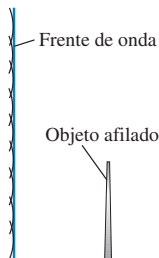


verde del espectro visible es I , calcule la intensidad (en términos de I) de la luz polarizada en el medio de a) la parte roja del espectro y b) la parte violeta del espectro. Consulte la tabla 32.1.

Sección 33.7 Principio de Huygens

33.36. Doblamiento en las esquinas. Las partículas en movimiento no “doblan” las esquinas, pero las ondas sí. Para ver por qué, suponga que un frente de onda plana incide en la arista de un objeto afilado mientras se mueve de manera perpendicular a la superficie (figura 33.44). Con base en el principio de Huygens, demuestre que esta onda se desviará alrededor de la arista superior del objeto. (Nota: este efecto, llamado *difracción*, se observa en las ondas en el agua, pero también ocurre con la luz, como se verá en los capítulos 35 y 36. Sin embargo, en la vida cotidiana no resulta muy evidente debido a la longitud de onda muy corta de la luz visible.)

Figura 33.44 Ejercicio 33.36.



Problemas

33.37. Reflector de vértice. El vértice interior de un cubo está cubierto con espejos que forman un reflector de vértice (véase el ejemplo 33.3 de la sección 33.2). Un rayo de luz se refleja sucesivamente en cada uno de tres espejos perpendiculares entre sí; demuestre que su dirección final siempre es exactamente la opuesta de su dirección inicial.

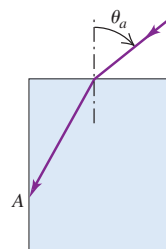
33.38. Un haz de luz se dirige paralelo al eje de un tubo cilíndrico hueco. Cuando el tubo sólo contiene aire, la luz tarda 8.72 ns recorrerlo en toda su longitud, pero cuando el tubo se llena de gelatina transparente el recorrido dura 2.04 ns más. ¿Cuál es el índice de refracción de la gelatina?

33.39. Luz que se propaga en un material con índice de refracción n_1 incide a un ángulo θ_1 con respecto a la normal en la interfaz con un bloque de material que tiene caras paralelas e índice de refracción n_2 . Después de que la luz pasa a través de ese material, se refracta en otro con índice de refracción n_3 con el que forma un ángulo θ_3 con respecto a la normal. *a)* Calcule θ_3 en términos de θ_1 , así como los índices de refracción de los materiales. *b)* Ahora se invierte el rayo en el tercer material, de manera que incida sobre la interfaz n_3 a n_2 con el ángulo θ_3 que se obtuvo en el inciso *a)*. Demuestre que cuando la luz se refracta en el material con índice de refracción n_1 , el ángulo que forma con la normal es θ_1 . Esto demuestra que el rayo refractado es reversible. *c)* ¿Los rayos reflejados son reversibles? Explique su respuesta.

33.40. En un laboratorio de física, un haz de luz con longitud de onda de 490 nm se propaga en aire de un láser a una fotocelda en 17.0 ns. Cuando se coloca un bloque de vidrio de 0.840 m de espesor ante el haz de luz, de manera que éste incida a lo largo de la normal a las caras paralelas del bloque, la luz tarda 21.2 ns en viajar del láser a la fotocelda. ¿Cuál es la longitud de onda de la luz en el vidrio?

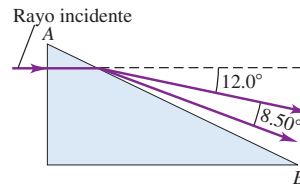
33.41. Un rayo de luz incide desde el aire sobre un bloque sólido transparente cuyo índice de refracción es n . Si $n = 1.38$, ¿cuál es el ángulo de incidencia *más grande* θ_a para el que ocurrirá la reflexión interna total en la cara vertical (punto A en la figura 33.45)?

Figura 33.45 Problema 33.41.



33.42. Un rayo de luz en el aire incide en el prisma rectangular que se ilustra en la figura 33.46. Este rayo consiste en dos longitudes de onda diferentes. Cuando emerge por la cara AB, se ha dividido en dos rayos diferentes que divergen entre sí 8.50° . Determine el índice de refracción del prisma para cada una de las dos longitudes de onda.

