Segundo Examen Parcial
Electrónica

Agosto 2023

1. **Encuentre el circuito equivalente de Thévenin para la red externa al resistor R (Figura 1.).**

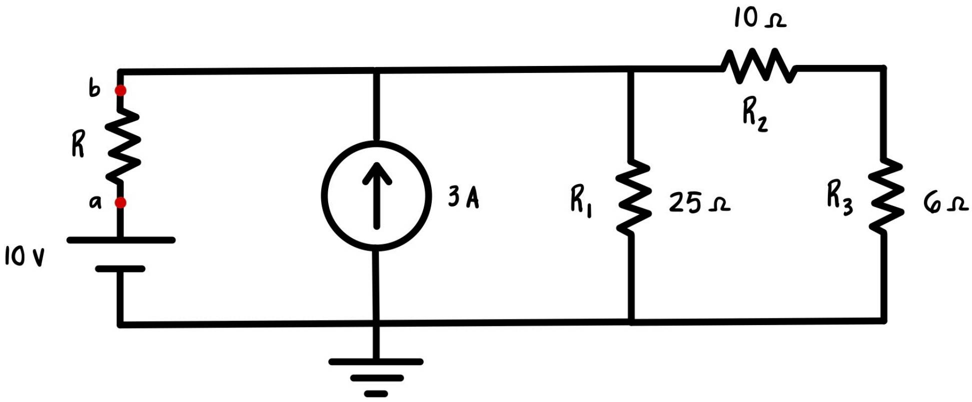

Figura 1. *Circuito del problema 1.*

Para transformar el circuito, tenemos que cambiar la fuente de amperaje por una fuente de voltaje. Para ello, se puede usar la ley de Ohm:

$$V_{tr} = (3\,A)(25\,\Omega) = 75\,V$$

También podemos quitar la resistencia R del circuito, de tal modo que:

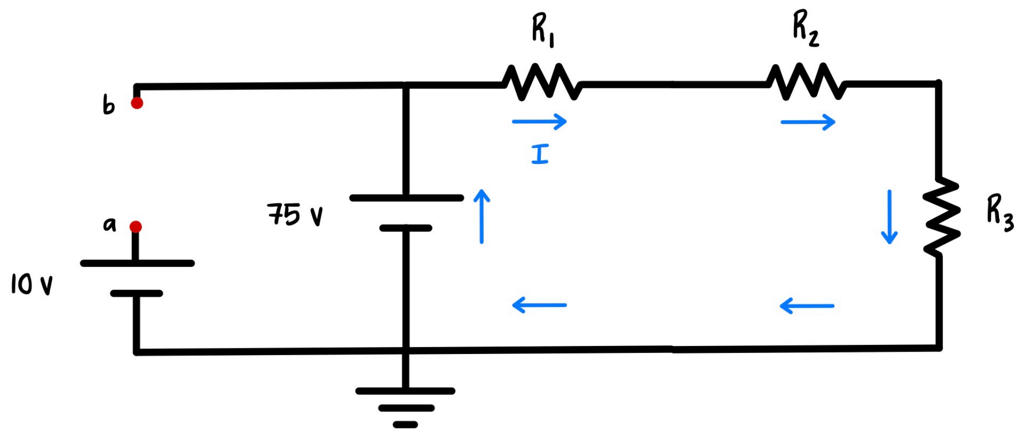

Figura 1.1.

Ahora, podemos quitar ambas fuentes de voltaje de la Figura 1.1., transformando el circuito:

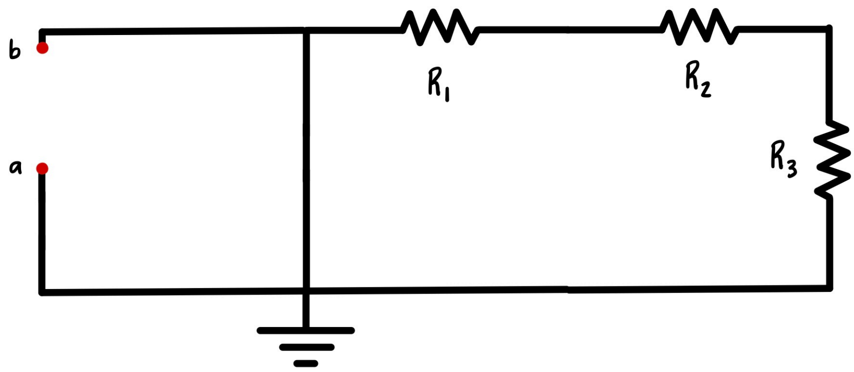

Figura 1.2.

De la Figura 1.2. se puede observar que las resistencias R_2 y R_3 se encuentran en serie:

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 10\,\Omega + 6\,\Omega = 16\,\Omega$$

A su vez, R_{23} se encuentra en paralelo con R_1:

$$R_{123} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{23}}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{25\,\Omega} + \frac{1}{16\,\Omega}\right)^{-1} = 9.756\,\Omega$$

Ahora, si se observa la Figura 1.1., hay un flujo de corriente I que pasa a través de las resistencias R_1, R_2 y R_3. Usando la segunda ley de Kirchhoff (2LK):

$$75\,V - (R_1 + R_2 + R_3)I = 0$$

$$I = \frac{75\,V}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{75\,V}{25\,\Omega + 10\,\Omega + 6\,\Omega} = 1.829\,A$$

Regresemos a la Figura 1. con la siguiente consideración: la corriente I en esta Figura solo estará asociada a las resistencias R_2 y R_3. Si usamos la 2LK desde el nodo b hasta el nodo a:

$$V_b - I(R_2 + R_3) + 10\,V = V_a$$

$$V_b - V_a = (1.829\,A)(10\,\Omega + 6\,\Omega) - 10\,V$$

$$V_{ba} = 19.264\,V$$

Para el circuito de Thévenin podemos identificar:

$$R_{th} = R_{123} = 9.756\,\Omega$$

$$E_{th} = V_{ba} = 9.756\,\Omega$$

Obteniendo así, el circuito equivalente de Thévenin como se muestra en la Figura 1.3.:

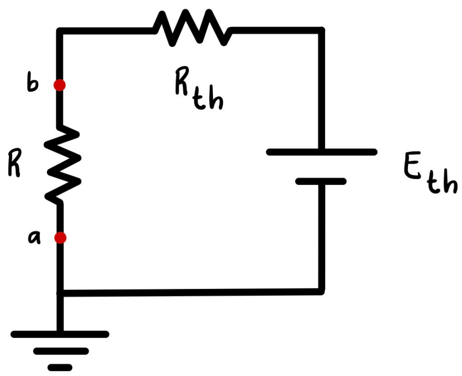

Figura 1.3.

2. **Del siguiente circuito (Figura 2.):**
   a) **Encuentre el valor de R para la potencia máxima sobre R.**
   b) **Determine la potencia máxima sobre R.**

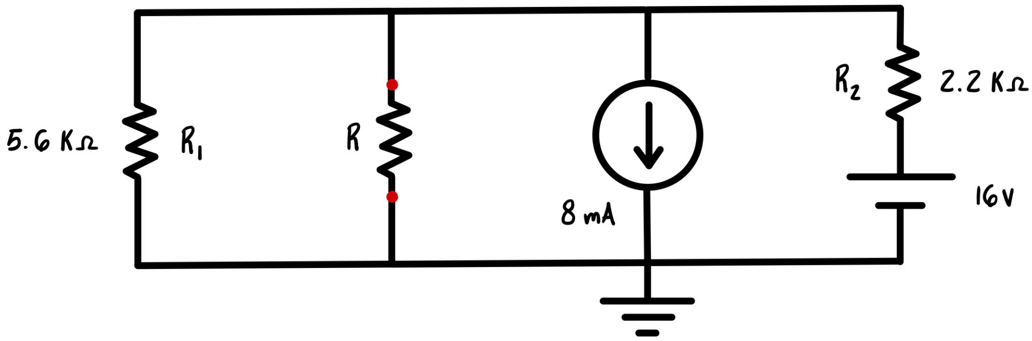

Figura 2. *Circuito del problema 2.*

En primer lugar, podemos convertir la fuente de voltaje en una fuente de amperaje. Con la ley de Ohm:

$$I_{tr} = \frac{16\,V}{2.2\,k\Omega} = \frac{80}{11}\,mA = 7.27\,mA$$

De momento, podemos omitir el efecto de la resistencia R, transformando el circuito como se muestra en la Figura 2.1.:

