# Tercer Examen Parcial
# Física General III

Agosto 2023

1. **Una carga puntual $q = 2\,\mu C$ se encuentra a una distancia $d = 20\,cm$ de una lámina infinita uniformemente cargada con una densidad de carga superficial de $20\,\mu C/m^2$. ¿Cuál es la fuerza que ejerce la carga puntual?**

   *Sabemos que el campo eléctrico generado por una lámina es el siguiente:*

   $$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

   *Además, para una carga eléctrica se cumple que $F = qE$, por lo que:*

   $$F = q\frac{\sigma}{2\epsilon_0} = (2 \times 10^{-6}\,C)\frac{(20 \times 10^{-6}\,\frac{C}{m^2})}{(2)(8.854 \times 10^{-12}\,\frac{C^2}{Nm^2})} = 2.26\,N$$

2. **Si un alambre de cobre $(17\,nm\cdot\Omega)$ con una longitud de $20\,m$ tiene una resistencia de $0.4\,\Omega$ ¿Cuál es su diámetro?**

   *La resistencia de un alambre se calcula con:*

   $$R = \frac{\rho L}{A}$$

   *Como el área transversal del alambre es $A = \pi r^2$:*

   $$R = \frac{\rho L}{\pi r^2}$$

   *Despejando $r$:*

   $$r = \sqrt{\frac{\rho L}{\pi R}}$$

*Pero el diámetro es $d = 2r$, por lo que:*

$$d = 2\sqrt{\frac{\rho L}{\pi R}} = 2\sqrt{\frac{(7\times 10^{-9}\, m\cdot\Omega)(20\, m)}{\pi(0.4\,\Omega)}} = 1.04\times 10^{-3}\, m = 1.04\, mm$$

3. **Dados tres resistores de $4\,\Omega$, especificados para $20\,W$. ¿Cuál es la máxima diferencia de potencial que se les puede aplicar si están conectados en paralelo?**

   *Como las tres resistencias se encuentran en paralelo, la resistencia equivalente debe ser:*

$$R_{eq} = \left(\frac{1}{4\,\Omega} + \frac{1}{4\,\Omega} + \frac{1}{4\,\Omega}\right)^{-1} = \frac{4}{3}\,\Omega$$

   *Ahora, sabemos que para determinar la potencia de un circuito se usa la siguiente expresión:*

$$P = VI = V\left(\frac{V}{R_{eq}}\right) = \frac{V^2}{R_{eq}}$$

   *Despejando $V$:*

$$V = \sqrt{PR_{eq}} = \sqrt{(20\,W)(\frac{4}{3}\,\Omega)} = 5.16\,V$$

4. **Las bobinas de Helmhotltz son dos grandes bobinas circulares de radio $R$, con $N$ vueltas, enrolladas compactamente y separadas una distancia $R$ la una de la otra. Halle el campo magnético a lo largo de la línea que une los los centros de las bobinas.**

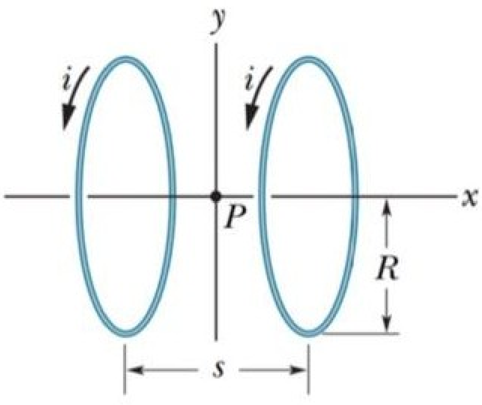


***Figura 1.*** *Bobinas de Helmholtz con $s = R$.*

*El punto $P$ se encuentra a la mitad entre las dos bobinas. Primero, estableceremos un punto $A$ que se encuentre a una distancia $x$ a la derecha de $P$. La distancia desde la bobina derecha hasta $A$ debe ser:*

$$d_2 = \frac{R}{2} - z$$

*Mientras que, la distancia dese la bobina izquierda hasta A debe ser:*

$$d_1 = \frac{R}{2} + z$$

*Estas distancias son importantes, ya que, los campos magnéticos dependen de ellas. Para cada bobina, considerando que tienen una espira:*

$$B_j = \frac{\mu_0 i}{2\left(d_j^2 + R^2\right)^{3/2}} R^2$$

*Ahora, usaremos la regla de la mano derecha para determinar la dirección de cada campo magnético sobre el punto A. Para la bobina izquierda, el flujo de i es en sentido antihorario, lo cual implica que su dirección está en +x. Lo mismo ocurre con la bobina derecha. Entonces, el campo magnético total debe ser:*

$$B_T = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 i}{2\left(d_1^2 + R^2\right)^{3/2}} R^2 + \frac{\mu_0 i}{2\left(d_2^2 + R^2\right)^{3/2}} R^2$$

$$B_T = \frac{\mu_0 i R^2}{2} \left[\frac{1}{\left(d_1^2 + R^2\right)^{3/2}} + \frac{1}{\left(d_2^2 + R^2\right)^{3/2}}\right]$$

$$B_T = \frac{\mu_0 i R^2}{2} \left\{\frac{1}{\left[\left(\frac{R}{2} + z\right)^2 + R^2\right]^{3/2}} + \frac{1}{\left[\left(\frac{R}{2} - z\right)^2 + R^2\right]^{3/2}}\right\}$$