Figura 33.46 Problema 33.42.



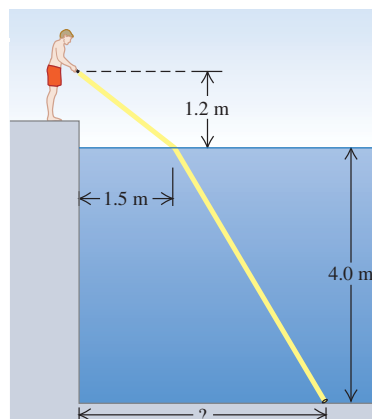
33.43. Una placa de un cuarto de onda convierte luz linealmente polarizada en luz circularmente polarizada. Demuestre que una placa de un cuarto de onda también convierte luz circularmente polarizada en luz linealmente polarizada.

33.44. Una placa de vidrio de 2.50 mm de espesor, con índice de refracción de 1.40, se coloca entre una fuente puntual de luz con longitud de onda de 540 nm (en el vacío) y una pantalla. La distancia de la fuente a la pantalla es de 1.80 cm. ¿Cuántas longitudes de onda hay entre la fuente y la pantalla?

33.45. Las antiguas placas fotográficas estaban hechas de vidrio con una emulsión fotosensible en la superficie anterior. Esta emulsión era algo transparente. Cuando una fuente puntual brillante se enfocaba sobre la parte anterior de la placa, la fotografía revelada mostraba un halo alrededor de la imagen del punto. Si la placa de vidrio mide 3.10 mm de espesor y los halos tienen radio interior de 5.34 mm, ¿cuál es el índice de refracción del vidrio? (Sugerencia: considere que la luz del punto que incide en la superficie anterior se dispersa en todas direcciones gracias a la emulsión. Algo de ella se refleja totalmente en la superficie posterior de la placa y regresa a la superficie anterior.)

33.46. Después de un largo día de viaje, tarde por la noche, usted nada en la piscina del hotel donde se hospeda. Cuando se retira a su habitación, se da cuenta de que perdió la llave en la alberca. Consigue una linterna potente y camina alrededor de la alberca dirigiendo la luz hacia ella. La luz ilumina la llave, que yace en el fondo de la alberca, cuando sostiene la linterna a 1.2 m de la superficie del agua y dirigida hacia la superficie a una distancia horizontal de 1.5 m desde el borde (figura 33.47). Si el agua en ese punto tiene 4.0 m de profundidad, ¿a qué distancia del borde de la alberca se encuentra la llave?

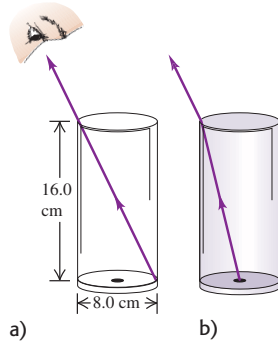
Figura 33.47 Problema 33.46.



33.47. Usted observa sobre el borde de un vaso con lados verticales, de manera que el borde superior está alineado con el borde opuesto del fondo (figura 33.48a). El vaso es un cilindro hueco de paredes delgadas, de 16.0 cm de alto y 8.0 cm de diámetro en sus partes superior e inferior. Mientras usted mantiene la vista en la misma posición, un

amigo suyo llena el vaso con un líquido transparente, y entonces usted ve una moneda pequeña en el centro del fondo del vaso (figura 33.48b). ¿Cuál es el índice de refracción del líquido?

Figura 33.48 Problema 33.47.



33.48. Un vaso de precipitados con fondo de espejo se llena con un líquido cuyo índice de refracción es 1.63. Un haz luminoso incide en la superficie del líquido a un ángulo de 42.5° con respecto a la normal. ¿A qué ángulo en relación con la normal saldrá el haz luminoso del líquido después de bajar a través del líquido, reflejarse en el fondo de espejo y regresar a la superficie?

