Tercer Examen Parcial
Electrónica

Agosto 2023

1. **Determine el circuito equivalente de Thévenin para la red externa al resistor de carga R_I (Figura 1.).**

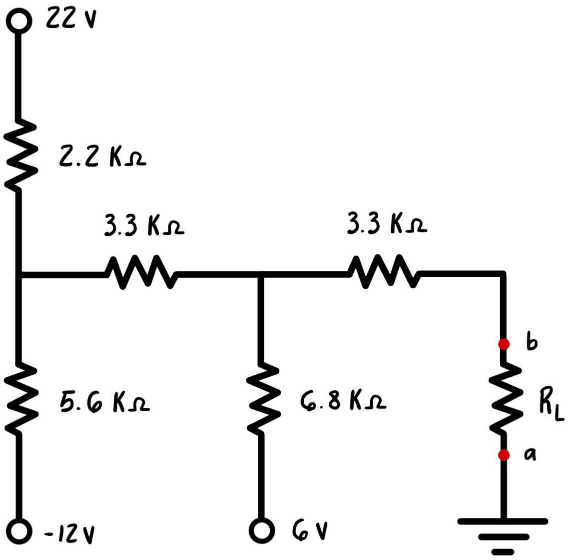

Figura 1. *Circuito del problema 1.*

En primer lugar, dibujemos el circuito de la siguiente manera (Figura 1.1.):

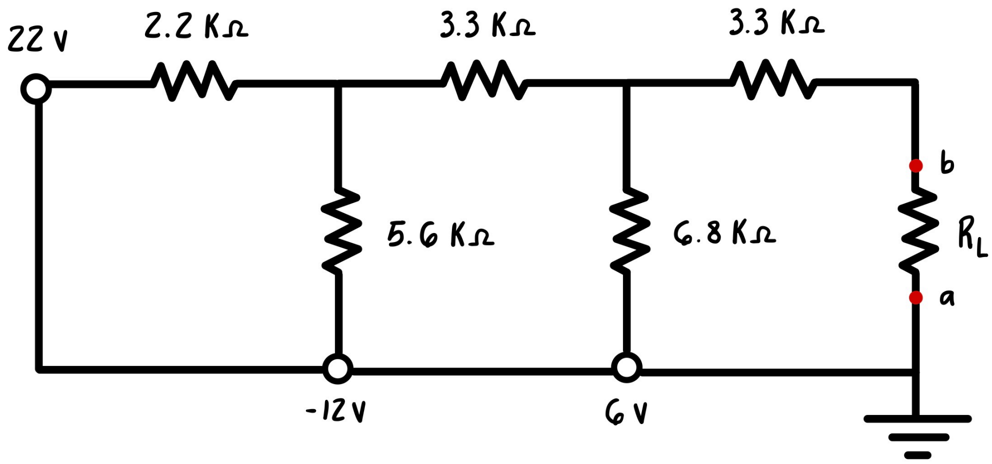

Figura 1.1.

Ahora, podemos quitar las fuentes de voltaje y la resistencia R_L de la Figura 1.1., transformando el circuito:

