). El espaciado entre los planos de átomos en el KCl es 0.314 nm . ¿A qué ángulo (con relación a la superficie) debe ser dirigido el haz para que un máximo de segundo orden sea observado?
41. Para un cristal que tiene un espaciado entre los planos de átomos de 0.250 nm , la difracción de primer orden máxima se observó a 12.6° . (a) ¿Qué longitud de onda de rayos X se utiliza para observar este patrón de primer orden? (b) ¿Cuántos órdenes se pueden observar en este cristal para esta longitud de onda?

Sección 38.6 Polarización de las ondas luminosas

El problema 62 del capítulo 34 puede asignarse a esta sección.

42. ¿Por qué es imposible la siguiente situación? Un técnico está midiendo el índice de refracción de un material sólido mediante la observación de la polarización de la luz reflejada de su superficie. Se da cuenta que cuando se proyecta un haz de luz desde el aire sobre la superficie del material,

la luz reflejada es totalmente polarizada paralela a la superficie cuando el ángulo de incidencia es 41.0° .

43. Una luz polarizada en un plano incide sobre un disco polarizador simple con la dirección de $\vec{E}_0$ paralela a la dirección del eje de transmisión. ¿Qué ángulo debe girar el disco para que la intensidad del rayo transmitido se vea reducido en un factor de (a) 3.00, (b) 5.00, (c) 10.0?
44. El ángulo de incidencia de un rayo de luz sobre una superficie reflejante es continuamente variable. Se determina que el rayo reflejado en aire es totalmente polarizado cuando el ángulo de incidencia es de 48° . ¿Cuál es el índice de refracción del material reflejante?
45. Una luz no polarizada pasa a través de dos hojas polaroid. El eje de la primera hoja es vertical y el eje de la segunda forma un ángulo de 30.0° con la vertical. ¿Cuál es la fracción transmitida de luz incidente?
46. Dos transeptores de radio de mano con antenas dipolares están separados por una gran distancia fija. Si la antena de transmisión es vertical, ¿qué fracción de la potencia máxima recibida aparecerá en la antena receptora cuando está inclinada respecto a la vertical por (a) 15.0° , (b) 45.0° y (c) 90.0° ?
47. Utilice una secuencia de filtros de polarización ideales, cada uno con su eje en el mismo ángulo que el eje del filtro precedente, para girar 45° el plano de polarización de un haz luminoso polarizado. Sólo acepta 10% de reducción máxima en la intensidad. (a) ¿Cuántos polarizadores necesita para lograr su objetivo? (b) ¿Cuál es el ángulo entre polarizadores adyacentes?
48. Un haz de luz no polarizada incide sobre una pila de filtros polarizadores ideales. El eje del primer filtro es perpendicular al eje del último filtro en la pila. Encuentre la fracción en que se reduce la intensidad del haz transmitido en los siguientes tres casos. (a) En la pila hay tres filtros, cada uno con su eje de transmisión a 45.0° en relación con el filtro precedente. (b) En la pila hay cuatro filtros, cada uno con su eje de transmisión a 30.0° en relación con el filtro precedente. (c) En la pila hay siete filtros, cada uno con su eje a 15.0° en relación con el filtro precedente. (d) Comente acerca de la comparación de los incisos (a), (b) y (c).
49. El ángulo crítico para la reflexión interna total para el zafiro rodeado por aire es de 34.4° . Calcule su ángulo de polarización.
50. Para un medio transparente específico rodeado por aire, determine el ángulo de polarización θ_p en términos del ángulo crítico para la reflexión interna total θ_c .
51. Tres placas polarizantes cuyos planos son paralelos están centradas en un eje común. Las direcciones de los ejes de transmisión relativos a la dirección vertical común se muestran en la figura P38.51. Un haz de polarización lineal de la luz

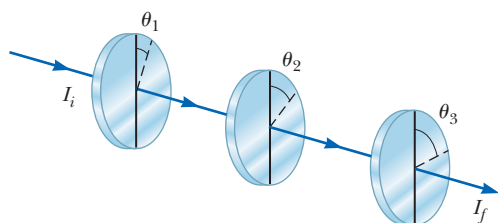


Figura P38.51

con el plano de polarización paralelo a la dirección vertical de referencia es incidente desde la izquierda en el primer disco con intensidad $I_i = 10.0$ unidades (arbitrarias). Calcule la intensidad transmitida cuando $\theta_1 = 20.0^\circ$, $\theta_2 = 40.0^\circ$ y $\theta_3 = 60.0^\circ$. *Sugerencia:* haga un uso repetido de la ley de Malus.