33.49. Una capa delgada de hielo ($n = 1.309$) flota en la superficie del agua ($n = 1.333$) que hay en una cubeta. Un rayo de luz que sale del fondo de ésta viaja hacia arriba a través del agua. a) ¿Cuál es el ángulo máximo con respecto a la normal que el rayo puede formar en la interfaz hielo-agua sin dejar de salir al aire arriba del hielo? b) ¿Cuál es este ángulo una vez que el hielo se ha fundido?

33.50. Un prisma de $45^\circ-45^\circ-90^\circ$ está sumergido en agua. Un rayo de luz incide en dirección normal sobre una de sus caras más cortas. ¿Cuál es el índice de refracción mínimo que debe tener el prisma si este rayo debe reflejarse totalmente dentro del vidrio en la cara larga del prisma?

33.51. El prisma que se ilustra en la figura 33.49 tiene un índice de refracción de 1.66, y los ángulos A son de 25.0° . Dos rayos de luz m y n entran paralelos al prisma. ¿Cuál es el ángulo entre ellos una vez que salen?

33.52. Sobre la cara corta de un prisma de $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ incide luz con una dirección normal (figura 33.50). Se coloca una gota de líquido en la hipotenusa del prisma. Si el índice del prisma es de 1.62, calcule el índice máximo que puede tener el líquido sin que la luz deje de reflejarse en su totalidad.

Figura 33.49 Problema 33.51.

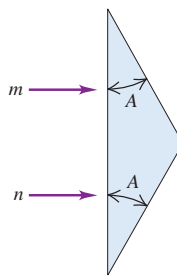
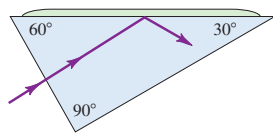


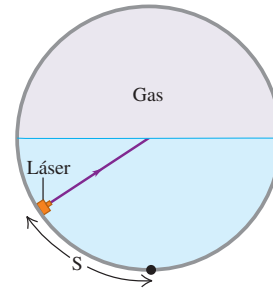
Figura 33.50 Problema 33.52.



33.53. Un tanque cilíndrico horizontal de 2.20 m de diámetro está lleno de agua hasta la mitad. El espacio sobre el agua se encuentra lleno de un gas presurizado con índice de refracción desconocido. Un equipo emisor de luz láser pequeño se mueve a lo largo del fondo curvado

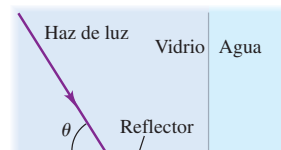
del agua y lanza un rayo hacia el centro de la superficie del agua (figura 33.51). Usted observa que cuando el láser ha recorrido una distancia $S = 1.09$ m o más (medida a lo largo de la superficie curva) desde el punto más bajo del agua, la luz no pasa al gas. a) ¿Cuál es el índice de refracción del gas? b) ¿Cuánto tiempo tarda el haz de luz en viajar del equipo emisor al borde del tanque cuando i) $S > 1.09$ m y ii) $S < 1.09$ m?

Figura 33.51 Problema 33.53.



33.54. Un cubo grande de vidrio tiene un reflector metálico en una de sus caras y agua en una cara adyacente (figura 33.52). Un haz de luz incide sobre el reflector, como se ilustra en la figura. Usted observa que conforme se incrementa en forma gradual el ángulo del haz de luz, si $\theta \geq 59.2^\circ$ no entra luz al agua. ¿Cuál es la rapidez de la luz en este vidrio?

Figura 33.52 Problema 33.54.

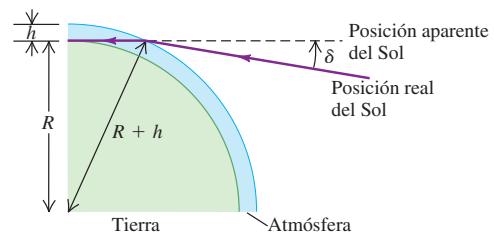


33.55. Cuando el Sol sale o se oculta y parece estar justo sobre el horizonte, en realidad está *debajo de éste*. La explicación de esta aparente paradoja es que la luz solar se desvía un poco cuando entra a la atmósfera terrestre, como se ilustra en la figura 33.53. Como nuestra percepción se basa en la idea de que la luz viaja en líneas rectas, la percibimos como si viniera desde una posición aparente que forma un ángulo δ sobre la posición verdadera del Sol. a) Para simplificar, suponga que la atmósfera tiene densidad uniforme y, por lo tanto, índice de refracción uniforme n , y se extiende a una altura h por encima de la superficie de la Tierra, punto en el cual se desvanece de manera abrupta. Demuestre que el ángulo δ está dado por