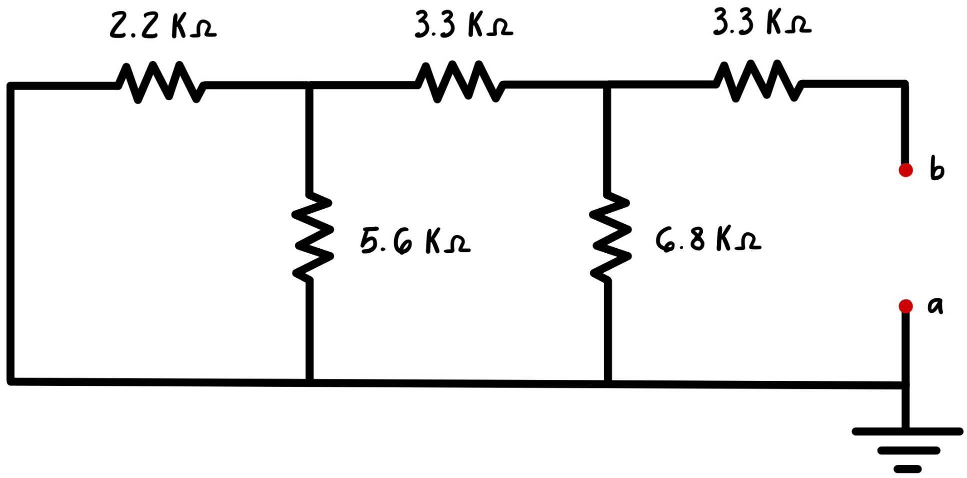

Figura 1.2.

De la Figura 1.2. se puede observar que las resistencias $2.2\,k\Omega$ *y* $5.6\,k\Omega$ *se encuentran en paralelo:*

$$R_1 = \left(\frac{1}{2.2\,k\Omega} + \frac{1}{5.6\,k\Omega}\right)^{-1} = 1.579\,k\Omega$$

A su vez, R_1 *se encuentra en serie con la resistencia* $3.3\,k\Omega$*:*

$$R_2 = 1.579\,k\Omega + 3.3\,k\Omega = 4.879\,k\Omega$$

A su vez, R_2 *se encuentra en paralelo con la resistencia* $6.8\,k\Omega$*:*

$$R_3 = \left(\frac{1}{4.879\,k\Omega} + \frac{1}{6.8\,k\Omega}\right)^{-1} = 2.841\,k\Omega$$

Y a su vez, R_3 se encuentra en serie con la resistencia $3.3\,k\Omega$:

$$R_{th} = 2.841\,k\Omega + 3.3\,k\Omega = 6.141\,k\Omega$$

Ahora, volvamos a incluir las fuentes de voltaje a la Figura 1.2., de tal manera que:

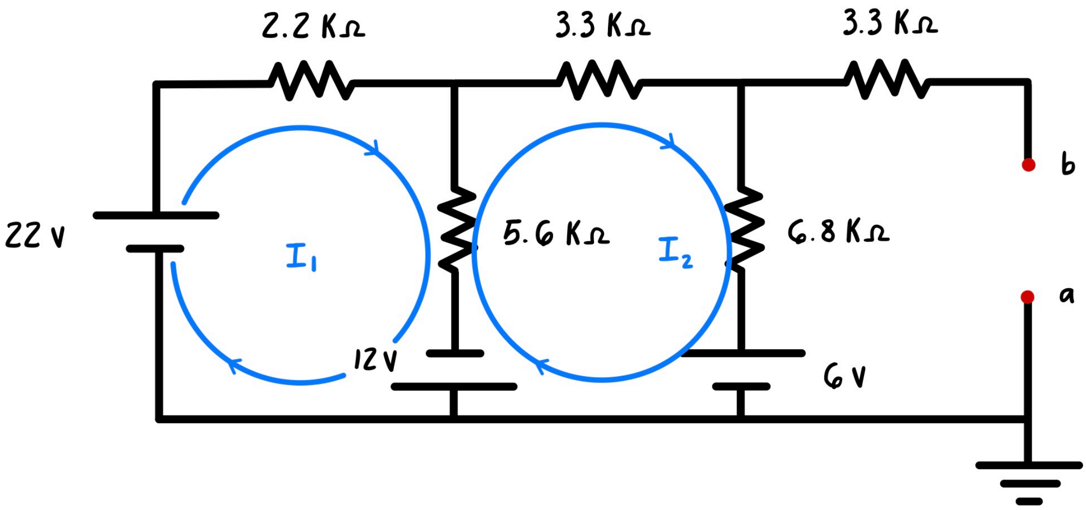

Figura 1.3.

