

Mecánica Cuántica

Examen de ingreso al Doctorado en Ciencias Básicas
Orientación en Física

Junio 2022

Nombre del alumno: _____

Instrucciones: Responda de forma concisa cada una de las preguntas y resuelva de forma clara los ejercicios. El tiempo para realizar el examen es de 2 horas. Cada ejercicio vale 1 punto. La resolución es individual, sin utilizar bibliografía, y el comité revisor podrá cuestionar al aspirante sobre los métodos de solución y los argumentos utilizados.

Problemas conceptuales

1. Responda claramente cada inciso.
 - a) Escriba los postulados de la mecánica cuántica y comente ampliamente las implicaciones físicas de cada uno de ellos.
 - b) Defina el concepto de espacio de estados, y las propiedades que debe tener un conjunto de funciones para que pueda ser considerado una base del espacio de estados.
 - c) Defina el concepto de operador y de operador Hermítico. Demuestre que los eigenvalores de un operador Hermítico son reales.
 - d) Defina el concepto de observable y de conjunto completo de observables que conmutan. Dé al menos un ejemplo de cada concepto.

2. Explique claramente que significa la siguiente ecuación:

$$\langle \psi | H | \psi \rangle \geq E_{gs}.$$

- a) ¿Cómo se conoce a este método y por qué es tan importante?
- b) ¿Qué tan importantes son las funciones de prueba y por qué?

Problemas prácticos

3. Resuelva la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo para el pozo infinito “centrado”:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & -a < x < a, \\ \infty, & \text{de otra forma,} \end{cases}$$

aplicando las condiciones a la frontera adecuadas. Esbozar la función de onda normalizada del estado base y de los dos primeros estados excitados. Calcular $\langle x \rangle$ y $\langle p_x \rangle$.

4. Considere un oscilador armónico unidimensional sujeto a una perturbación cúbica,

$$W = \sigma \hbar \omega \hat{Z}^3,$$

con $|\sigma| \ll 1$. Calcular las correcciones a los eigenvalores y a las eigenfunciones a segundo orden, haciendo una expansión de la solución por medio de la teoría de perturbaciones.