52. Dos hojas polarizadoras se colocan juntas con sus ejes de transmisión cruzados de modo que no se transmite luz. Una tercera hoja se inserta entre ellas con su eje de transmisión en un ángulo de 45.0° respecto a cada uno de los otros ejes. Encuentre la fracción de la intensidad de la luz no polarizada incidente transmitida por la combinación de tres hojas. (Suponga que cada hoja polarizadora es ideal.)

Problemas adicionales

53. En un patrón de difracción de una rendija, suponga que cada máximo lateral está a la mitad entre los mínimos adyacentes, encuentre la razón de la intensidad (a) del máximo lateral de primer orden y (b) del máximo lateral de segundo orden a la intensidad del máximo central.
54. Luz láser con una longitud de onda de 632.8 nm se dirige a través de una rendija o dos rendijas y se le permite caer sobre una pantalla 2.60 m más allá. La figura P38.54 muestra el patrón sobre la pantalla, con una regla en centímetros bajo ella. (a) ¿La luz pasa a través de una rendija o de dos rendijas? Explique cómo puede decirlo. (b) Si es una rendija, encuentre su ancho. (c) Si son dos rendijas, encuentre la distancia entre sus centros.

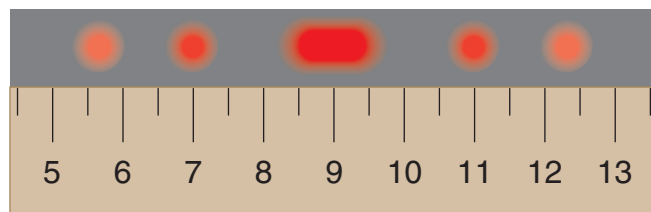


Figura P38.54

55. En una superficie de agua con una profundidad uniforme se soporta un muelle ancho sobre pilotes en varias hileras paralelas separadas 2.80 m . Proveniente del océano se presenta un oleaje con una longitud de onda uniforme que se desplaza en una dirección que forma un ángulo de 80.0° con las hileras de pilotes. Determine las tres longitudes de onda más largas de las olas que serán reflejadas con fuerza por los pilotes.
56. La franja oscura de segundo orden en un patrón de difracción de una sola rendija está a 1.40 mm desde el centro del máximo central. Suponiendo que la pantalla está a 85.0 cm de una rendija de ancho 0.800 mm y que la luz incidente es monocromática, calcule la longitud de onda de la luz incidente.
57. Sobre una rendija sencilla incide la luz de un láser helio-neón ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$). ¿Cuál es el máximo ancho de la rendija en el cual no se observan mínimos de difracción?
58. Dos motocicletas separadas lateralmente 2.30 m se están aproximando a un observador quien sostiene un "husmeador de campo" sensible a luz infrarroja de longitud de onda de 885 nm . (a) Suponga que la luz se propaga a través del aire uniforme y perfectamente estable. ¿Qué diámetro de abertura se requiere si los faros delanteros de la motocicleta

se deben resolver a una distancia de 12.0 km? (b) Comente qué tan real es esta consideración.

59. El Very Large Array (VLA) es un conjunto de 27 antenas parabólicas que están dispuestas en los condados de Caton y de Socorro, en Nuevo México (figura P38.59). Las antenas pueden separarse utilizando rieles de ferrocarril y sus señales combinadas consiguen un poder de resolución correspondiente a una abertura sintética de 36.0 km de diámetro. (a) Si los detectores están sintonizados a una frecuencia de 1.40 GHz, ¿cuál es la resolución angular del VLA? (b) Las nubes de hidrógeno siderales emiten a esta frecuencia. ¿Cuál debe ser la distancia de separación de dos nubes que estén a 26 000 años luz de la Tierra en el centro de la galaxia si es preciso definirlas? (c) **¿Qué pasaría si?** Conforme un telescopio observa el cielo, un halcón acecha desde lo alto volando en círculos. Determine la resolución angular del ojo del halcón. Suponga que el halcón es altamente sensible a la luz verde de 500 nm de longitud de onda y que tiene un diámetro de pupila de 12.0 mm. (d) En tierra, 30 m debajo, se encuentra un ratón. ¿Qué separación deben tener los bigotes del ratón para que los pueda definir el halcón?