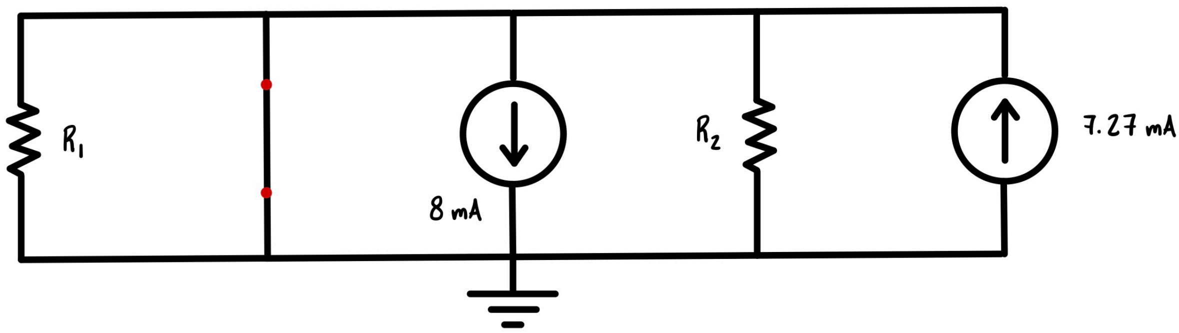

Figura 2.1.

Ahora, se puede observar que R_1 y R_2 se encuentran en paralelo, por ende:

$$R_N = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{5.6\,k\Omega} + \frac{1}{2.2k\,\Omega}\right)^{-1} = \frac{308}{195}\,k\Omega = 1.579\,k\Omega$$

También se pueden reducir la dos fuentes de amperaje a una sola. Como tienen direcciones opuestas:

$$I_N = 8\,mA - \frac{80}{11}\,mA = \frac{8}{11}\,mA = 0.73\,mA$$

Donde evidentemente la dirección dominante de I_N debe ser hacia abajo, reduciendo el circuito como se muestra en la Figura 2.2.:

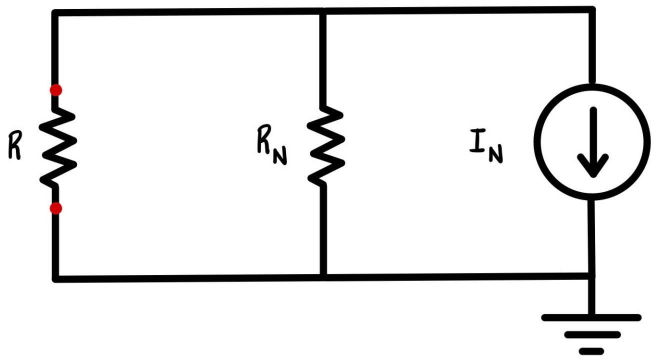

Figura 2.2.

Es relevante mencionar que en la Figura 2.2. se vuelve a considerar la resistencia R. Para pasar de este circuito (conocido como circuito de Northon) a uno de Thévenin:

$$R_{th} = R_N = 1.579\, k\Omega$$

$$E_{th} = I_N R_N = (\frac{8}{11}\, mA)(\frac{308}{195}\, k\Omega) = \frac{224}{195}\, V = 1.149\, V$$

Transformando el circuito como se muestra en la Figura 2.3.:

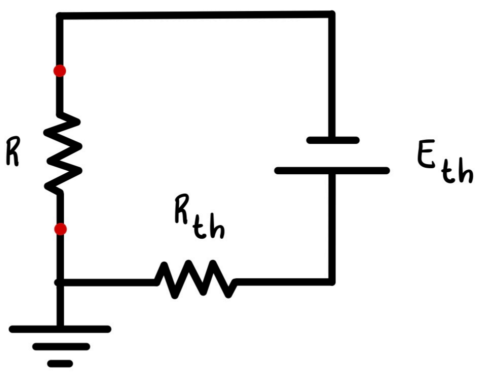

Figura 2.3.

