

Electromagnetismo

Examen de ingreso al Doctorado en Ciencias Básicas
Orientación en Física

Junio 2022

Nombre del Alumno: _____

Primera parte: Resuelva los siguientes problemas.

1. Una distribución de corriente localizada con simetría cilíndrica, es tal que la corriente fluye solo en la dirección azimutal; por lo que la densidad de corriente es una función solo de r y ϕ : $\mathbf{J} = J(r, \theta)\hat{\phi}$. La distribución es “hueca” en el sentido de que hay una región libre de corriente cerca del origen, así como fuera.

(a) Demuestre que el campo magnético puede derivarse de la componente azimutal del potencial vectorial, con una expansión multipolar

$$A_\phi(r, \theta) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \sum_l m_l r^l P_l^1(\cos\theta)$$

en el interior y

$$A_\phi(r, \theta) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \sum_l \mu_l r^{-l-1} P_l^1(\cos\theta)$$

en el exterior.

(b) Muestre que los momentos multipolares internos y externos son:

$$m_l = -\frac{1}{l(l+1)} \int d^3x r^{-l-1} P_l^1(\cos\theta) J(r, \theta)$$
$$\mu_l = -\frac{1}{l(l+1)} \int d^3x r^l P_l^1(\cos\theta) J(r, \theta)$$

respectivamente.

2. Una cascarón cilíndrico recto y muy largo de constante dieléctrica ϵ y radios a y b interior y exterior, respectivamente, se coloca en un campo eléctrico uniforme \mathbf{E}_0 con su eje perpendicular al campo. Considere que el medio dentro y fuera del cilindro tiene una constante dieléctrica de uno.

(a) Determine el potencial y el campo eléctrico en las tres regiones $r < a$, $a < r < b$ y $b < r$.

3. Determine el trabajo requerido para colocar una carga puntual q a una distancia d desde el centro de una superficie esférica de radio R , sobre la que existe una densidad de carga superficial $\sigma = k \cos^3 \theta$, donde k es una constante. Considere los casos para $d < R$ y $d > R$.

Segunda parte: Conteste claramente las siguientes preguntas y realice sus desarrollos completos.

1. a) Escriba las ecuaciones de Maxwell en su forma integral y diferencial, y describa ampliamente la interpretación física de cada una de ellas.
b) Obtenga las ecuaciones de Maxwell utilizando los potenciales $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ y $V(\mathbf{r},t)$ y explique cuál es la ventaja de ser expresadas en términos de estos potenciales.
2. Deduzca las condiciones de frontera para los campos \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{D} y \mathbf{H} en la interfaz entre dos medios.
3. Deduzca el teorema de Poynting y describa el significado físico de cada término.
4. Demuestre que los potenciales retardados satisfacen la condición de norma de Lorentz.