Figura P38.59

60. Dos longitudes de onda λ y $\lambda + \Delta\lambda$ (con $\Delta\lambda \ll \lambda$) inciden sobre una rejilla de difracción. Demuestre que la separación angular entre las líneas espectrales en el espectro de m -ésimo orden es

$$\Delta\theta = \frac{\Delta\lambda}{\sqrt{(d/m)^2 - \lambda^2}}$$

donde d es el espaciado de la rejilla y m es el número de orden.

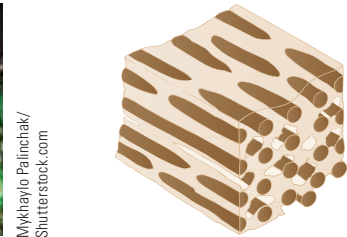
61. **Problema de repaso.** Un rayo de luz de 541 nm incide sobre una rejilla de difracción que tiene 400 ranuras/mm. (a) Determine el ángulo del rayo de segundo orden. (b) **¿Qué pasaría si?** Todo el aparato se sumerge en agua, ¿cuál sería el nuevo ángulo de difracción de segundo orden? (c) Demuestre que los dos rayos difractados de los incisos (a) y (b) están relacionados entre sí mediante la ley de la refracción.
62. *¿Por qué es imposible la siguiente situación?* Un técnico está enviando luz láser de longitud de onda de 632.8 nm a través de un par de rendijas separadas por 30.0 μm . Cada rendija mide 2.00 μm de ancho. La pantalla en la que se proyecta el modelo no es lo suficientemente amplia, por lo que la luz de máxima interferencia $m = 15$ rebasa el borde de la pantalla y pasa a la siguiente estación de laboratorio, sorprendiendo a un compañero de trabajo.
63. Un rayo luminoso de 750 nm incide sobre la superficie plana de cierto líquido, dividiéndose el rayo en un haz

reflejado y un haz refractado. Si el rayo reflejado está totalmente polarizado a 36.0°, ¿cuál es la longitud de onda del rayo refractado?

64. En la figura P38.64a se muestran las plumas iridiscentes del pavo real. La superficie de una bábula microscópica está constituida por una queratina transparente que soporta bastones de melanina café oscuro en una red cristalina regular, como se observa en la figura P38.64b. (Sus uñas están hechas de queratina y la melanina es el pigmento oscuro que le da color a la piel humana.) En una sección de la pluma, que puede parecer color turquesa (azul-verde), suponga que los bastones de melanina están separados de manera uniforme 0.25 μm , con aire entre ellos. (a) Explique cómo esta estructura puede verse de color azul-verde si no contiene pigmentos de esos colores. (b) También explique cómo puede verse color violeta si la luz incide sobre la misma en una dirección distinta. (c) Explique de qué forma puede presentar colores diferentes a la vista de manera simultánea, que es una característica de la iridiscencia. (d) Un disco compacto puede verse de cualquiera de los colores del arco iris. Explique por qué esta porción de la pluma no puede verse ni color amarillo ni rojo. (e) **¿Qué podría ser diferente respecto a la organización de bastones de melanina en alguna parte de la pluma que se manifestara en rojo?**



a



b

Figura P38.64

65. La luz en el aire golpea una superficie de agua en el ángulo de polarización. La parte del haz refractada en el agua golpea una losa sumergida de material con índice de refracción $n = 1.62$, como se muestra en la figura P38.65. La luz reflejada de la superficie superior de la losa es completamente polarizada. Encuentre el ángulo θ entre la superficie del agua y la superficie de la losa.