Para el inciso a), basta con saber de antemano que el valor de R para la potencia máxima coincide con la resistencia de Thévenin, por ende:

$$R_{max} = R_{th} = 1.579\, k\Omega$$

Para calcular la potencia máxima del inciso b):

$$P_{max} = \frac{E_{th}^2}{4R_{th}} = \frac{(1.149\, V)^2}{4(1.579\, k\Omega)} = 0.209\, mW$$

3. **Encuentre el voltaje V_{ab} (con polaridad) en la fuente de corriente ideal del siguiente circuito (Figura 3.):**

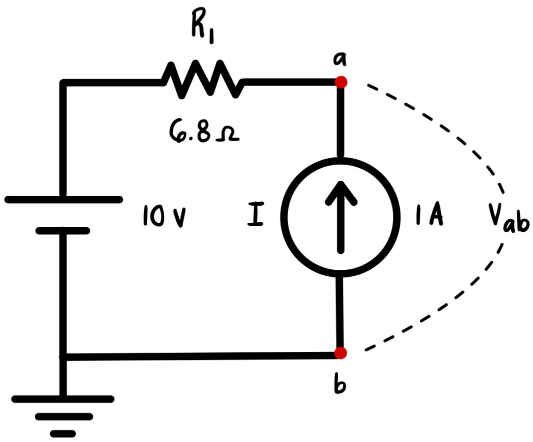

Figura 3. *Circuito del problema 3.*

Notemos que la corriente I está únicamente asociada a R_1 (con dirección hacia la izquierda). Por lo que, usando la segunda ley de Kirchhoff (2LK):

$$V_b + 10\,V + R_1 I = V_a$$

$$V_a - V_b = 10\,V + R_1 I = 10\,V + (6.8\,\Omega)(1\,A) = 16.8\,V$$

$$V_{ab} = 16.8\,V$$

4. **Encontrar los valores de las corrientes que pasan por cada resistencia eléctrica (Figura 4.).**

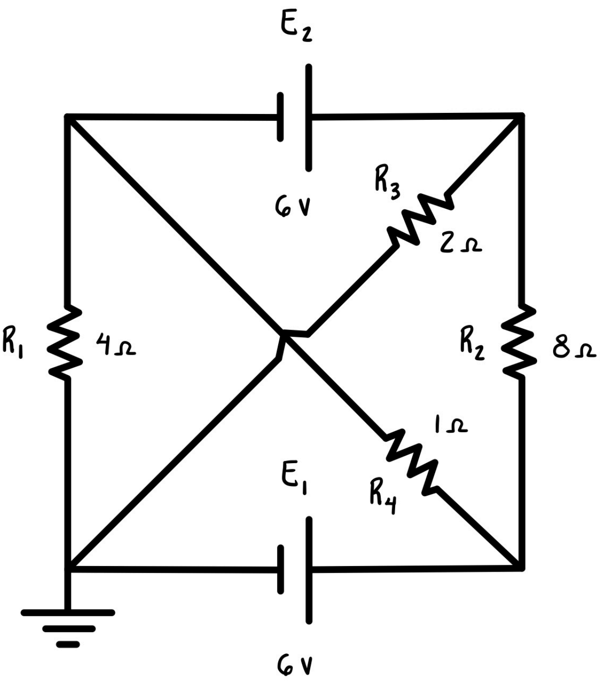

Figura 4. *Circuito del problema 4.*

Para resolver este problema usaremos la primera y segunda ley de Kirchhoff. Para ello, dibujaremos el circuito de la siguiente manera (Figura 4.1.):