$$\delta = \arcsen\left(\frac{nR}{R+h}\right) - \arcsen\left(\frac{R}{R+h}\right)$$

donde $R = 6378$ km es el radio de la Tierra. b) Calcule δ con $n = 1.0003$ y $h = 20$ km. ¿Cómo se compara esto con el radio angular del

Figura 33.53 Problema 33.55.



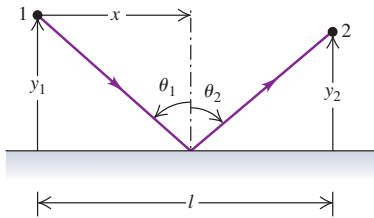
Sol, que es de aproximadamente un cuarto de grado? (En realidad, los rayos de luz proveniente del Sol se desvían de manera gradual, no abrupta, ya que la densidad y el índice de refracción de la atmósfera cambian poco a poco con la altitud.)

33.56. Principio de Fermat del tiempo mínimo. Un rayo de luz que viaja con rapidez c sale del punto 1, como se ilustra en la figura 33.54, y se refleja al punto 2. El rayo incide en la superficie reflectante a una distancia horizontal x del punto 1. *a)* Demuestre que el tiempo t que se requiere para que la luz viaje de 1 a 2 es

$$t = \frac{\sqrt{y_1^2 + x^2} + \sqrt{y_2^2 + (l - x)^2}}{c}$$

b) Obtenga la derivada de t con respecto a x e iguálela a cero para demostrar que el tiempo alcanza su valor *mínimo* cuando $\theta_1 = \theta_2$, que es la ley de reflexión y corresponde a la trayectoria real que sigue la luz. Éste es un ejemplo del *principio de Fermat del tiempo mínimo*, que dice que entre todas las trayectorias posibles entre dos puntos, la que sigue un rayo de luz es aquella para el que el tiempo de recorrido es *mínimo*. (En realidad, hay ciertos casos en los que el tiempo es máximo, y no mínimo.)

Figura 33.54 Problema 33.56.

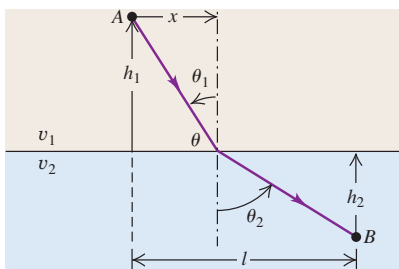


33.57. Un rayo de luz va del punto A, en un medio en el que la rapidez de la luz es v_1 , al punto B en el que la rapidez es v_2 (figura 33.55). El rayo incide en la interfaz a una distancia horizontal x a la derecha del punto A. *a)* Demuestre que el tiempo requerido para que la luz vaya de A a B es

$$t = \frac{\sqrt{h_1^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{h_2^2 + (l - x)^2}}{v_2}$$

b) Obtenga la derivada de t con respecto a x e iguálela a cero para demostrar que este tiempo alcanza su valor *mínimo* cuando $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$. Ésta es la ley de Snell y corresponde a la trayectoria real que toma la luz. Éste es otro ejemplo del principio de Fermat del tiempo mínimo (véase el problema 33.56).

Figura 33.55 Problema 33.57.