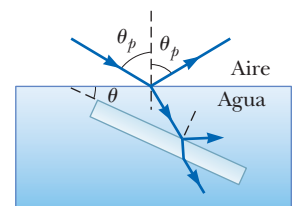


Figura P38.65
Problemas 65 y 66

66. La luz en el aire (suponga $n = 1$) golpea una superficie de un líquido con índice de refracción n_ℓ en el ángulo de polarización. La parte del haz refractada en el líquido golpea una losa sumergida de material con índice refractivo n , como se muestra en la figura P38.65. La luz reflejada de la superficie superior de la losa es completamente polarizada. Encuentre el ángulo θ entre la superficie del agua y la superficie de la losa como una función de n y n_ℓ .
67. Una imagen de televisión estándar (no HDTV), también conocida como NTSC, está compuesta por unas 485 líneas horizontales de intensidades de luz variable. Suponga que su capacidad para definir las líneas está restringida única-

mente por el criterio de Rayleigh y que sus pupilas tienen 5.00 mm de diámetro y la longitud de onda promedio de la luz que emite la pantalla es de 550 nm. Calcule la razón de la distancia de observación mínima en comparación con la dimensión vertical de la imagen de forma que no puedan definir las líneas.

68. Una cámara de abertura diminuta sin lente tiene una abertura circular pequeña de diámetro D . La luz desde los objetos distantes pasa a través de la abertura al interior de una caja oscura e incide sobre una pantalla colocada a una distancia L . Si D es demasiado grande la imagen sobre la pantalla estará borrosa, ya que un punto brillante en el campo de visión emitirá luz en un círculo de diámetro ligeramente mayor que D . Por otra parte, si D es demasiado pequeño la difracción hará borrosa la imagen. La pantalla mostrará una imagen razonablemente nítida si el diámetro del disco central del patrón de difracción, especificado por la ecuación 38.6, es igual a D en la pantalla. (a) Demuestre que para el caso de una luz monocromática con frentes de onda planos y $L \gg D$, la condición para una imagen nítida se cumple cuando $D^2 = 2.44 \lambda L$. (b) Determine el diámetro óptimo de la abertura para una luz de 500 nm proyectada en una pantalla a 15.0 cm.

69. La escala de un mapa está dada en kilómetros por centímetro, especificando la distancia sobre la Tierra que representa cualquier distancia en el mapa. La escala de un espectro es su *dispersión*, dada en nanómetros por centímetro, que define el cambio en longitud de onda que representa una distancia en el espectro. Es necesario conocer cuál es la dispersión, a fin de poder comparar un espectro con otro y efectuar mediciones de (por ejemplo) un corrimiento Doppler. Haga que y represente la posición relativa con el centro de un patrón de difracción proyectado en una pantalla plana a una distancia L por una rejilla de difracción con un espaciamiento de rendijas d . La dispersión es igual a $d\lambda/dy$. (a) Demuestre que la dispersión está dada por

$$\frac{d\lambda}{dy} = \frac{L^2 d}{m(L^2 + y^2)^{3/2}}$$

(b) Calcule la dispersión en el primer orden para una luz con una longitud de onda media de 550 nm, analizada mediante una rejilla que tiene 8 000 ranuras/cm y proyectada sobre una pantalla a 2.40 m de distancia.

70. (a) Una luz que viaja en un medio con un índice de refracción n_1 incide formando un ángulo θ con la superficie de un medio de índice n_2 . El ángulo entre los rayos reflejado y refractado es igual a β . Demuestre que

$$\tan \theta = \frac{n_2 \sin \beta}{n_1 - n_2 \cos \beta}$$

(b) **¿Qué pasaría si?** Demuestre que esta expresión para $\tan \theta$ se reduce a la ley de Brewster en el caso de que $\beta = 90^\circ$.