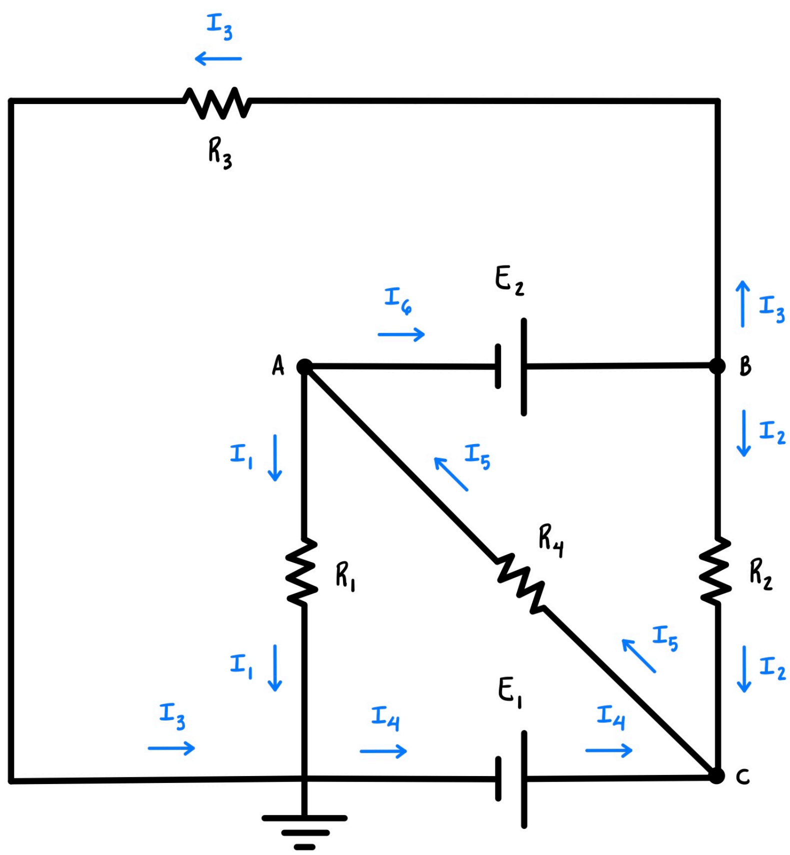

Figura 4.1.

Usando la segunda ley de Kirchhoff (2LK) en la malla que une el nodo tierra con los nodos A y C:

$$E_1 - R_4 I_5 - R_1 I_1 = 0$$

$$6\,V - (1\,\Omega) I_5 - (4\,\Omega) I_1 = 0$$

Usando la 2LK en la malla que une los nodos A, B y C:

$$E_2 - R_2 I_2 - R_4 I_5 = 0$$

$$6\,V - (8\,\Omega) I_2 - (1\,\Omega) I_5 = 0$$

Usando la 2LK en la malla que une el nodo tierra con los nodos A y B:

$$E_2 - R_3 I_3 + R_1 I_1 = 0$$

$$6\,V - (2\,\Omega) I_3 + (4\,\Omega) I_1 = 0$$

Ahora, usando la primera ley de Kirchhoff (1LK) en el nodo A:

$$I_5 - I_1 - I_6 = 0$$

Usando la primera ley de Kirchhoff (1LK) en el nodo B:

$$I_6 - I_3 - I_2 = 0$$

Usando la primera ley de Kirchhoff (1LK) en el nodo C:

$$I_2 + I_4 - I_5 = 0$$

De momento, esta última ecuación la dejaremos de lado. Con las ecuaciones anteriores podemos formar un sistema de 5 ecuaciones con 5 incógnitas, ya que, en ellas no aparece I_4:

$$6 - I_5 - 4I_1 = 0$$

$$6 - 8I_2 - I_5 = 0$$

$$6 - 2I_3 + 4I_1 = 0$$

$$I_5 - I_1 - I_6 = 0$$

$$I_6 - I_3 - I_2 = 0$$

Re-acomodando las ecuaciones:

$$4I_1 + I_5 = 6$$

$$8I_2 + I_5 = 6$$

$$4I_1 - 2I_3 = -6$$

$$I_1 - I_5 + I_6 = 0$$

$$I_2 + I_3 - I_6 = 0$$

De la dos últimas ecuaciones, podemos eliminar I_6 *si las sumamos, de tal forma que:*