Utilizaremos el método de mallas con los dos loops que se muestran en la Figura 1.3.:

$$22\,V - (2.2\,k\Omega + 5.6\,k\Omega)I_1 + (5.6\,k\Omega)I_2 + 12\,V = 0$$

$$-12\,V - (5.6\,k\Omega + 3.3\,k\Omega + 6.8\,k\Omega)I_2 + (5.6\,k\Omega)I_1 - 6\,V = 0$$

Simplificando y reorganizando:

$$-(7.8\,k\Omega)I_1 + (5.6\,k\Omega)I_2 = -36\,V$$

$$(5.6\,k\Omega)I_1 - (15.7\,k\Omega)I_2 = 18\,V$$

Es decir, tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, que al resolverse:

$$I_1 = 4.753\,mA$$

$$I_2 = 0.549\,mA$$

Ahora, podemos la segunda ley de Kirchhoff (2LK) desde el nodo a hasta el nodo b de la Figura 1.3.:

$$V_a + 6\,V + (6.8\,k\Omega)I_2 = V_b$$

$$V_b - V_a = 6\,V + (6.8\,k\Omega)I_2 = 6\,V + (6.8\,k\Omega)(0.549\,mA) = 9.733\,V$$

$$V_{ba} = E_{th} = 9.733\,V$$

De esta manera, podemos dibujar el circuito equivalente de Thévenin en la Figura 1.4.:

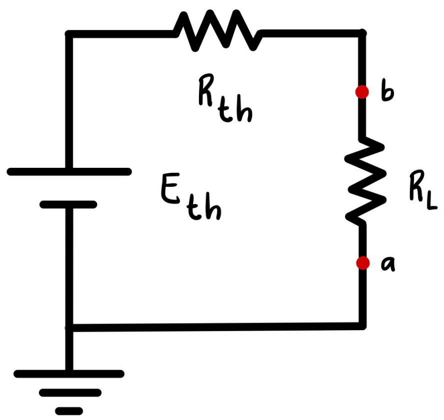

Figura 1.4.

2. **Determine el valor de la corriente I (Figura 2.).**

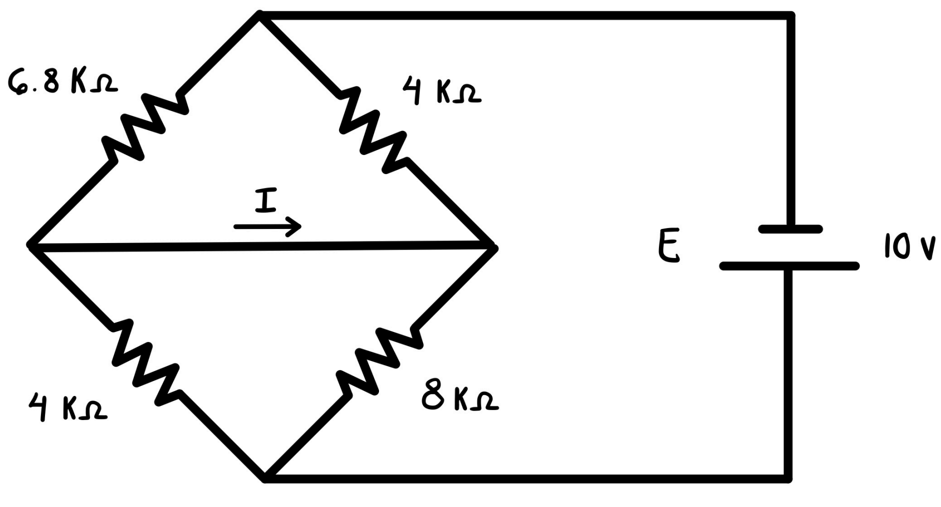

Figura 2. *Circuito del problema 2.*

En primer lugar, podemos establecer 3 loops para usar el método de mallas:

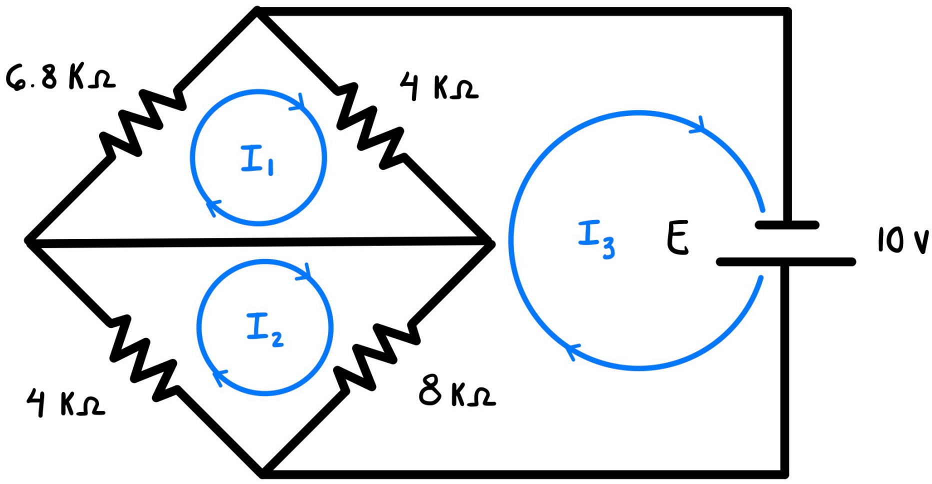

Figura 2.1.

Usando el método de mallas obtenemos lo siguiente:

$$-(6.8\,k\Omega + 4\,k\Omega)I_1 + (4\,k\Omega)I_3 = 0$$

$$-(8\,k\Omega + 4\,k\Omega)I_2 + (8\,k\Omega)I_3 = 0$$

$$-(4\,k\Omega + 8\,k\Omega)I_3 + (8\,k\Omega)I_2 + (4\,k\Omega)I_1 + 10\,V = 0$$

Simplificando y reorganizando:

$$-(10.8\,k\Omega)I_1 + (4\,k\Omega)I_3 = 0$$

$$-(12\,k\Omega)I_2 + (8\,k\Omega)I_3 = 0$$

$$(4\,k\Omega)I_1 + (8\,k\Omega)I_2 - (12\,k\Omega)I_3 = -10\,V$$

De este modo, obtenemos un sistema de 3 ecuaciones con tres incógnitas, que puede resolverse:

$$I_1 = \frac{5}{7}\,mA = 0.714\,mA$$

$$I_2 = \frac{9}{7}\,mA = 1.286\,mA$$

$$I_3 = \frac{27}{14}\, mA = 1.929\, mA$$

Ahora dibujemos las corrientes de cada resistencia en la Figura 2.:

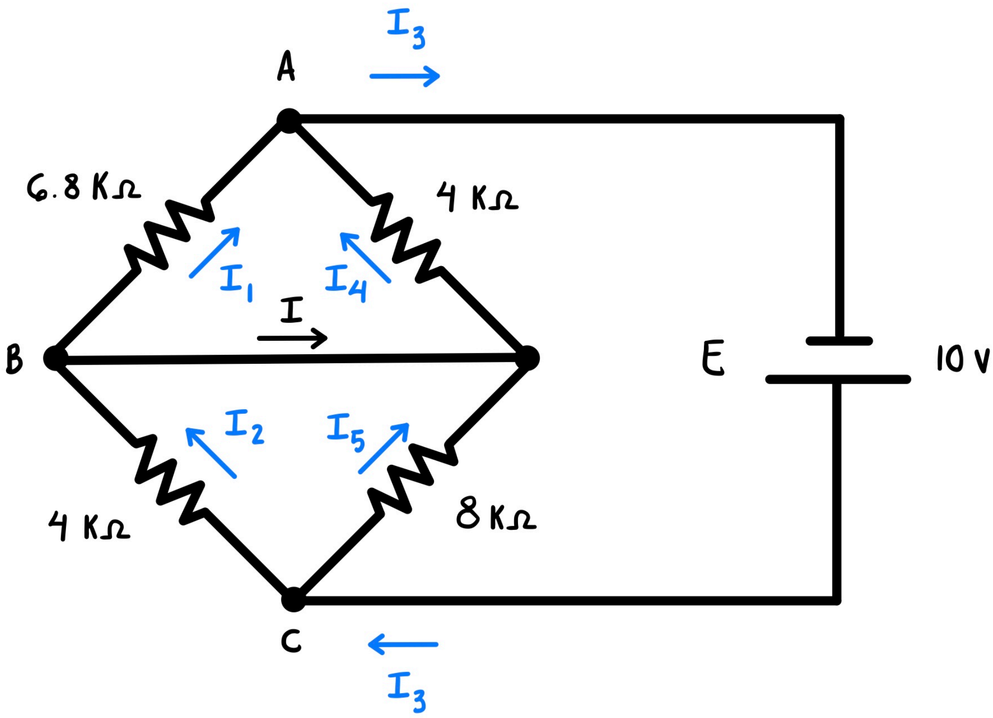

Figura 2.2.

De la Figura 2.2. podemos usar la primera ley de Kirchhoff (1LK) en el nodo B:

$$I_2 = I_1 + I$$

Despejando I:

$$I = I_2 - I_1 = \frac{9}{7}\, mA - \frac{5}{7}\, mA = \frac{4}{7}\, mA = 0.571\, mA$$

3. **Escriba las expresiones matemáticas para el voltaje v_c y la corriente i_c cuando el interruptor se cierra (Figura 3.):**

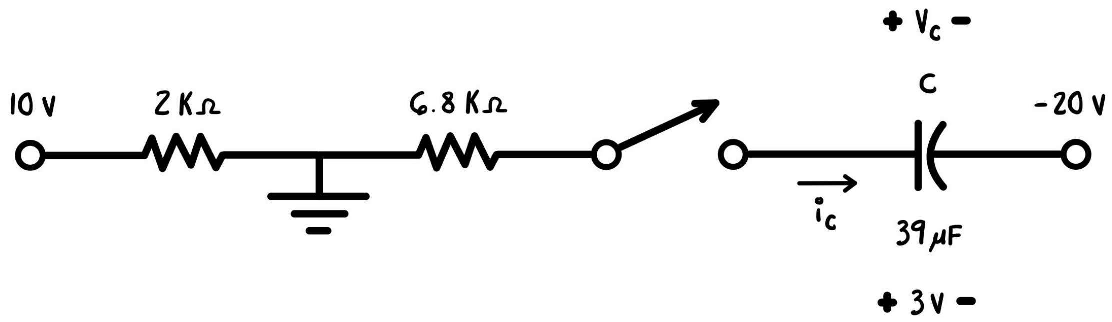

Figura 3. *Circuito del problema 3.*

En primer lugar, dibujemos el circuito de la siguiente manera (Figura 3.1):

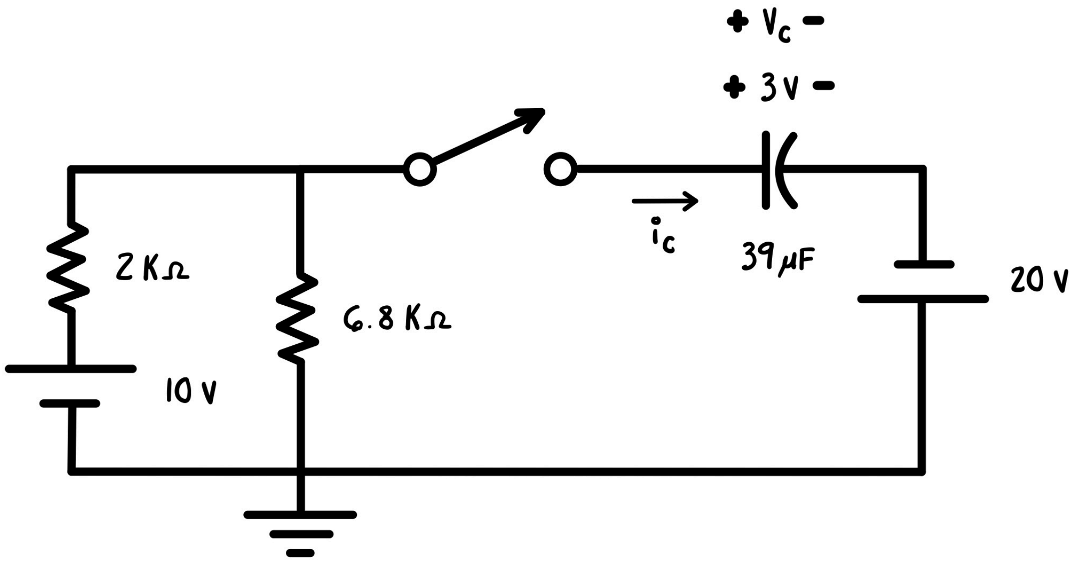

Figura 3.1.