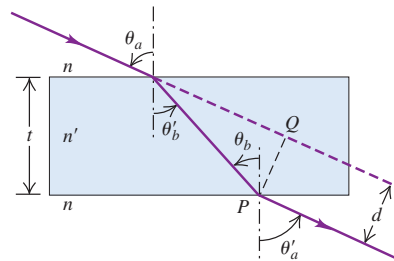


33.58. Sobre la superficie superior de una placa transparente incide luz que viaja por el aire con un ángulo θ_a (figura 33.56); las superficies de la placa son planas y paralelas entre sí. *a)* Demuestre que $\theta_a = \theta'_a$. *b)* Demuestre que esto se cumple para cualquier número de diferentes placas paralelas. *c)* Pruebe que el desplazamiento lateral d del haz que sale está dado por la relación

$$d = t \frac{\sin(\theta_a - \theta'_b)}{\cos \theta'_b}$$

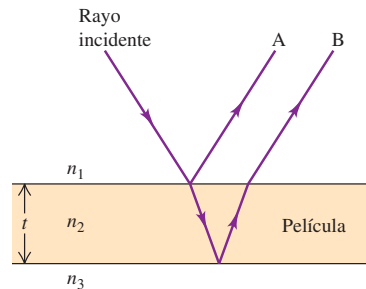
donde t es el espesor de la placa. *d)* Un rayo de luz incide con ángulo de 66.0° sobre la superficie de una placa de vidrio de 2.40 cm de espesor e índice de refracción de 1.80. El medio a cualquiera de sus lados es aire. Calcule el desplazamiento entre los rayos incidente y emergente.

Figura 33.56 Problema 33.58.



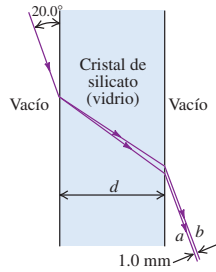
33.59. La luz que viaja hacia abajo incide sobre una película horizontal de espesor t , como se ilustra en la figura 33.57. El rayo incidente se divide en dos rayos, A y B. El rayo A se refleja en la parte superior de la película, y el rayo B se refleja en el fondo de la película para luego refractarse de regreso en el material que está encima de la película. Si la película tiene caras paralelas, demuestre que los rayos A y B terminan paralelos uno con respecto al otro.

Figura 33.57 Problema 33.59.



33.60. Se dirige un haz delgado de luz blanca hacia una placa plana de vidrio a un ángulo de 20.0° con respecto a la superficie de la lámina. Debido a la dispersión del vidrio, el haz se extiende como se ilustra en el espectro de la figura 33.58. En la figura 33.18 aparece la gráfica del índice de refracción del vidrio en función de la longitud de onda. *a)* Los rayos a y b que aparecen en la figura 33.58 corresponden a los extremos del espectro visible. ¿Cuál corresponde al rojo y cuál al violeta? Explique su razonamiento. *b)* ¿Para qué espesor d de la lámina de vidrio el espectro tendrá 1.0 mm de ancho, como se ilustra (véase el problema 33.58)?

Figura 33.58 Problema 33.60.

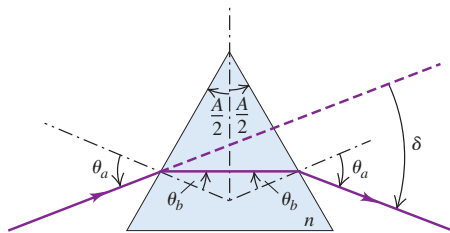


33.61. Ángulo de desviación. El ángulo de incidencia θ_a que se ilustra en la figura 33.59 se eligió de manera que la luz pase de manera simétrica a través del prisma, el cual tiene índice de refracción n y ángulo A en el vértice. *a)* Demuestre que el ángulo de desviación δ (aquel que hay entre las direcciones inicial y final del rayo) está dado por

$$\sin \frac{A + \delta}{2} = n \sin \frac{A}{2}$$

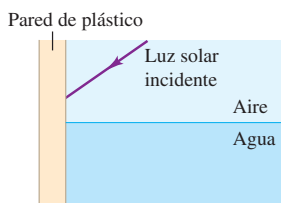
(Cuando la luz atraviesa en forma simétrica, como se ilustra, el ángulo de desviación es mínimo.) *b)* Utilice el resultado del inciso *a)* para encontrar el ángulo de desviación de un rayo de luz que pasa simétricamente por un prisma que tiene tres ángulos iguales ($A = 60.0^\circ$) y $n = 1.52$. *c)* Cierta tipo de vidrio tiene un índice de refracción de 1.61 para la luz roja (700 nm) y 1.66 para la luz violeta (400 nm). Si los dos colores pasan de manera simétrica, como se describió en el inciso *a)*, y si $A = 60.0^\circ$, encuentre la diferencia entre los ángulos de desviación para ambos colores.

