

# Mecánica Clásica

Examen de ingreso al Doctorado en Ciencias Básicas  
Orientación en Física

Junio 2022

Nombre del alumno: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Resuelva los dos problemas conceptuales y dos de los problemas prácticos. El tiempo para realizar el examen es de 2 horas. Cada ejercicio vale 1 punto. La resolución es individual, sin utilizar bibliografía, y el comité revisor podrá cuestionar al aspirante sobre los métodos de solución y los argumentos utilizados.

## Problemas conceptuales

1. Sean  $\{q_i, p^i\}$  las coordenadas sobre la trayectoria de un sistema en el espacio fase al tiempo  $t$ , y sean  $\{Q_i, P^i\}$  las coordenadas del mismo sistema al tiempo  $t + \Delta t$ , para  $\Delta t$  infinitesimal. Encuentre la función generadora de una transformación canónica entre  $\{q_i, p^i\}$  y  $\{Q_i, P^i\}$ .
2. Discuta la noción de simetrías en mecánica clásica. Como ejemplos, considere simetrías bajo rotaciones y bajo translaciones temporales.

## Problemas prácticos

3. Encuentre el Hamiltoniano de un sistema de dos átomos de un gas inerte, cada uno de masa  $m$ , con un potencial de interacción dado por

$$V(r) = -\frac{2A}{r^6} + \frac{B}{r^{12}}, \quad (1)$$

donde  $A, B > 0$ , y  $r = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$ . Describa el estado (o los estados) de mínima energía a nivel clásico. Si la energía es un poco mayor que la mínima, ¿cuáles son las posibles frecuencias de oscilación del sistema?

4. Dos masas iguales se mueven en un plano libre de fricción. Las masas se encuentran conectadas con un resorte de constante  $k$  y además una de ellas está conectada con una pared mediante otro resorte de la misma constante. Si el movimiento está restringido a ser sobre la línea recta que une a las dos masas, encuentre las ecuaciones de movimiento, las frecuencias normales, las razones de amplitud de las vibraciones normales y la solución general.

5. Muestre que la transformación

$$Q = p + i\omega q, \quad P = \frac{p - i\omega q}{2i\omega},$$

donde  $\omega$  es una constante, es canónica. Use esta transformación para resolver el oscilador armónico de masa unitaria  $m = 1$  y frecuencia natural  $\omega$ .