Notemos que en la Figura 3.1. el interruptor se encuentra en la malla derecha, por lo que, la malla izquierda no afecta en lo absoluto. Por lo que, podemos reducir el circuito:

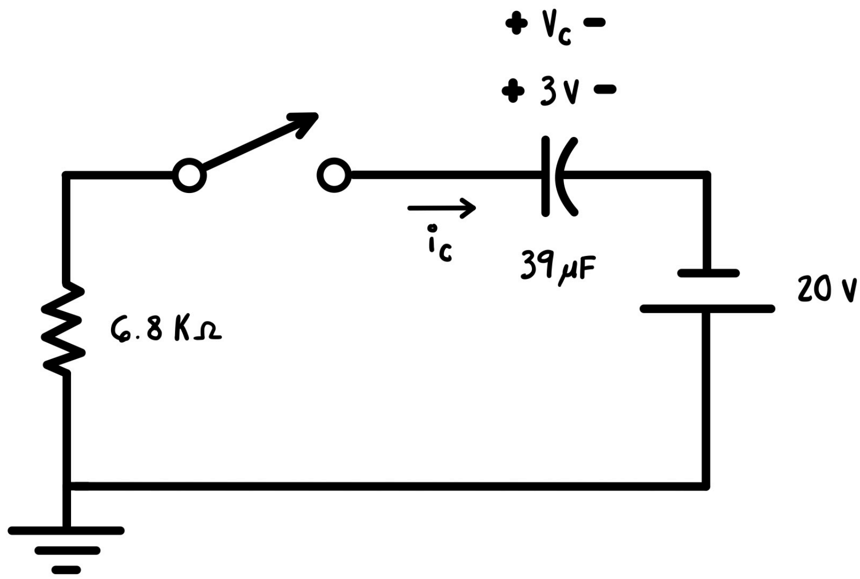

Figura 3.2.

Con el circuito de la Figura 3.2. podemos determinar lo siguiente:

$$\tau = (6.8\,k\Omega)(39\,\mu F) = 265.2\,ms$$

$$v_c = 20\,V + (3\,V - 20\,V)\exp\left(-\frac{t}{265.2\,ms}\right)$$

$$v_c = 20\,V - (17\,V)\exp\left(-\frac{t}{265.2\,ms}\right)$$

Para encontrar i_c:

$$V_R = 20\,V - v_c(0) = 20\,V - (20\,V - 17\,V) = 17\,V$$

$$i_c = (\frac{17\,V}{6.8\,k\Omega})\exp\left(-\frac{t}{265.2\,ms}\right) = (2.5\,mA)\exp\left(-\frac{t}{265.2\,ms}\right)$$

4. **Resuelva los siguientes incisos (Figura 4.):**
   a) **Determine la constante de tiempo del circuito cuando el interruptor se coloca en la posición 1.**
   b) **Encuentre la expresión matemática para el voltaje en el capacitor después de que el interruptor se coloca en la posición 1.**
   c) **Determine la expresión matemática para la corriente posterior al cierre del interruptor (posición 1).**

d) **Determine el voltaje v_c y la corriente i_c cuando el interruptor se coloca en la posición 2 en $t = 100\, ms$.**

e) **Determine las expresiones matemáticas para el voltaje v_c y la corriente i_c cuando el interruptor se coloca en la posición 3 en $t = 200\, ms$.**