*Reacomodando términos:*

$$B_T = \frac{\mu_0 i R^2}{2} \left\{\frac{1}{R^3\left[\left(\frac{1}{2} + \frac{z}{R}\right)^2 + 1\right]^{3/2}} + \frac{1}{R^3\left[\left(\frac{1}{2} - \frac{z}{R}\right)^2 + 1\right]^{3/2}}\right\}$$

$$B_T = \frac{\mu_0 i}{2R} \left\{\frac{1}{\left[\left(\frac{1}{2} + \frac{z}{R}\right)^2 + 1\right]^{3/2}} + \frac{1}{\left[\left(\frac{1}{2} - \frac{z}{R}\right)^2 + 1\right]^{3/2}}\right\}$$

*Ahora, si consideramos N espiras:*

$$B_T = \frac{\mu_0 N i}{2R} \left\{\frac{1}{\left[\left(\frac{1}{2} + \frac{z}{R}\right)^2 + 1\right]^{3/2}} + \frac{1}{\left[\left(\frac{1}{2} - \frac{z}{R}\right)^2 + 1\right]^{3/2}}\right\}$$

*Como tal:*

$$\vec{B}_T = \frac{\mu_0 N i}{2R}\left\{\frac{1}{\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{z}{R}\right)^2+1\right]^{3/2}}+\frac{1}{\left[\left(\frac{1}{2}-\frac{z}{R}\right)^2+1\right]^{3/2}}\right\}\hat{i}$$

*Aunque, también podemos expresarlo en términos de $d_1$, observando que $d_1 + d_2 = R$:*

$$B_T = \frac{\mu_0 i R^2}{2}\left\{\frac{1}{(d_1^2+R^2)^{3/2}}+\frac{1}{\left[(R-d_1)^2+R^2\right]^{3/2}}\right\}$$

$$B_T = \frac{\mu_0 i R^2}{2}\left[\frac{1}{(d_1^2+R^2)^{3/2}}+\frac{1}{(2R^2+d_1^2-2d_1R)^{3/2}}\right]$$

*Considerando $N$ espiras:*

$$B_T = \frac{\mu_0 N i R^2}{2}\left[\frac{1}{(d_1^2+R^2)^{3/2}}+\frac{1}{(2R^2+d_1^2-2d_1R)^{3/2}}\right]$$

$$\vec{B}_T = \frac{\mu_0 N i R^2}{2}\left[\frac{1}{(d_1^2+R^2)^{3/2}}+\frac{1}{(2R^2+d_1^2-2d_1R)^{3/2}}\right]\hat{i}$$

5. **Una barra de metal se mueve a $2\,cm/s$ sobre un riel de metal en forma de U, rectangular con ancho $L = 5\,cm$ y largo $x(t)$. En $t = 0$, $x = 5\,cm$ y el campo externo es $0.2\,T$ hacia afuera de la página, sin embargo al moverse la barra, el campo aumenta a razón de $0.1\,T/s$. Halle la fem inducida.**

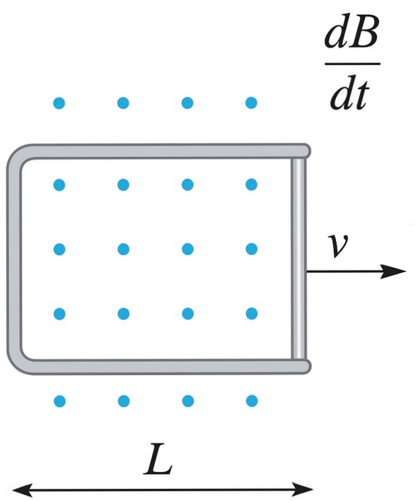


***Figura 2.*** *Barra metálica en un campo magnético $B(t)$.*

*EL flujo magnético se determina con la siguiente expresión:*

$$\phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

*Como el área es rectangular:*

$$\phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

*El vector de campo magnético apunta hacia afuera de la hoja, al igual que el vector normal al área A, por lo que:*

$$\phi_B = BA$$

*Para determinar la fem inducida:*

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(BA) = -B\frac{dA}{dt} - A\frac{dB}{dt}$$

*Dado que* $A = Lx(t)$*:*

$$\varepsilon = -BL\frac{dx}{dt} - Lx\frac{dB}{dt} = -L\left(B\frac{dx}{dt} + x\frac{dB}{dt}\right)$$

*Ahora debemos encontrar* $x(t)$ *y* $B(t)$*. El problema nos da los siguientes datos:*

$$v = \frac{dx}{dt} = 2\,\frac{cm}{s} = 0.02\,\frac{m}{s}$$

$$x(0) = 5\,cm = 0.05\,m$$

$$\frac{dB}{dt} = 0.1\,\frac{T}{s}$$

$$B(0) = 0.2\,T$$

*De esta manera:*

$$x(t) = \frac{dx}{dt}t + x(0) = \left(0.02\,\frac{m}{s}\right)t + 0.05\,m$$

$$B(t) = \frac{dB}{dt}t + B(0) = \left(0.1\,\frac{T}{s}\right)t + 0.2\,T$$

*Reemplazando esto en la expresión para la fem:*

$$\varepsilon = -\left(0.05\,m\right)\left\{\left[\left(0.1\,\frac{T}{s}\right)t + 0.2\,T\right]\left(0.02\,\frac{m}{s}\right) + \left[\left(0.02\,\frac{m}{s}\right)t + 0.05\,m\right]\left(0.1\,\frac{T}{s}\right)\right\}$$

*Pero, lo más razonable es calcular la fem cuando* $t = 0$*:*

$$\varepsilon(0) = -\left(0.05\,m\right)\left[\left(0.2\,T\right)\left(0.02\,\frac{m}{s}\right) + \left(0.05\,m\right)\left(0.1\,\frac{T}{s}\right)\right] = -4.5\times 10^{-4}\,V = -0.45\,mV$$