

Métodos Matemáticos

Número de créditos: 10

Horas a la semana: 10

Teoría: 6

Practica: 4

Requisitos: Ninguno

Clave: **AFB-2**

Asignatura: Básica

Descripción de la asignatura: Proporcionar las herramientas de la física-matemática, a través del estudio de temas fundamentales como Vectores y Tensores, Matrices y Operadores, los métodos de solución de Ecuaciones Diferenciales, Funciones Especiales y Transformadas Integrales, Teoría de Grupos, Distribuciones, Variable Compleja en un enfoque hacia las técnicas matemáticas útiles en cálculo y análisis en los diversos campos de la física teórica moderna. Haciendo énfasis en el análisis de las interrelaciones de las ecuaciones con las propiedades físicas de los sistemas en estudio. Se familiariza al estudiante con las ideas y conceptos estudiados, haciendo una gran cantidad de demostraciones y ejercicios con aplicaciones a sistemas físicos concretos.

Contenidos

- Vectores y Tensores. Matrices y Operadores,
- Teoría de Grupos y Simetrías.
- Teoría de Funciones Generalizadas (Distribuciones).
- Variable Compleja.
- Causalidad y Relaciones de Dispersión. Aplicaciones.

Temario Propuesto

1. Vectores y Tensores. Matrices y Operadores: Vectores. Sistemas de coordenadas. Tensores. Rango de Tensor. Símbolo de Kronecker. Tensor anti simétrico épsilon. Matrices. Algebra de matrices. Determinante. Trazas. Matriz unidad. Matriz transpuesta. Matriz inversa. Cofactores. Matrices hermíticos y unitarias. Transformación de similitud. Diagonalización de una matriz cuadrada. Eigenvalores de una matriz. Ejemplos (matrices de Pauli, matrices para spin 1 en varias bases). Ejemplos de cálculos de matrices en programa MATEMATICA. Operadores. Conmutadores y anti conmutadores. Algebra de conmutadores. Conjugación hermética. Operadores hermíticos. Teorema de eigenvalores de un operador hermético. . Ortogonalidad.
2. Teoría de Grupos y Simetrías. Definiciones de grupo y de algebra. Representaciones de grupo. Algebra de Lie. Grupos discretos y continuos. Subgrupos. Generadores. Ejemplos. Los grupos $O(3)$ y $SU(2)$. Espinores puntados y nopuntados. Homo- e isomorfismo de grupos. Grupo de Lorentz y $SL(2,c)$. Generadores de “boost”. Grupo $SU(2) \times SU(2)$. Representación $(J,0)+(0,J)$. Paridad (inversión de espacio). Aplicaciones (la ecuación de Dirac y sus soluciones). Operadores de proyección. Matrices gamma para espín $1/2$ y espín 1. Algebra de Clifford. Relación con las ecuaciones de Maxwell. Grupo de Poincaré. Generadores de translación. Generadores en forma con derivadas. Simetrías discretas. Grupo de Poincaré extendido. Seis clases de vectores de base. Vector de Pauli y Lubanski. Operadores de Casimir. Transformaciones de tensores. Función de Lagrange. Ecuación de Lagrange y Euler. 4-divergencia. Derivada variacional. Variación de forma. Teorema de Noether. Invariantes dinámicos (integrales de movimiento). Tensor de energía-momento, vector de corriente, tensor de momento angular y espín. Ejemplos.
3. Teoría de Funciones Generalizadas (Distribuciones). Delta-función. Delta-función como límite de una función. Espacio de funciones de prueba. Soporte. Soporte compacto. Convergencia en D . Definición de funcional lineal y distribución. Funciones localmente integrables y su conexión con la distribución. Valor principal de Cauchy. Operaciones con distribuciones. Linealidad. Translación y Reflexión. Diferenciación. Función de Heaviside. Función épsilon. Sus derivadas. Ejemplos de diferenciación. Pseudofunción. Convergencia de distribuciones. Función de “sawtooth”. Formula de Poisson. Producto de distribuciones. Derivada del producto. Producto directo. Soporte del producto directo. Convolución. Ejemplos. Soporte de convolución. Transformada de Fourier y Espacio de funciones

rápidamente decrecientes L . Convergencia en L . Formulas útiles con derivadas. Distribución de crecimiento polinomial. Propiedades. Soporte acotado de distribuciones. Transformada de Fourier de delta. Sus derivadas. Transformadas de Fourier de 1, de $P(1/t)$. Transformada de Fourier de convolución. Funciones Delta+ y Delta+.

4. Variable Compleja. Números complejos. Conjugación y valor absoluto. Suma, producto y división. Formas trigonométricas y exponenciales. Potencias y raíces. Esfera de Riemann. Función compleja de variable compleja. Funciones elementales de variable compleja. Funciones analíticas. Derivada. Regla de Cauchy y Riemann. Integral de una función compleja. Formula integral de Cauchy. Series y secuencias. Series de Taylor. Series de Laurent. Clasificación de puntos singulares. Residuos. El teorema de residuos. Principio de continuidad analítica. El principio de Schwartz de reflexión. Funciones inversas. Superficies de Riemann. Polos, ceros y puntos de ramas. Mapeos conformes.
5. Causalidad y Relaciones de Dispersión. Aplicaciones. Oscilaciones libres. Oscilador armónico bajo fuerzas externas. Solución estacionaria. Solución general. Función de Green. Causalidad y analiticidad. Propagación de luz en un medio dieléctrico. Teorema de Titchmarsh. Relación de Kramers y Kronig. Teorema óptico.

Bibliografía Básica

- N. Bronshtein and K. A. Semendyayev, Handbook of Mathematics 3a Edición (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1998).
- S. Barnett, Matrices: Methods and Applications (Clarendon Press, Oxford, 1990).
- M. Hamermesh, Group Theory and its Application to Physical Problems (Dover, NY, 1989).
- O. Barut y R. Raczka, Theory of Group Representations and Applications (Polish Scientific Pubs, Warszawa, 1972).
- J. Hladik, Spinors in Physics (Springer-Verlag, NY, 1999).

Bibliografía Complementaria:

- L. Ryder, Quantum Field Theory (Cambridge University Press, Cambridge, 1985). Cap. 2.

- O. Barut, Electrodynamics and Classical Theory of Fields and Particles (Dover, NY, 1980).
- H. M. Nussenzveig, Causality and Dispersion Relations (Academic Press, NY and London, 1972).
- M. A. Lavrentiev y B. V. Shabat, Metodos de Teoría de Funciones de Variable Compleja. 4ª Edición (Mir, Moscu).

Planeación educacional

Resultados de aprendizaje	Actividades educacionales	TETEh	Evaluación
Vectores, Tensores, Matrices y Operadores	Teóricas, Practicas (7T + 3P= 10 hrs.) Autoestudio	10 14	Examen escrito, tareas, participación.
Teoría de Grupos y Simetrías	Teóricas, Practicas (18T+8P= 26 hrs.) Autoestudio	26 20	Examen escrito, tareas, participación.
Teoría de Funciones Generalizadas	Teóricas, Practicas (12T+6P= 18 hrs.) Autoestudio	18 18	Examen escrito, tareas, participación.
Variable Compleja	Teóricas, Practicas (12T+6P=18 hrs.) Autoestudio	18 18	Examen escrito, tareas, participación.
Causalidad y Relaciones de Dispersión	Teóricas, Practicas (12T+8P=18 hrs.) Autoestudio	18 18	Examen escrito, tareas, participación.

Tiempo total de trabajo del estudiante: $(61+29)$ horas presenciales + (88) horas de autoestudio = 178 hrs.

Número de Créditos= 10