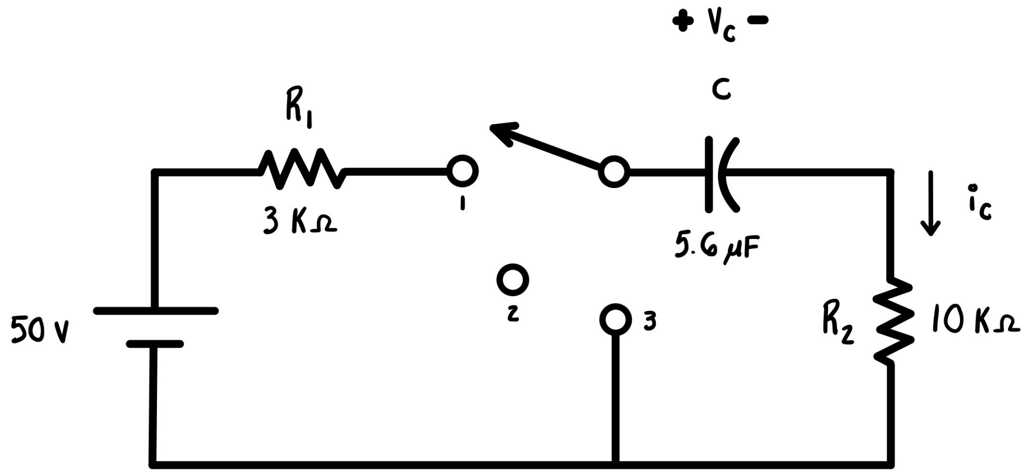

Figura 4. *Circuito del problema 4.*

Para el inciso a):

$$\tau_1 = (R_1 + R_2)C = (3\, k\Omega + 10\, k\Omega)(5.6\, \mu F) = 72.8\, ms$$

Para el inciso b):

$$v_c = (50\, V)\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right)\right] = (50\, V)\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{72.8\, ms}\right)\right]$$

Para el inciso c):

$$i_c = (\frac{50\, V}{3\, k\Omega + 10\, k\Omega}) \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) = (3.846\, mA) \exp\left(-\frac{t}{72.8\, ms}\right)$$

Para el inciso d):

$$v_c(t = 100\, ms) = (50\, V)\left[1 - \exp\left(-\frac{100\, ms}{72.8\, ms}\right)\right] = 37.341\, V$$

$$i_c(t = 100\, ms - 0) = (3.846\, mA) \exp\left(-\frac{100\, ms}{72.8\, ms}\right) = 0.934\, mA$$

$$i_c(t = 100\, ms + 0) = 0\, A$$

Donde $t = 100\,ms + 0$ *es el tiempo justo cuando el interruptor se mueve a la posición 2, y* $t = 100\,ms - 0$ *el tiempo justo antes de que el interruptor se mueva de la posición 1. Para el inciso e), debemos usar los resultados obtenidos en el inciso anterior:*

$$\tau_2 = R_2 C = (10\,k\Omega)(5.6\,\mu F) = 56\,ms$$

$$v_c = (37.341\,V)\exp\left(-\frac{t - 200\,ms}{\tau_2}\right) = (37.341\,V)\exp\left(-\frac{t - 200\,ms}{56\,ms}\right)$$

$$i_c = (\frac{37.341\,V}{10\,k\Omega})\exp\left(-\frac{t - 200\,ms}{\tau_2}\right) = (3.734\,mA)\exp\left(-\frac{t - 200\,ms}{56\,ms}\right)$$