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_5 = 0$$

De esta manera, obtenemos un sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas:

$$4I_1 + I_5 = 6$$

$$8I_2 + I_5 = 6$$

$$4I_1 - 2I_3 = -6$$

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_5 = 0$$

Resolviendo el sistema:

$$I_1 = 0.4\,A$$

$$I_2 = 0.2\,A$$

$$I_3 = 3.8\,A$$

$$I_5 = 4.4\,A$$

Para obtener I_4 e I_6:

$$I_2 + I_4 - I_5 = 0$$

$$I_4 = I_5 - I_2 = 4.4\,A - 0.2\,A = 4.2\,A$$

$$I_2 + I_3 - I_6 = 0$$

$$I_6 = I_2 + I_3 = 0.2\,A + 3.8\,A = 4\,A$$

Pero como tal, este problema solicita determinar únicamente I_1, I_2, I_3 e I_5.

5. **Determine la corriente a través de fuente R_s (Figura 5.).**

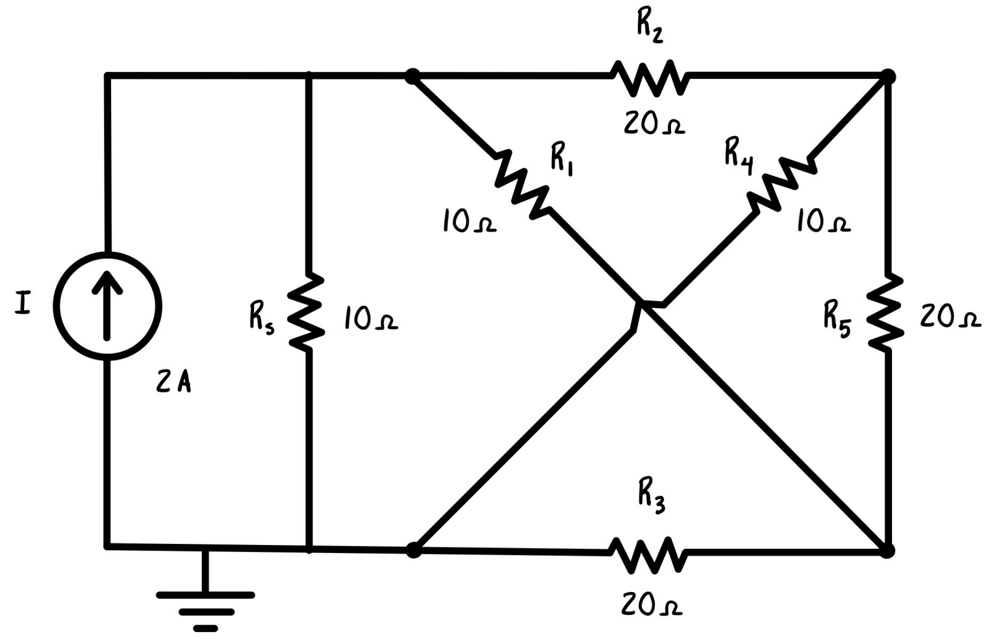

Figura 5. *Circuito del problema 5.*

Para resolver este problema debemos dibujar la dirección de las corrientes en cada resistencia. También debemos identificar algunos nodos, como se muestra en la Figura 5.1.:

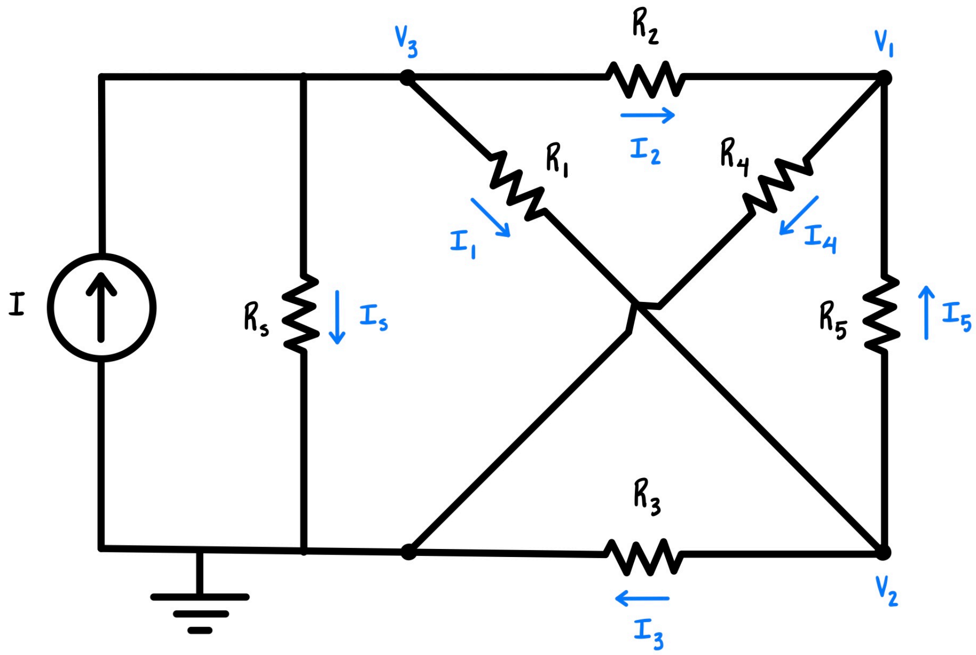

Figura 5.1.

Primero, usaremos la primera ley de Kirchhoff (1LK) en el nodo que se encuentra justo a la izquierda de V_3*:*

$$I = I_s + I_{12}$$

Donde I_{12} *es la corriente que se descompone en* I_1 *e* I_2 *al llegar al nodo* V_3 *como tal. Usando 1LK en el nodo* V_3*:*

$$I_{12} = I_1 + I_2$$

$$I = I_s + I_1 + I_2$$

Ahora, podemos usar la segunda ley de Kirchhoff (2LK) de manera ingeniosa. Para ello, usemos 2LK desde el nodo tierra hasta el nodo V_3*, pasando por* R_s*:*

$$R_s I_s = V_3$$

$$I_s = \frac{V_3}{R_s}$$

Usando 2LK desde el nodo V_3 *hasta el nodo* V_1*, pasando por* R_2*:*

$$V_3 - R_2 I_2 = V_1$$

$$I_2 = \frac{V_3 - V_1}{R_2}$$

Usando 2LK desde el nodo V_3 hasta el nodo V_2, pasando por R_1:

$$V_3 - R_1 I_1 = V_2$$

$$I_1 = \frac{V_3 - V_2}{R_1}$$

Reemplazando I_s, I_1 e I_2:

$$I = \frac{V_3}{R_s} + \frac{V_3 - V_2}{R_1} + \frac{V_3 - V_1}{R_2}$$

Factorizando V_3:

$$I = \frac{V_3}{R_s} + \frac{V_3}{R_1} - \frac{V_2}{R_1} + \frac{V_3}{R_2} - \frac{V_1}{R_2}$$

$$I = \left(\frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) V_3 - \frac{V_2}{R_1} - \frac{V_1}{R_2}$$

Reemplazando datos:

$$2\,A = \left(\frac{1}{10\,\Omega} + \frac{1}{10\,\Omega} + \frac{1}{20\,\Omega} \right) V_3 - \frac{V_2}{10\,\Omega} - \frac{V_1}{20\,\Omega}$$