71. El patrón de difracción de una sola rendija se describe mediante la ecuación

$$I = I_{\text{máx}} \frac{\sin^2 \phi}{\phi^2}$$

donde $\phi = (\pi a \sin \theta)/\lambda$. El máximo central está en $\phi = 0$ y los máximos laterales están *aproximadamente* en $\phi = (m + \frac{1}{2})\pi$ para $m = 1, 2, 3, \dots$. Determine con más precisión (a) la ubicación del primer máximo lateral, donde $m = 1$, y (b) la ubicación del segundo máximo lateral. *Sugerencia:* observe en

la figura 38.6a que la gráfica de intensidad con ϕ tiene una tangente horizontal en máximos y también en mínimos.

72. ¿Cuál es la dispersión que experimenta un haz de luz por difracción? Una respuesta cuantitativa es *todo el ancho a la mitad del máximo* del máximo central del patrón de difracción Fraunhofer de una sola rendija. Puede evaluar este ángulo de dispersión en este problema y en el siguiente. (a) En la ecuación 38.2, defina $\phi = \pi a \sin \theta/\lambda$ y demuestre que en el punto donde $I = 0.5 I_{\text{máx}}$, debe tener $\phi = \sqrt{2} \sin \phi$. (b) Sea $y_1 = \sin \phi$ y $y_2 = \phi/\sqrt{2}$. Grafique y_1 y y_2 sobre el mismo juego de ejes en un intervalo desde $\phi = 1$ rad hasta $\phi = \pi/2$ rad. Determine ϕ desde el punto de intersección de las dos curvas. (c) Demuestre después que si la fracción λ/a no es grande, todo el ancho angular a la mitad del máximo de difracción central es $\theta = 0.885 \lambda/a$. (d) **¿Qué pasaría si?** Otro método para resolver la ecuación trascendental $\phi = \sqrt{2} \sin \phi$ del inciso (a) es estimar un primer valor para ϕ , utilizando una computadora o una calculadora para ver cómo coincide, y continuar la actualización de su estimación hasta que la ecuación se equilibre. ¿Cuántas etapas (iteraciones) serán necesarias?
73. Dos rayos de luz de longitud de onda muy próxima inciden sobre una rejilla de difracción. (a) Partiendo de la ecuación 38.7, demuestre que la dispersión angular de la rejilla está dada por

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \theta}$$

(b) Una rejilla cuadrada de 2.00 cm de lado y que contiene 8 000 rendijas uniformemente separadas es utilizada para analizar el espectro del mercurio. Dos líneas muy próximas emitidas por este elemento tienen 579.065 nm y 576.959 nm de longitud de onda. ¿Cuál es la separación angular de estas dos longitudes de onda en el espectro de segundo orden?

74. Un rayo de luz de 632.8 nm de longitud de onda ilumina una rendija sencilla formando un patrón de difracción sobre una pantalla a 1 m de la rendija. (a) Con los datos de la siguiente tabla, grafique la intensidad relativa en función de la posición. Escoja un valor apropiado para el ancho a de la rendija y, sobre la misma gráfica utilizada para los datos experimentales, trace la expresión teórica correspondiente a la intensidad relativa

$$\frac{I}{I_{\text{máx}}} = \frac{\sin^2 \phi}{\phi^2}$$

donde $\phi = (\pi a \sin \theta)/\lambda$. ¿Cuál es el valor de a que coincide mejor con la teoría y con el experimento?

Posición relativa al máximo central (mm)	Intensidad relativa
0	1.00
0.8	0.95
1.6	0.80
3.2	0.39
4.8	0.079
6.5	0.003
8.1	0.036
9.7	0.043
11.3	0.013
12.9	0.000 3
14.5	0.012
16.1	0.015
17.7	0.004 4
19.3	0.000 3

Problemas de desafío

75. La figura P38.75a es un dibujo tridimensional de un cristal birrefringente. Las líneas discontinuas ilustran cómo una placa delgada de material colocada paralela se podría cortar del espécimen más grande y que tenga el eje óptico del cristal paralelo a las caras de la placa. A la sección del cristal cortada de esta manera se le conoce como *placa de retardo*. Cuando un rayo de luz incide sobre la placa perpendicular a la dirección del eje óptico, como se muestra en la figura P38.75b, el rayo O y el rayo E viajan a lo largo de una sola línea recta, pero con rapidez diferente. (a) Suponga que d es el espesor de la placa y demuestre que la diferencia de fase entre los rayos O y E es igual a

$$\theta = \frac{2\pi d}{\lambda} |n_O - n_E|$$

donde θ es la longitud de onda en el aire. (b) En un caso específico, la luz incidente tiene una longitud de onda de 550 nm. Determine el valor mínimo de d para una placa de cuarzo en la cual $\theta = \pi/2$. Este tipo de placa se conoce como *placa de cuarto de onda*. Use los valores de n_O y n_E de la tabla 38.1.