Como i_c *cambia de dirección:*

$$i_c = -(3.734\,mA)\exp\left(-\frac{t - 200\,ms}{56\,ms}\right)$$

5. **Determine el voltaje y la carga en cada capacitor (Figura 5.).**

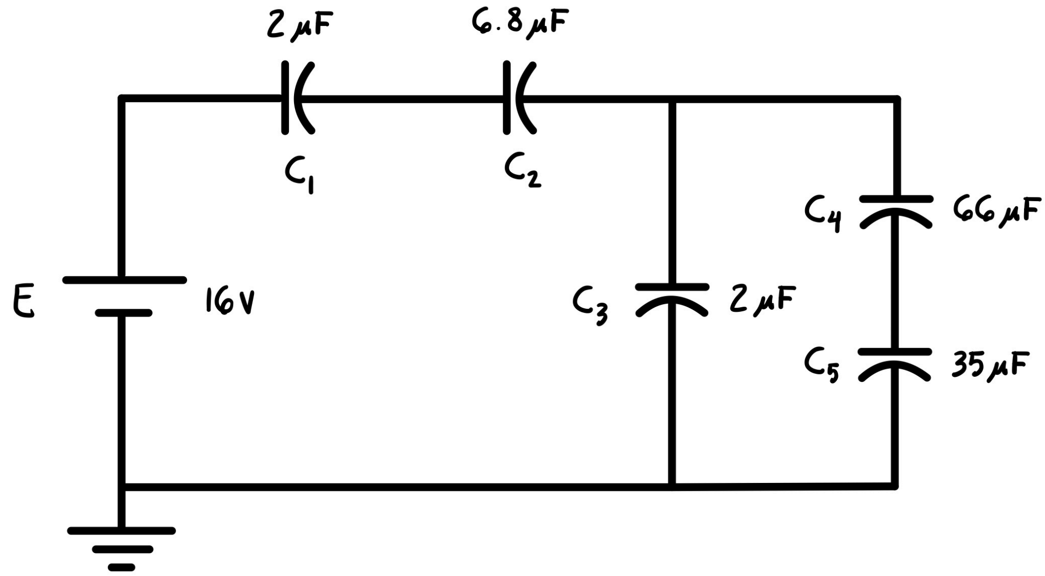

Figura 5. *Circuito del problema 5.*

Para resolver este problema debemos identificar los capacitores que se encuentran en serie o en paralelo. En primer lugar, notemos que C_4 *y* C_5 *se encuentran en serie:*

$$C_{45} = \left(\frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{66\,\mu F} + \frac{1}{35\,\mu F}\right)^{-1} = 22.871\,\mu F$$

A su vez, C_{45} *y* C_3 *se encuentran en paralelo:*

$$C_{345} = C_3 + C_{45} = 2\,\mu F + 22.871\,\mu F = 24.871\,\mu F$$

Y a su vez, C_1, C_2 y C_{345} se encuentran en serie:

$$C_{12345} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_{345}}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2\,\mu F} + \frac{1}{6.8\,\mu F} + \frac{1}{24.871\,\mu F}\right)^{-1} = 1.455\,\mu F$$

$$C_t = 1.455\,\mu F$$

Con esto, podemos determinar q_t:

$$q_t = C_t E = (1.455\,\mu F)(16\,V) = 23.28\,\mu C$$

Ahora debemos usar la propiedad que comparten los capacitores en serie, la cual establece que la carga asociada a cada capacitor es la misma, Por lo que:

$$q_t = q_1 = q_2 = q_{345} = 23.28\,\mu C$$

Por ende:

$$V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{23.28\,\mu C}{2\,\mu F} = 11.64\,V$$

$$V_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{23.28\,\mu C}{6.8\,\mu F} = 3.424\,V$$

$$V_{345} = \frac{q_{345}}{C_{345}} = \frac{23.28\,\mu C}{24.871\,\mu F} = 0.936\,V$$

Ahora debemos usar la propiedad que comparten los capacitores en paralelo, la cual establece que el voltaje asociado a cada capacitor es el misma, Por lo que:

$$V_{345} = V_3 = V_{45} = 0.936\,V$$

Por ende:

$$q_3 = C_3 V_3 = (2\,\mu F)(0.936\,V) = 1.872\,\mu C$$

$$q_{45} = C_{45} V_{45} = (22.871\,\mu F)(0.936\,V) = 21.407\,\mu C$$

Como C_4 y C_5 se encontraban en serie:

$$q_{45} = q_4 = q_5 = 21.407\,\mu C$$

De este modo:

$$V_4 = \frac{q_4}{C_4} = \frac{21.407\,\mu C}{66\,\mu F} = 0.324\,V$$

$$V_5 = \frac{q_5}{C_5} = \frac{21.407\,\mu C}{35\,\mu F} = 0.612\,V$$