Ahora, usaremos 1LK en el nodo V_2:

$$I_1 = I_3 + I_5$$

Usando 2LK desde el nodo V_1 hasta el nodo V_2, pasando por R_5:

$$V_1 + R_5 I_5 = V_2$$

$$I_5 = \frac{V_2 - V_1}{R_5}$$

Usando 2LK desde el nodo tierra hasta el nodo V_2, pasando por R_3:

$$R_3 I_3 = V_2$$

$$I_3 = \frac{V_2}{R_3}$$

Reemplazando I_1, I_3 e I_5:

$$\frac{V_3 - V_2}{R_1} = \frac{V_2}{R_3} + \frac{V_2 - V_1}{R_5}$$

Factorizando V_2:

$$\frac{V_2}{R_3} + \frac{V_2 - V_1}{R_5} - \frac{V_3 - V_2}{R_1} = 0$$

$$\frac{V_2}{R_3} + \frac{V_2}{R_5} - \frac{V_1}{R_5} - \frac{V_3}{R_1} + \frac{V_2}{R_1} = 0$$

$$\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_1}\right) V_2 - \frac{V_1}{R_5} - \frac{V_3}{R_1} = 0$$

Reemplazando datos:

$$\left(\frac{1}{20\,\Omega} + \frac{1}{20\,\Omega} + \frac{1}{10\,\Omega}\right) V_2 - \frac{V_1}{20\,\Omega} - \frac{V_3}{10\,\Omega} = 0$$

Ahora, usaremos 1LK en el nodo V_1:

$$I_2 + I_5 = I_4$$

Usando 2LK desde el nodo tierra hasta el nodo V_1, pasando por R_4:

$$R_4 I_4 = V_1$$

$$I_4 = \frac{V_1}{R_4}$$

Reemplazando I_2, I_4 e I_5:

$$\frac{V_3 - V_1}{R_2} + \frac{V_2 - V_1}{R_5} = \frac{V_1}{R_4}$$

Factorizando V_1:

$$\frac{V_1}{R_4} - \frac{V_3 - V_1}{R_2} - \frac{V_2 - V_1}{R_5} = 0$$

$$\frac{V_1}{R_4} - \frac{V_3}{R_2} + \frac{V_1}{R_2} - \frac{V_2}{R_5} + \frac{V_1}{R_5} = 0$$

$$\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_5}\right)V_! - \frac{V_3}{R_2} - \frac{V_2}{R_5} = 0$$

Reemplazando datos:

$$\left(\frac{1}{10\,\Omega}+\frac{1}{20\,\Omega}+\frac{1}{20\,\Omega}\right)V_! - \frac{V_3}{20\,\Omega} - \frac{V_2}{20\,\Omega} = 0$$

De este modo, obtuvimos el siguiente sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas:

$$\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{20}\right)V_3 - \frac{V_2}{10} - \frac{V_1}{20} = 2$$

$$\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{20}+\frac{1}{10}\right)V_2 - \frac{V_1}{20} - \frac{V_3}{10} = 0$$

$$\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{20}+\frac{1}{20}\right)V_1 - \frac{V_3}{20} - \frac{V_2}{20} = 0$$

Reorganizando:

$$-\frac{V_1}{20} - \frac{V_2}{10} + \left(\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{20}\right)V_3 = 2$$

$$-\frac{V_1}{20} + \left(\frac{1}{20}+\frac{1}{20}+\frac{1}{10}\right)V_2 - \frac{V_3}{10} = 0$$

$$\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{20}+\frac{1}{20}\right)V_1 - \frac{V_2}{20} - \frac{V_3}{20} = 0$$

Resolviendo este sistemas de ecuaciones, obtenemos los valores de V_1, V_2 y V_3:

$$V_1 = 4.71\,V$$

$$V_2 = 7.06\,V$$

$$V_3 = 11.76\,V$$

Reemplazando estos resultados en I_s:

$$I_s = \frac{11.76\,V}{10\,\Omega} = 1.17\,A$$

De esta manera también podemos obtener el resto de corrientes para comprobar los resultados, pero no es necesario.