Figura 33.59 Problema 33.61.



33.62. Un haz de luz solar no polarizada incide con un ángulo desconocido sobre la pared vertical de plástico de un tanque de agua. Algo de la luz se refleja en la pared y entra en el agua (figura 33.60). El índice de refracción de la pared de plástico es 1.61. Si se observa que la luz que se refleja desde la pared hacia el agua está completamente polarizada, ¿qué ángulo forma el haz con la normal dentro del agua?

Figura 33.60 Problema 33.62.



33.63. Un haz de luz que viaja horizontalmente tiene una componente no polarizada con intensidad I_0 y otra componente polarizada con in-

tensidad I_p . El plano de polarización de la componente polarizada está orientado con un ángulo θ con respecto a la vertical. Los datos de la siguiente tabla dan la intensidad medida a través de un polarizador con orientación ϕ con respecto a la vertical. *a)* ¿Cuál es la orientación de la componente polarizada? (Es decir, ¿cuál es el ángulo θ ?) *b)* ¿Cuáles son los valores de I_0 e I_p ?

ϕ (°)	I_{total} (W/m ²)	ϕ (°)	I_{total} (W/m ²)
0	18.4	100	8.6
10	21.4	110	6.3
20	23.7	120	5.2
30	24.8	130	5.2
40	24.8	140	6.3
50	23.7	150	8.6
60	21.4	160	11.6
70	18.4	170	15.0
80	15.0	180	18.4
90	11.6		

33.64. Cierta material birrefringente tiene índices de refracción n_1 y n_2 para las dos componentes perpendiculares de luz linealmente polarizada que lo atraviesan. Las longitudes de onda correspondientes son $\lambda_1 = \lambda_0/n_1$ y λ_0/n_2 , donde λ_0 es la longitud de onda en el vacío. *a)* Para que el cristal funcione como placa de un cuarto de onda, el número de longitudes de onda de cada componente en el interior del material debe diferir en $\frac{1}{4}$. Demuestre que el espesor mínimo de una placa de un cuarto de onda debe ser

$$d = \frac{\lambda_0}{4(n_1 - n_2)}$$

b) Calcule el espesor mínimo de una placa de un cuarto de onda hecha de siderita ($\text{FeO} \cdot \text{CO}_2$) si los índices de la refracción son $n_1 = 1.875$ y $n_2 = 1.635$, y la longitud de onda en el vacío es $\lambda_0 = 589$ nm.

Problemas de desafío

33.65. Considere dos vibraciones con la misma amplitud y frecuencia, pero distinta fase, una a lo largo del eje x ,

$$x = a \sin(\omega t - \alpha)$$

y la otra a lo largo del eje y ,

$$y = a \sin(\omega t - \beta)$$

Éstas se pueden escribir como sigue:

$$\frac{x}{a} = \sin \omega t \cos \alpha - \cos \omega t \sin \alpha \quad (1)$$

$$\frac{y}{a} = \sin \omega t \cos \beta - \cos \omega t \sin \beta \quad (2)$$

a) Multiplique la ecuación (1) por $\sin \beta$, y la ecuación (2) por $\sin \alpha$, y luego reste las ecuaciones resultantes. *b)* Multiplique la ecuación (1) por $\cos \beta$ y la ecuación (2) por $\cos \alpha$, y después reste las ecuaciones que resultan. *c)* Eleve al cuadrado y sume los resultados de los incisos *a)* y *b)*. *d)* Obtenga la ecuación $x^2 + y^2 - 2xy \cos \delta = a^2 \sin^2 \delta$, donde $\delta = \alpha - \beta$. *e)* Use el resultado anterior para justificar cada uno de los diagramas de la figura 33.61 (en la siguiente página). En la figura el ángulo dado es la diferencia de fase entre dos movimientos armónicos simples con las mismas frecuencia y amplitud, uno horizontal (sobre el eje x) y el otro vertical (sobre el eje y). Así, la figura muestra el movimiento resultante de la superposición de los dos movimientos armónicos perpendiculares.