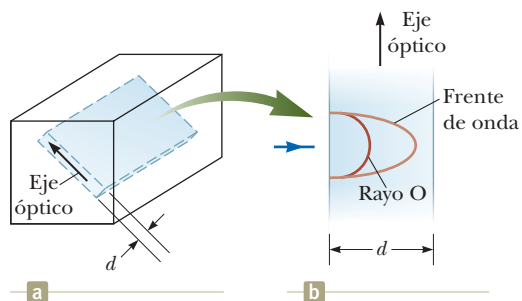


Figura P38.75

76. Un satélite espía está constituido esencialmente de un espejo cóncavo de gran diámetro que forma una imagen en un detector de cámara digital y envía, mediante ondas de radio, la imagen a un receptor en Tierra. En efecto, se trata de un telescopio astronómico en órbita, mirando hacia abajo y no hacia arriba. (a) ¿Un satélite espía puede leer las placas de un vehículo?, (b) ¿la fecha en una moneda? Para justificar sus respuestas efectúe un cálculo del orden de magnitud y especifique la información que sea necesaria.
77. Suponga que la hendidura única en la figura 38.4 es de 6.00 cm de ancho y está delante de una fuente de microondas que funciona a 7.50 GHz. (a) Calcule el ángulo del primer mínimo en el patrón de difracción. (b) ¿Cuál es la intensidad relativa $I/I_{\text{máx}}$ en $\theta = 150^\circ$? (c) Suponga que dos de estas fuentes, separadas lateralmente por 20.0 cm, están detrás

de la rendija. ¿Cuál debe ser la distancia máxima entre el plano de las fuentes y la rendija si los patrones de difracción son resueltos? En este caso, la aproximación $\sin \theta \approx \tan \theta$ no es válida debido al valor relativamente pequeño de a/λ .

78. En la figura P38.78, suponga que los ejes de transmisión de los discos polarizadores de izquierda y derecha son mutuamente perpendiculares. Además, el disco central gira sobre el eje común con una rapidez angular ω . Demuestre que si luz no polarizada incide sobre el disco izquierdo con una intensidad $I_{\text{máx}}$, la intensidad del haz que sale del disco derecho es

$$I = \frac{1}{16} I_{\text{máx}} (1 - \cos 4\omega t)$$

Este resultado significa que la intensidad del haz emergente se modula con una rapidez de cuatro veces la rapidez de rotación del disco central. *Sugerencia:* use las identidades trigonométricas $\cos^2 \theta = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta)$ y $\sin^2 \theta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta)$.

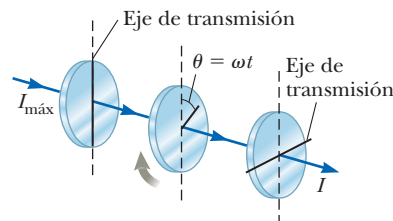


Figura P38.78

79. Considere una onda de luz que pasa a través de una rendija y se propaga hacia una pantalla distante. La figura P38.79 muestra la variación de la intensidad para el patrón en la pantalla. Dé un argumento matemático de que más de 90% de la energía transmitida está en el máximo central del patrón de difracción. *Sugerencia:* no es necesario que calcule el porcentaje preciso, pero explique las etapas de su razonamiento. Puede usar la identificación

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots = \frac{\pi^2}{8}$$

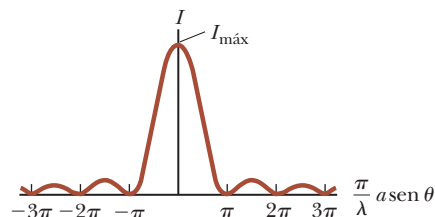


Figura P38.79